

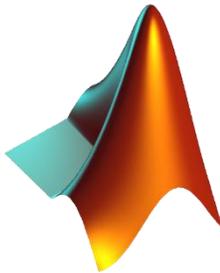
RAE.

1. **TIPO DE DOCUMENTO:** Trabajo de grado para optar por el título de INGENIERO ELECTRONICO
2. **TÍTULO:** Desarrollo de un simulador de circuitos microondas mediante el análisis modal en uniones coplanares rectangulares.
3. **AUTORES:** Luis Angel Gil Sanchez y Ivan Felipe Rodriguez Roa
4. **LUGAR:** Bogotá, D.C
5. **FECHA:** Octubre del 2018
6. **PALABRAS CLAVE:** Guía de onda, Análisis modal, Elementos finitos, Matriz W, parámetros de dispersion, MATLAB, ecuaciones de Maxwell.
7. **DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO:** En este trabajo de grado se programó un software para simular filtros de guías de ondas rectangulares excitadas por microondas.
8. **LÍNEAS DE INVESTIGACION:** Campos electromagnéticos, física electromagnética, líneas de transmission y telecomunicaciones.
9. **METODOLOGIA:** De carácter descriptivo y aplicativo
10. **CONCLUSIONES:** El desarrollo de la formulación matemática necesaria para este proyecto lleva a concluir que el método del análisis modal tiene mayor velocidad en comparación con el método de los elementos finitos. Al analizar detalladamente las respuestas obtenidas, se evidencia que el programa funciona en condiciones óptimas, pues a pesar de tener ciertas diferencias con respecto a los otros simuladores la forma de la respuesta es acertada, y los picos y cruces por cero coinciden de manera similar. El método numérico implementado abre una puerta a la simulación y reduce el tiempo para la sintonización en el diseño de dispositivos en microondas tales como divisores de potencia, desfases, combinación de los anteriores, alimentadores de antenas entre otros. Este proyecto además de ser una opción de grado también es un aporte a la rama de las telecomunicaciones, ya que con el software desarrollado se podrán diseñar dispositivos de microondas, además puede servir como guía para el estudio de comportamientos electromagnéticos. Se espera que, en un futuro, auxiliares de investigación de la universidad enriquezcan este software, agregando otras posibles geometrías de diseño, logren mejoras en cuanto interfaz de usuario, generen autonomía en cuanto a selección de modos o se migre el código fuente a un lenguaje de desarrollo libre



UNIVERSIDAD DE
SAN BUENAVENTURA
SEDE BOGOTÁ

DESARROLLO DE UN SIMULADOR DE CIRCUITOS MICROONDAS MEDIANTE EL ANÁLISIS MODAL EN UNIONES COPLANARES RECTANGULARES



IVAN FELIPE RODRIGUEZ ROA
LUIS ANGEL GIL SÁNCHEZ

UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA
INGENIERIA ELECTRÓNICA

UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA

2018

FACULTAD DE INGENIERIA



**UNIVERSIDAD DE
SAN BUENAVENTURA**

**DESARROLLO DE UN SIMULADOR DE CIRCUITOS MICROONDAS
MEDIANTE EL ANÁLISIS MODAL EN UNIONES COPLANARES
RECTANGULARES**

INGENIERÍA ELECTRÓNICA

PRESENTADO POR

**IVÁN FELIPE RODRÍGUEZ ROA
LUIS ÁNGEL GIL SÁNCHEZ**

DIRECTOR DE TESIS

FELIX JULIAN GUTIERREZ BERNAL

COORDIRECTOR DE TESIS

WILDER EDUARDO CASTELLANOS

DEDICATORIA

Este proyecto de grado es fruto del esfuerzo de nuestras familias, puesto que son el pilar fundamental en lo que hoy somos como personas. Nuestro éxito y superación es gracias a la dedicación de nuestras madres Patricia Roa Morales y María Lilia Sánchez, a nuestros padres John Alexander Rodríguez Ángel y Luis Alberto Gil; a todos ustedes dedicamos nuestra carrera y futuro, los cuales no serían posibles sin todo el apoyo que obtuvimos durante toda la carrera.

AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer a toda nuestras familias por su dedicación y apoyo durante todo el tiempo que estuvimos en la carrera, a la Universidad De San Buenaventura por el acceso a los diferentes tipos de software que fueron de gran utilidad para la realización de este proyecto; al director de ingeniería electrónica Félix Julián Gutiérrez Bernal quien fue nuestro tutor, gracias por su ayuda y comprensión durante todo este proceso, al semillero de convergencia tecnológica por el trabajo que se realizó durante dos años y medio, a Redcolsi y REDIE quienes nos permitieron la participación en diferentes ponencias y por último a todos los compañeros que encontramos durante nuestro paso por la Universidad.

RESUMEN

En este trabajo de grado se desarrolló el componente matemático necesario para encontrar las soluciones del método de análisis modal en uniones coplanares en guías de onda rectangular, para ello se usaron los modos transversales eléctricos y magnéticos. Se diseñó y programó un software en Matlab para la simulación de estructuras tipo iris. Con el fin de validar el software desarrollado, se ejecutaron simulaciones para analizar el comportamiento de los filtros de guías de onda rectangular. Los resultados mostraron similitudes con los obtenidos en las simulaciones previamente realizadas en los programas CST y HFSS.

Durante el desarrollo del programa se evidenció que al utilizar el método de análisis modal se pueden encontrar respuestas óptimas al igual que con el método de los elementos finitos, actual método de cálculo en simuladores de circuitos microondas. Una de las principales ventajas del software desarrollado es la reducida utilización de recursos computacionales y un uso de menor tiempo ejecutando simulaciones en comparación con los programas que utilizan el método de elementos finitos.

ABSTRACT

In this work, the mathematical component was developed necessary to find the solutions by method of modal analysis in coplanar joints in rectangular waveguides, for this the electric and magnetic transverse mode were used. A software was designed and programmed in MATLAB with simulation of iris structures, to validate the developed software, simulations were performed to analyze the behavior of rectangular waveguide filters. The results showed similarities with those obtained in the simulations previously carried out in the CST and HFSS software.

During the development of the program, it was evidenced that when using the method of modal analysis, optimal responses can be found as with the finite element method, current method of calculation in microwave circuit simulators. As a benefit, this software uses few computational resources and spends less time running simulations compared to programs that use the finite element method.

Contenido

1	Generalidades del proyecto	12
1.1	Introducción	12
1.2	Objetivos	13
1.2.1	Objetivo general.....	13
1.2.2	Objetivos Específicos	13
1.3	Planteamiento del problema.....	13
1.4	Justificación	14
1.5	Alcances y Limitaciones	15
1.6	Limitaciones.....	16
1.7	Metodología	16
2	Antecedentes	19
2.1	Antecedentes del proyecto de grado	19
2.2	Antecedentes en el mundo	21
3	Marco Teórico	33
3.1	Ecuaciones de Maxwell	33
3.2	Líneas de transmisión	34
3.3	Guías de onda.....	35
3.3.1	Guía de onda rectangular	35
3.4	Modos transversales eléctricos (TE).....	36
3.5	Modos transversales magnéticos (TM).....	38
3.6	Método de los elementos finitos (FEM)	40
3.7	Análisis modal	41
3.7.1	Formulación general.....	42
3.8	Obtención de la matriz S	47

4	Desarrollo Matemático	51
4.1	Modos de propagación.....	51
4.2	Obtención de las impedancias.....	52
4.3	Calculo de la matriz de acoplo.....	53
4.4	Análisis circuital y cálculo de parámetros de dispersión	61
5	Desarrollo E Implementación Del Simulador	64
5.1	Implementación de la interface y desarrollo del software	64
5.2	Evaluación del Software implementado	67
5.3	Análisis de resultados	76
5.3.1	Análisis del primer filtro.....	76
5.3.2	Análisis del segundo filtro	77
5.3.3	Análisis de filtros	78
6	Conclusiones	79
7	Referencias.....	81
8	Anexos	87
	Anexo 1	87

TABLA DE FIGURAS

<i>Figura 1. Etapas metodológicas elaboradas por los autores.</i>	17
<i>Figura 2 Datos esperados del filtro pasa alto plano H asimétrico (Martínez, 2009).</i>	20
<i>Figura 3 Datos obtenidos del filtro pasa alto plano H asimétrico (Martínez, 2009).</i>	20
<i>Figura 4 Comparación entre n software y comercial (Fernández de Alba, 2013).</i>	21
<i>Figura 5. Moment-method (Reiter & Arndt, 1994).</i>	22
<i>Figura 6. Comparación de resultados entre el Moment-method y el mode matching method (Reiter & Arndt, 1994).</i>	23
<i>Figura 7. Simulación (Llorente-Romano et al., 2005a).</i>	25
<i>Figura 8 Resultados de un diagrama de onda circular (Marini et al., 2010).</i>	25
<i>Figura 9 Radio de apertura de una guía de onda rectangular (Wade & Macphie, 1986).</i>	26
<i>Figura 10 Obtención de resultados del método de cascada (Gimeno & Guglielmi, 1996).</i>	27
<i>Figura 11 Coeficiente de reflexión del plano magnético a 90 grados (Alimenti et al., 1994).</i>	28
<i>Figura 12 Matriz de Scattering de aplicación satelital (Boria & Gimeno, 2007).</i>	29
<i>Figura 13 Densidad de potencia transmitida (Guglielmi & Jackson, 1991).</i>	30
<i>Figura 14. Guía de onda rectangular (Escobedo, 2012).</i>	36
<i>Figura 15. Geometría de la guía de onda rectangular (M. Pozar, 2012).</i>	36
<i>Figura 16. Puntos nodales, elementos y malla del método FEM (Mirlisenna, 2016).</i>	41
<i>Figura 17 Método de modos acoplados (Gutiérrez Bernal, 2017b).</i>	42
<i>Figura 18. Discontinuidad entre guías de onda (Martínez, 2009).</i>	43
<i>Figura 19. Sección transversal de una discontinuidad entre 2 guías de onda rectangular (Martínez, 2009).</i>	45
<i>Figura 20. Esquema de las ondas incidentes y reflejadas (Conciauro, Guglielmi, & Sorrentino, 2000).</i>	47
<i>Figura 21. Definición gráfica de los transversales de una onda electromagnética (Rodríguez, 2013).</i>	52
<i>Figura 22. Sección transversal entre dos guías de onda rectangular (Conciauro et al., 2000).</i>	54
<i>Figura 23. Vista 3D de dos guías de onda acopladas elaborada por los autores.</i>	54
<i>Figura 24. Interface del software elaborada por los autores.</i>	64
<i>Figura 25. Diagrama de flujo de los modos de propagación elaborado por los autores.</i>	65
<i>Figura 26 Funcionamiento completo del programa elaborada por los autores.</i>	67
<i>Figura 27. Primer filtro de guías de onda (Conciauro et al., 2000).</i>	68
<i>Figura 28 Primer filtro de guía de onda diseñado en el simulador elaborada por los autores.</i>	68
<i>Figura 29. Primer filtro de guía de ondas diseñado en HFSS elaborada por los autores.</i>	69
<i>Figura 30. Primer filtro de guía de onda diseñado en CST elaborada por los autores.</i>	70
<i>Figura 31. Resultados primer filtro de guías de onda rectangulares elaborada por los autores.</i>	70
<i>Figura 32. Segundo filtro diseñado en el simulador propio elaborada por los autores.</i>	73
<i>Figura 33. Segundo filtro diseñado en HFSS elaborada por los autores.</i>	74
<i>Figura 34. Segundo filtro diseñado en CST elaborada por los autores.</i>	74
<i>Figura 35. Resultados del segundo filtro elaborada por los autores.</i>	75

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1 Filtro paso alto plano H asimétrico (Martínez, 2009).</i>	19
<i>Tabla 2 Porcentaje de la matriz diagonal para el caso del modo transversal magnético (García-Castillo & Salazar-Palma, 1995).</i>	28
<i>Tabla 3 Resultados de los modos TE y TM en una guía de onda rectangular (M. Pozar, 2012).</i>	40
<i>Tabla 4 Tamaño de los vectores y matrices (Conciauro et al., 2000).</i>	48
<i>Tabla 5 Comparación entre el método de los elementos finitos y el análisis modal elaborada por los autores.</i>	49
<i>Tabla 6 Integrales para el cálculo de la matriz de acoplo (Conciauro et al., 2000).</i>	55
<i>Tabla 7 Raíz del error cuadrático medio del primer filtro elaborada por los autores.</i>	71
<i>Tabla 8 Puntos de convergencia del primer filtro elaborada por los autores.</i>	71
<i>Tabla 9 Tiempos de simulación del primer filtro elaborada por los autores.</i>	72
<i>Tabla 10 Tabla error cuadrático medio del segundo filtro elaborada por los autores.</i>	75
<i>Tabla 11 Puntos de convergencia del segundo filtro elaborada por los autores.</i>	76
<i>Tabla 12 Tiempos de simulación del segundo filtro elaborada por los autores.</i>	76

CAPITULO 1

GENERALIDADES DEL PROYECTO

1 GENERALIDADES DEL PROYECTO

1.1 INTRODUCCIÓN

Una guía de onda es una estructura compuesta por materiales dieléctricos y/o ferromagnéticos que sirve para conducir ondas electromagnéticas, estas son adecuadas para transmitir microondas, porque logran pérdidas mínimas en comparación con cables coaxiales o líneas de transmisión que se ven afectados por la alta frecuencia de dichas ondas (Marcuvitz, 1986). Con la unión de guías de ondas se pueden construir filtros para ondas de microondas, cuyos rangos de frecuencia están determinados por las propiedades geométricas de cada guía.

El filtrado de ondas electromagnéticas mediante la unión de medios guiados es una práctica común llevada a cabo en satélites y dispositivos de telecomunicaciones que operan en el espectro UHF (Ultra High Frequency). Pero la construcción de esta clase de filtros es una tarea compleja y costosa, por esto el análisis mediante software de simulación es lo primero que se debe realizar antes de llevar a cabo la obtención física de una pieza de este tipo. Actualmente en el mercado existen varios tipos de software que simulan filtros de guías de ondas de casi cualquier geometría, la mayoría de estos emplean el método de los elementos finitos (FEM, finite element method, en inglés) para los cálculos, un proceso iterativo que aproxima la solución por medio de ecuaciones diferenciales (Zienkiewicz, 2007). Utilizar estos programas supone un gran consumo de recursos computacionales y la espera de largos periodos de tiempo.

En este proyecto se desarrolló un software para la simulación de filtros de ondas electromagnéticas aplicando el método de análisis modal, un método numérico que aplica principios de teoría electromagnética, con el cual se puede obtener solución a las ecuaciones de Maxwell con un costo numérico simplificado en comparación al método FEM.

Este software permite a los ingenieros y diseñadores de filtros de ondas de microondas ahorrar tiempo en la simulación de medios guiados para la obtención de filtros pasa bajas, pasa altas y pasa banda. Además, el usuario podrá verificar la efectividad del filtro generando gráficas de la respuesta en frecuencia y la atenuación en decibeles. También se diseñó una

interfaz gráfica que permite que personas con poca experiencia en el tema sean capaces llevar a cabo simulaciones sin mucha dificultad.

Una de las aplicaciones del software desarrollado es el diseño de filtros que operan en bandas para enlaces satelitales. Esto es importante en las telecomunicaciones modernas, ya que son estos sistemas permiten prestar servicios como telecomunicaciones móviles, televisión, comunicaciones militares. Por esto, herramientas innovadoras, como un simulador de filtros microondas de alta velocidad, permitirán que la industria de las telecomunicaciones siga creciendo y que la humanidad disfrute de nuevas tecnologías.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo general

Desarrollar un simulador de circuitos de microondas utilizando análisis modal para uniones coplanares en guía de onda rectangular.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Desarrollar la formulación matemática correspondiente al análisis modal en medios guiados rectangulares y matriz de Scattering.
- Programar en Matlab la interfaz de usuario y formulaciones matemáticas de análisis modal y matriz de Scattering.
- Validar los resultados de la matriz de Scattering del simulador con un software comercial.

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El último siglo y tras el impulso a gran escala de nuevas tecnologías de información y comunicaciones, las cuales cada vez demandan más recursos para mejorar la eficiencia en los productos y servicios, se necesita del rápido diseño y construcción de dispositivos en microondas que por lo general necesitan de parámetros distribuidos. Estas nuevas tecnologías se distribuyen en grandes áreas, que van desde los servicios de telefonía móvil hasta la detección de tumores (Ramírez & Alberto, 2017). Dada su naturaleza, se hace necesario trabajar con la teoría clásica y física de Maxwell. Actualmente existen varios tipos de

software que permiten la simulación de circuitos microondas, los cuales en su gran mayoría siguen el modelo matemático basado en elementos finitos como lo son HFSS (High Frequency Structure Simulator) (HFSS, 2018) y CST (CST Computer Simulation Technology, 2018) (Computer Simulation Technology). Este tipo de método consiste en subdividir una región en partes más pequeñas, que se conocen como elementos que representan el dominio continuo del problema. La división de la geometría lo resuelve un problema complejo mediante el cálculo en partes más fáciles de resolver (Zienkiewicz, 2007). Teniendo en cuenta esto se puede deducir que al momento de realizar las simulaciones de estas estructuras o circuitos microondas, se gastarán muchos recursos computacionales y alto tiempo para obtener los resultados. Por otro lado, usar un software que tenga este tipo de método genera un alto costo por la adquisición de las licencias dada que su programación es altamente compleja. Por esta razón este proyecto de grado propone diseñar un software en Matlab que utilice el modelo matemático de análisis modal con el fin de mejorar los rendimientos computacionales y agilizar los tiempos de simulación de filtros de guía de onda. Como consecuencia de esto se realiza la siguiente pregunta: ¿Qué características debe cumplir un software que simule estructuras de microondas consumiendo menores tiempos de simulación y pocos recursos computacionales en comparación con otros simuladores comerciales?

1.4 JUSTIFICACIÓN

Debido al crecimiento de la industria de las telecomunicaciones, es necesario el surgimiento de estrategias de carácter ingenieril para abrir paso a las tecnologías inalámbricas de nueva generación. Se evidencia día a día que los smartphones, computadores y otros dispositivos de uso cotidiano, están demandado ancho de banda cada vez más, esto es dado que el consumo de recursos informáticos se ha vuelto indispensable en la vida humana (Chirico, 2016). El crecimiento de tecnologías que usan el espectro electromagnético trae como consecuencia el aumento de la demanda de bandas de alta frecuencia, en las cuales se propagan microondas que permiten mantener comunicada a la humanidad. Actualmente en telecomunicaciones el espectro es muy importante porque permiten el desarrollo de las comunicaciones satelitales, radioenlaces terrestres, comunicaciones móviles, entre otros. Un dispositivo indispensable para el tratamiento de ondas a tal frecuencia es la guía de onda, dado que permite conducir energía electromagnética en su interior generando pérdidas

mínimas en la señal. Un filtro de microondas es una estructura compuesta por varias guías de ondas unidas en cascada, y afecta a una señal de entrada en función de su geometría y su respuesta debe ser hallada por computadora ya que su teoría de cálculo resulta extensa y compleja.

Por esto, un software que ayude en la simulación de filtros para ondas microondas, empleando cortos tiempos de simulación, es una herramienta efectiva para la construcción de estructuras ferromagnéticas, orientados al mejoramiento de las telecomunicaciones. Los Simuladores comerciales implementan métodos de mallado tipo elementos finitos, diferencias finitas, método de los momentos entre otros, para solucionar geometrías editadas por ondas electromagnéticas. Como consecuencia los simuladores tardan cantidades importantes de tiempo ejecutando simulaciones de estructuras como antenas o filtros de guías de ondas. Además, el proceso de creado de filtros en simuladores como CST y HFSS requiere que el diseñador tenga conocimientos sobre modelado CAD y este familiarizado con este tipo de herramientas.

El análisis modal es un método que permite solucionar estructuras que son afectadas por algún fenómeno físico, como lo son las microondas (Shamshad & Amin, 2018). Al solucionar guías de ondas con este método, se calcula una respuesta cerrada que es solucionada directamente, sin tener que realizar iteraciones extensas como lo hacen otros métodos numéricos, esto permite hallar respuestas de manera más ágil.

Teniendo en cuenta lo anterior, se desarrolló un programa para simular filtros de microondas implementando la teoría del análisis modal para estructuras rectangulares. Al aprovechar el análisis modal se obtuvo cortos tiempo de simulación al simular estructuras en comparación con programas que aplican el método de los elementos finitos. La interfaz de este software permite a personas, sin ser expertas en el tema, crear sus propios filtros y analizar los resultados con gran facilidad en comparación con software que se encuentran actualmente en el mercado.

1.5 ALCANCES Y LIMITACIONES

En primer lugar, es importante resaltar que el software fue desarrollado en Matlab ya que permite desarrollar aplicaciones en un lenguaje de programación propio. Matlab fue escogido

porque cuenta con una cantidad de funciones que simplifican la programación del software. Los alcances del proyecto son:

- Desarrollo de un simulador de filtros de guías microondas mediante el análisis modal en uniones coplanares rectangulares, con beneficios en tiempo de simulación y consumo de recursos computacionales en comparación con otros programas de esta índole.
- Validación de los resultados del método de análisis modal comparando gráficas de los parámetros de dispersión.
- Programación de una interface gráfica en Matlab donde el usuario puede observar las estructuras tipo iris-rectangular.

1.6 LIMITACIONES

En primer lugar, cabe destacar que el software se limita a la simulación de estructuras tipo iris y guías de onda rectangular, ya que otro tipo de geometría supone distintas y extensas soluciones por el método del análisis modal, además se debe tener en cuenta que solo cuenta con una dirección de propagación en nuestro caso el eje z. En segundo lugar, el software desarrollado requiere tener instalado previamente MATLAB. Otra limitación del simulador es que este no tiene en cuenta las pérdidas del material ya que se trabaja exclusivamente con el vacío para no tener en cuenta perdidas del dieléctrico, puesto que se extendería el modelamiento matemático, cosa que daría para realizar otro trabajo de grado.

1.7 METODOLOGÍA

El trabajo de grado desarrollado involucró una investigación de tipo descriptiva y aplicada. Descriptiva porque para la realización de este trabajo de grado fue necesario analizar y desarrollar el componente matemático del método de análisis modal para encontrar la solución de guías de onda rectangular. Además, se utilizó la metodología aplicada ya que se busca implementar un software que realice simulaciones de guías de onda rectangular mediante el análisis modal en Matlab, es por esta razón que se desarrollaron cinco etapas, las cuales son mostradas a continuación.

Primera etapa: Revisión del componente matemático para encontrar las soluciones necesarias para la guía de onda rectangular.

Segunda etapa: Búsqueda soluciones existentes para realizar simulaciones de guías de onda y detectar los problemas inherentes al sistema.

Tercera etapa: Desarrollo del componente matemático del análisis modal para encontrar la matriz de Scattering.

Cuarta etapa: Implementación de un software de simulación en Matlab que utiliza el modelo matemático de análisis modal, el cual permitió encontrar la matriz de Scattering y con este encontrar mejores resultados en las simulaciones de guía de onda.

Quinta etapa: Comparación de los resultados obtenidos con el software desarrollado y los resultados obtenidos con otros simuladores al calcular la solución de guías de onda rectangular. Las etapas metodológicas desarrolladas se resumen en la Figura 1.

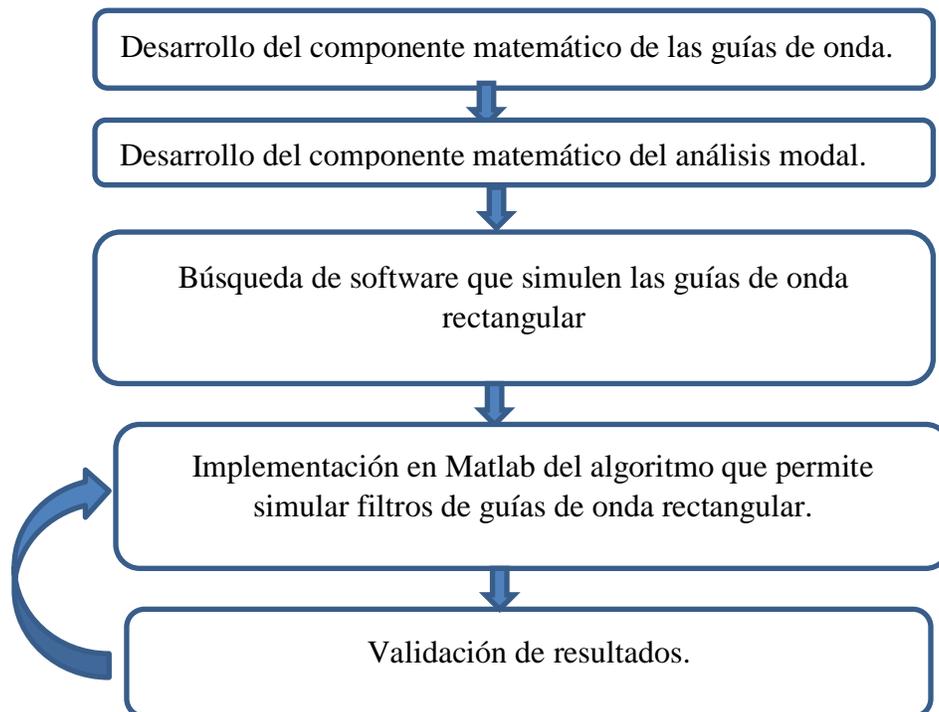


Figura 1. Etapas metodológicas elaboradas por los autores.

CAPITULO 2

ANTECEDENTES

2 ANTECEDENTES

A continuación, se describen los trabajos realizados por otros investigadores acerca del tema análisis modal y guías de onda rectangular.

2.1 ANTECEDENTES DEL PROYECTO DE GRADO

Varios proyectos de grado se han realizado alrededor del tema denominado “análisis de circuitos en guías de onda”, como por ejemplo el proyecto de Francisco Carmona Martínez de la Universidad autónoma de Madrid (Martínez, 2009). Este realizó un trabajo llamado “Análisis de optimización de circuitos microondas en guías de onda”. El objetivo principal de este proyecto fue realizar un análisis eficiente de estructuras en guías de onda rectangulares mediante el uso del modelo matemático del análisis modal. Las estructuras que se estudiaron están compuestas por guías que mantienen su altura constante, es decir, que estas solo varían en su anchura, a esto se le denomina plano H o plano magnético. Para ello se implementó un programa el cual cálculo la respuesta en frecuencia de las estructuras dichas anteriormente los resultados que se obtuvieron anteriormente se compararan con otras herramientas de software. Cabe resaltar que en este trabajo los autores propusieron una serie de alternativas para mejorar la eficiencia del programa, esto basado en la obtención de la matriz de Scattering o matriz S. En la Tabla 1 se puede observar uno de los diseños que realizaron en este proyecto.

Tabla 1 Filtro paso alto plano H asimétrico (Martínez, 2009).

Anchura (cm)	19.0500	12.6900	11.9900	11.4000
Altura (cm)	9.5250	9.5250	9.5250	9.5250
Longitud (cm)	10.0000	7.2200	3.6900	53.6150

Los resultados esperados de la simulación realizada por el autor se pueden observar en la Figura 2.

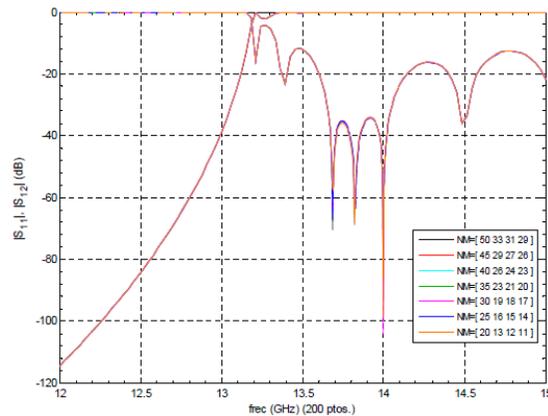


Figura 2 Datos esperados del filtro pasa alto plano H asimétrico (Martínez, 2009).

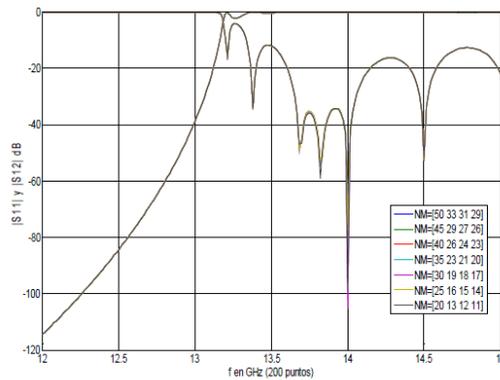


Figura 3 Datos obtenidos del filtro pasa alto plano H asimétrico (Martínez, 2009).

Se puede evidenciar en la Figura 3 que los datos obtenidos por el autor son bastante parecidos con los datos obtenidos en la Figura 2, se puede deducir que utilizando el modelo matemático del análisis modal se pueden obtener, resultados bastante parecidos con otros modelos de simulación. Otro proyecto de grado relacionado con el análisis de circuitos de guías de onda fue el realizado por Juan Antonio Fernández de Alba López Pablo y Sergio Llorente Romano de la Universidad Carlos III de Madrid, quienes realizaron un trabajo titulado “Análisis de circuitos en guías de onda” (Gutiérrez Bernal, 2017a). Este proyecto tenía como finalidad el desarrollo de una herramienta software de análisis electromagnético para la simulación de circuitos en guías de onda. Fue necesario la utilización del análisis modal, este trabajo realiza

la descripción circuital de guías de onda a través de la concatenación de tramos uniformes con discontinuades planas. Una de las partes más importantes del proyecto es que se centra en la descripción de guías de onda rectangulares y circulares. A partir de esto en todas las estructuras que se analizaron dentro del software se les realizó una comparación con otra herramienta de simulación la cual arroja una concordancia casi perfecta. Una de las conclusiones del proyecto fue el desarrollo de la herramienta de software para la simulación de guías de onda mediante la obtención de la matriz s o de Scattering. El principal problema fue la convergencia del análisis de coincidencia de los modos. Los parámetros clave para la convergencia correcta del método son el número de modos utilizados en relación entre el número de modos en las diferentes estructuras (Fernández de Alba, 2013). En la Figura 4 se puede observar la comparación entre HFSS y el software realizado por los autores, se puede evidenciar que los resultados obtenidos son los mismos dándole crédito al modelo matemático del análisis modal.

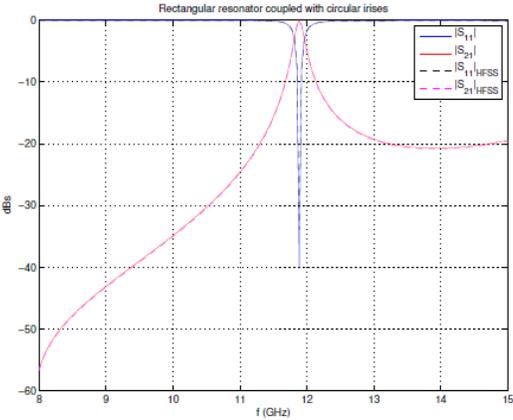


Figura 4 Comparación entre n software y comercial (Fernández de Alba, 2013).

2.2 ANTECEDENTES EN EL MUNDO

Uno de los primeros trabajos de guías de onda rectangulares con diferentes geometrías fue realizado por R.A Hurd y H. Gruenberg (Hurd & Gruenberg, 1954). Ellos utilizaron un método basado en el cálculo de residuos como solución para el problema de la bifurcación

de una guía de onda rectangular. Las expresiones que se obtuvieron permiten obtener los valores de amplitud de todos los modos reflejados y transmitidos de la guía de onda rectangular y su propagación a través de las estructuras. El problema principal es que para hallar el valor del límite electromagnético surgen infinitos conjuntos de ecuaciones con una infinidad de incógnitas. Para encontrar una solución a este problema se hace necesario utilizar métodos aproximados entre ellos puede estar el método de los elementos finitos. Por otro lado, este proyecto propuso una solución a este problema utilizando el cálculo de residuos con la ayuda del cálculo integral, la cual ofrece una poderosa solución a muchos de estos problemas. En el transcurso de las siguientes 3 décadas los esfuerzos se centran en trabajar alrededor de métodos numéricos de mallado triangular como FEM.

Varios trabajos de investigación se han realizado alrededor del tema de modos acoplados o (MMM). Hacia los noventas, se presenta un interés especial por MMM siendo el trabajo de J.M. Reiter y F. Arndt de la Universidad de Bremen (Reiter & Arndt, 1994) uno de los más importantes. Ellos presentaron un nuevo método de emparejamiento de modos para el análisis riguroso de antenas en las guías de onda circulares, las cuales incluyen una geometría de antena externa con forma arbitraria simétrica de revolución. La matriz de dispersión modal o matriz de Scattering de la antena completa, además de los coeficientes de amplitud de la onda de los modos esféricos para una excitación dada. Para mostrar la utilidad de la utilización de este método se calculan los valores mínimos de la polarización cruzada y se comparan los resultados obtenidos con MMM, la teoría se verifica por comparación con las medidas de la pérdida del retorno frente a la frecuencia circular de una antena circular de guía de onda. Los resultados de la comparación entre el método de análisis modal y el método de momento se pueden observar en las siguientes imágenes.

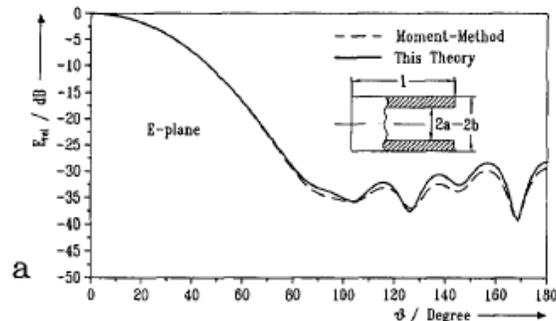


Figura 5. Moment-method (Reiter & Arndt, 1994).

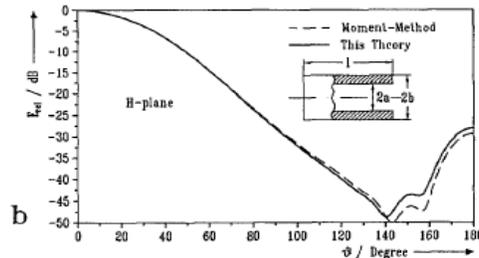


Figura 6. Comparación de resultados entre el Moment-method y el mode matching method (Reiter & Arndt, 1994).

En las Figura 5 y Figura 6 se puede observar el comportamiento que tienen las simulaciones realizadas mediante el uso del Moment-method y del método de acoplo MMM. Queda evidenciado que al utilizar los dos modelos matemáticos se obtienen respuestas en simulación muy parecidas, dándole crédito al uso de cualquiera de los dos métodos.

Otro trabajo importante es que utiliza el método de modos acoplados MMM fue realizado por Graeme- L. James, en el cual se hizo una investigación acerca del problema de aplicar el método de análisis modal, en el análisis de las discontinuidades de guías de onda cónicas (James, 1983). Las técnicas de emparejamiento de los modos en el pasado se han utilizado con éxito para analizar problemas de guías de onda rectangulares y circulares que implican suspensiones transversales. Para ilustrar el problema es necesario discutir el detalle de la unión cónica cilíndrica en ondas suaves con un cono corrugado. La solución a una discontinuidad transversal de una guía de onda rectangular o circular usando la técnica del ajuste modal ha demostrado proporcionar un medio preciso para determinar las soluciones de las propiedades que se crean por la discontinuidad. Como conclusión se demuestra que la coincidencia de los modos en las discontinuidades de la guía de onda cónica está restringida por hacia el vértice del cuerno. Ya en el siglo XXI y gracias a la posibilidad de estudiar otro tipo de métodos diferentes a FEM y verificarlos de forma computacional se despierta especial interés en estudiar formas rectangulares por su fácil construcción para dispositivos de telecomunicaciones, entre ellos los filtros en frecuencias de microondas, divisores de potencia, desfasadores, alimentadores de array de antenas entre otros. Uno de los trabajos importantes en este sentido y con el objetivo de disminuir el tiempo de cálculo en esta geometrías es el realizado por Llorente Romano, Benito Gimeno y Magdalena Salazar-Palma de la Universidad Politécnica de Madrid (Llorente-Romano, Gimeno, & Salazar-Palma,

2005b). Este método de coincidencia de modo (MMM) es una poderosa herramienta para analizar los campos electromagnéticos de una amplia variedad de geometrías. Esta técnica es precisa y computacionalmente eficiente. Este trabajo amplió la familia de los tipos de geometría que se pueden analizar con el método de análisis modal (MMM) de dos maneras. La primera, este método solo es aplicable a los modos que se propagan como ondas cilíndricas, como por ejemplo una guía de onda de placas paralelas. El segundo, se crea y se analiza un circuito virtual para establecer la relación entre ondas cilíndricas y ondas planas en circuitos cuya geometría se puede modelar como la composición de guías de onda radiales y guías de onda tradicionales con uniformidad axial. Los mismos autores desarrollaron otro trabajo en la Universidad politécnica de Madrid, el cual también utilizó el método de modos acoplados MMM (Llorente-Romano, Gimeno, & Salazar-Palma, 2005a). En este trabajo se presenta el método de acoplo para combinar guías de onda radiales y guías con uniformidades axiales. Cuando se usa el MMM generalizado, las geometrías compuestas de partes descritas en un sistema de coordenadas cilíndricas, y además partes de un sistema de coordenadas rectangulares, se analizan fácilmente con la misma teoría de los circuitos. La clave del método es que describe la interacción entre las ondas cilíndricas y las ondas radiales. El MMM es una poderosa herramienta para analizar campos electromagnéticos de una amplia variedad de geometrías. Esta técnica es precisa y computacionalmente eficiente. Como conclusión en primer lugar el mode matching method se utilizó para analizar guías de ondas radiales, en segundo lugar, se analizó el comportamiento de la guía de onda rectangular con la guía de onda cilíndrica. Los resultados se presentan en la Figura 6 y muestran los mismos resultados que los que arroja un software comercial. La Figura 7 muestra los resultados obtenidos por Sergio Llorente, en estos resultados se puede observar que la frecuencia de trabajo estaba entre los 9.4 GHz y los 9.6 GHz.

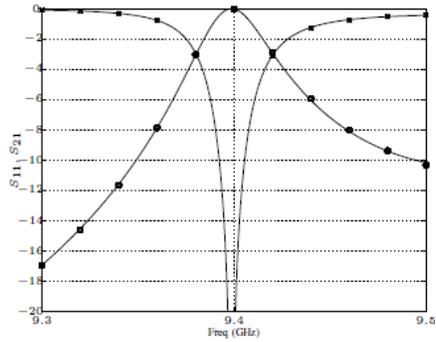


Figura 7. Simulación (Llorente-Romano et al., 2005a).

Otro trabajo de investigación acerca del método de análisis modal realizado por los autores Stephan Marini y Angela Coves (Marini, Coves, Boria, & Gimeno, 2010). En este se presenta un novedoso método de onda completa para la caracterización del análisis modal de estructuras periódicas cargadas en guías de ondas elípticas. Este método se basa una formulación de ecuación integral resuelta a través del método de los momentos, finalmente conduce a la solución de un problema de autovalores estándares. Los resultados tienen aplicaciones potenciales como estructuras de onda lenta para dispositivos microondas de alta potencia y posiblemente estructuras de filtrado de frecuencias de ondas milimétricas. Como conclusión se desarrolló una herramienta eficiente para la caracterización modal de onda completa de estructuras periódicas cargadas con guías de onda elípticas. Esta herramienta permite el cálculo preciso del diagrama de dispersión que está relacionado con el modo simétrico más bajo y de orden superior de las estructuras periódicas citadas anteriormente en la Figura 8 se pueden observar uno de los resultados de simulación de este proyecto.

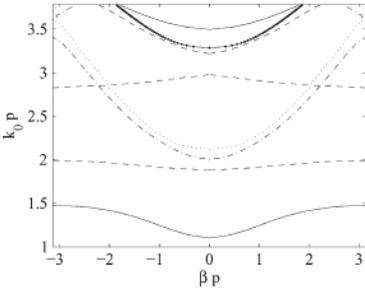


Figura 8 Resultados de un diagrama de onda circular (Marini et al., 2010).

Por otro lado con relación al tema de guías de onda rectangulares y el método del análisis modal los autores John Douglas Wade y Robert H. Macphie del Instituto de astrofísica de Ottawa (Wade & Macphie, 1986). Realizaron una investigación, la cual tenía como objetivo principal encontrar una solución formalmente exacta para el problema de la dispersión en una unión de guía de onda circular a rectangular en un diagrama grueso, con una abertura circular centrada, la cual se encuentra dentro de una entrada de onda rectangular. Este método utiliza expansiones normales del modo transversal eléctrico (TE) y del modo transversal magnético (TM) de los campos de la guía de onda y del método de modos acoplados de los campos eléctricos y magnéticos transversales de la unión. Las expresiones exactas de forma cerrada para los coeficientes de coincidencia que se acoplan en los modos TE(TM) de la guía de onda rectangular con los modos TE(TM) de la guía de onda circular. Los resultados numéricos se presentan en el caso del modo transversal eléctrico TE_{10} el cual es el modo de propagación de la guía de onda rectangular con los otros modos de corte. Estos resultados son gráficamente comparados con las fórmulas y curvas de la teoría de Bethe y la teoría dada por el Waveguide handbook (Marcuvitz, 1986). La conclusión principal de esta investigación es que se proporciona una solución del análisis modal exacta al problema de la dispersión de uniones de guías de onda circulares a rectangulares y se puede observar en la Figura 9.

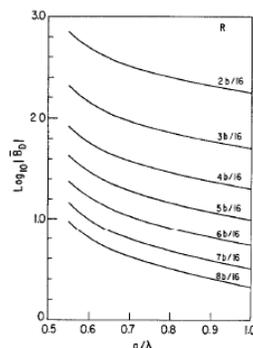


Figura 9 Radio de apertura de una guía de onda rectangular (Wade & Macphie, 1986).

Además Benito Gimeno y Marco Guglielmi (Gimeno & Guglielmi, 1996). Ellos realizaron un trabajo en el cual se describen las curvas uniformes en las guías de onda rectangulares, las cuales normalmente son componentes usados con frecuencia en muchos subsistemas de microondas tanto para aplicaciones terrestres como espaciales. Por lo tanto, se requiere la caracterización de la onda completa precisa y eficiente para el desarrollo de herramientas

CAD modernas para analizar y diseñar estructuras complejas de guías de onda. En este artículo se describen nuevas representaciones de redes multimodo para curvas uniformes tanto en el plano H como en el plano E en términos de matrices de acoplamiento multimodo de impedancia y admitancia respectivamente. Se discuten las propiedades de convergencia del método y se presentan comparaciones entre las simulaciones obtenidas por los investigadores y los datos teóricos y experimentales, los resultados obtenidos se pueden observar en la Figura 10.

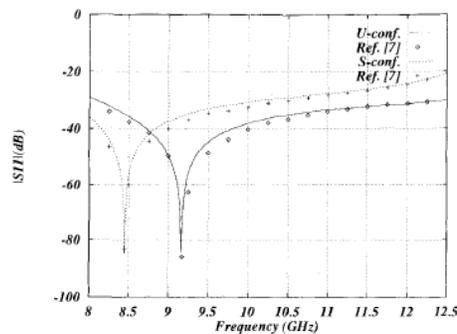


Figura 10 Obtención de resultados del método de cascada (Gimeno & Guglielmi, 1996).

Cabe destacar que fue necesario realizar una búsqueda acerca del tema del método de los elementos finitos, ya que es el método con el que se van a comparar los resultados de nuestro trabajo de grado. Es por esta razón que Luis Emilio García, Magdalena Salazar Palma y Tapan K. Sarkar de la Universidad politécnica de Madrid (Garcia-Castillo & Salazar-Palma, 1995). Realizaron una investigación en la cual su trabajo describía que uno de los problemas del método de los elementos finitos y el método de la diferencia finita es que a medida que aumenta la dimensión del problema, el número de condición de la matriz aumentaba conforme aumentaba su longitud. Mediante el uso de una función de base adecuada adaptada para regiones rectangulares, se muestra que se pueden verificar el crecimiento del número de condición sin perder la dispersión de la matriz del sistema. Esto se logra mediante la elección adecuada de funciones de base de los dominios. En este trabajo se presentan ejemplos numéricos para la solución eficiente de problemas de guías de onda rectangulares que utilizan este enfoque, en la Tabla 2 se pueden observar los resultados de la obtención de la matriz diagonal en el modo transversal magnético

Tabla 2 Porcentaje de la matriz diagonal para el caso del modo transversal magnético (García-Castillo & Salazar-Palma, 1995).

	Dimensión de la matriz	Dimensión de las diagonales	% diagonales
N=1	27	10	37%
N=2	52	27	51.9%
N=3	85	52	61.2%
N=4	126	85	67.5%
N=5	175	126	72%
N=7	297	232	78.1%
N=9	451	370	82%

Además, en el 2007 F. Alimenti, M. Mongiardo y R. Sorrentino de la Universidad de Perugia, (Alimenti, Mongiardo, & Sorrentino, 1994). Realizaron una investigación la cual trataba sobre una onda completa, la cual combina el método de análisis modal con el método de los elementos finitos, a este se le aplica el análisis de dobleces angulados en el plano H en las guías de onda rectangular. Este doblez se segmentaba en varias regiones caracterizadas por una representación de matriz de admitancia generalizada. Este último se calcula mediante el análisis modal para las categorías regulares y para las categorías irregulares se utiliza el método de los elementos finitos. Como conclusiones de este proyecto, se introduce un nuevo método, basado en el uso combinado de los elementos finitos y el análisis modal para el análisis de dobleces angulados en el plano H en las guías de onda rectangular. Este método aumenta significativamente la aplicabilidad del método de análisis modal, en la Figura 11 se puede observar el coeficiente de reflexión del plano magnético utilizando el análisis modal como técnica de simulación.

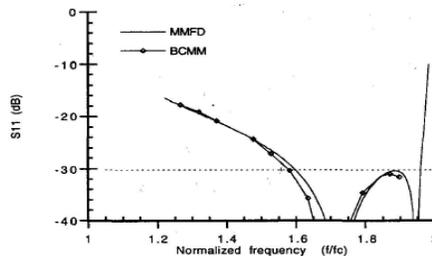


Figura 11 Coeficiente de reflexión del plano magnético a 90 grados (Alimenti et al., 1994).

En este mismo año Vicente E. Boria y Benito Gimeno junto con la Universidad politécnica de Valencia, España, realizaron un trabajo llamado Filtros de guía de onda para satélites. Este trabajo es un poco más teórico ya que trata acerca de la importancia y de cómo ha evolucionado el uso de filtros de guías de onda para satélites en el mundo (Boria & Gimeno, 2007). Desde la década de los años 60 cuando se lanzaron las primeras series de satélites Intelsat, el número de aplicaciones de los sistemas de comunicación por satélite crecieron exponencialmente. En las ultimas 4 décadas, los usos de sistemas de satélites se han extendido desde los sistemas tradicionales de telecomunicaciones fijas para hacer frente a las aplicaciones móviles, de navegación y de teledetección. Para el diseño de filtros de guía de onda el análisis electromagnético preciso y eficiente de filtros de guías de onda, tradicionalmente se ha seguido una estrategia que consiste en dividir en la estructura completa de bloques de construcción de teclas más simples, en la Figura 12 Matriz de Scattering de aplicación satelital Figura 12 se puede observar la obtención de una matriz de Scattering para la aplicación de guias de onda en los satélites.

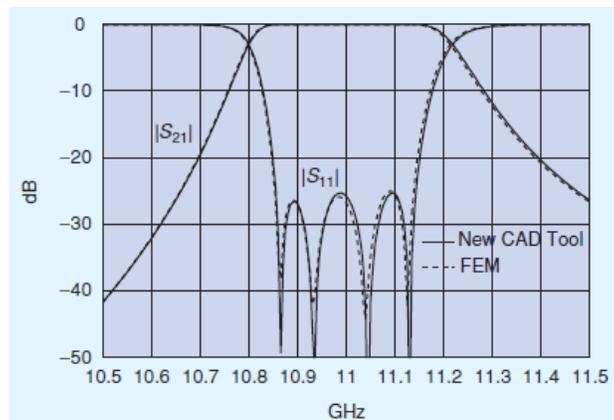


Figura 12 Matriz de Scattering de aplicación satelital (Boria & Gimeno, 2007).

También fue necesario realizar una investigación acerca del tema de los Modos transversales eléctricos y los modos transversales magnéticos. Se encontró que Marco Guglielmi y David R de la Universidad de Houston (Guglielmi & Jackson, 1991). Realizaron una investigación en la cual se describe una solución exacta al problema de la dispersión de los modos transversales eléctricos (TE) y magnéticos(TM) a partir de una rejilla plana y periódica de donde blanda en una interfaz dieléctrica. Para esto es necesario suponer que la rejilla es de

metal y es perfectamente conductora, con dos bandas diferentes dentro de una celda. Se dan expresiones para los elementos de las matrices de acoplamiento multimodo, junto con una comparación de resultados para la potencia que se requiera transmitir, a continuación, en la Figura 13 se observa la densidad de potencia transmitida que obtuvo una de las simulaciones de los autores.

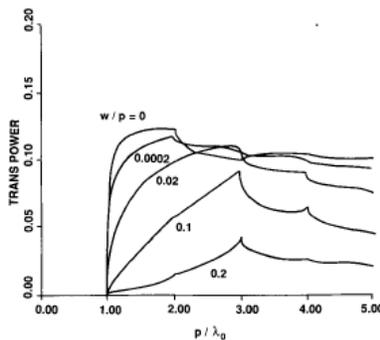


Figura 13 Densidad de potencia transmitida (Guglielmi & Jackson, 1991).

Además en el 2005 Collin G. Wells de la Universidad de Southern en Australia, se realizó otro trabajo de investigación llamado “Mode matching analysis of a shielded rectangular dielectric-rod waveguide” (Wells & Ball, 2005). Este proyecto revela que las ondas dieléctricas rectangulares transversales son ampliamente utilizadas en longitudes de ondas milimétricas. Además, los resonadores dieléctricos blindados que tiene la sección transversal cuadrada se usan a menudo como elementos de filtro; sin embargo, casi no se encuentra información disponible sobre el efecto que éstas traen. La guía de onda rectangular o cuadrada son normalmente difíciles de analizar debido al comportamiento de los campos de sus esquinas. Este documento describe el método de análisis modal en guías de onda. Se estudia el comportamiento de propagación, las dimensiones de los materiales y los resultados se verifican por comparación de datos publicados anteriormente.

Para finalizar uno de las últimas investigaciones que aborda el tema de análisis modal, fue una investigación realizada por J.L Agüero de la Universidad de la plata en Argentina (Bitezniq, Agüero, & Beroqui, 2014). El autor presento el desarrollo de una herramienta fácil de usar para obtener el cálculo de la matriz de estado A. El programa desarrollado fue nombrado SIAM (Sistema informático para el análisis modal). Esta matriz se obtiene a partir de los datos que se obtienen por la solución de flujo de carga y de los parámetros del modelo

dinámico empleados. Como conclusiones de este trabajo se obtuvo que, este programa fue desarrollado con el fin de calcular el sistema DAE con la matriz completa de un sistema de potencia.

CAPITULO 3

MARCO TEÓRICO

3 MARCO TEÓRICO

3.1 ECUACIONES DE MAXWELL

Los fenómenos eléctricos y magnéticos a nivel macroscópico se pueden describir mediante las ecuaciones de Maxwell. El trabajo de Maxwell resumió la ciencia electromagnética, a partir de las consideraciones teóricas y la corriente eléctrica de desplazamiento se condujo al experimento de descubrimiento por Hertz de la propagación de ondas electromagnéticas (M. Pozar, 2012). En esta parte del proyecto de grado describe los conceptos básicos de la teoría electromagnética, además se presentan las ecuaciones y se discutirá el efecto de los materiales dieléctricos y magnéticos.

Las ondas planas son la forma más simple de ondas electromagnéticas y sirven para ilustrar una serie de propiedades básicas asociadas con la propagación de ondas. La forma general de las ecuaciones de Maxwell que varían en el tiempo se puede describir de la siguiente manera:

$$\nabla \times \bar{E} = \frac{-\partial \bar{B}}{\partial t} - \bar{M} \quad (1)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{J} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (4)$$

Las unidades tomadas en las ecuaciones 1, 2, 3, 4 se definen de la siguiente manera:

\bar{E} = Campo eléctrico, y está dado por la unidad $\left(\frac{V}{m}\right)$.

\bar{H} = Campo magnético, y está dado por la unidad $\left(\frac{A}{m}\right)$.

\bar{D} = Densidad de flujo eléctrico, y está dado por la unidad $\left(\frac{C}{m^2}\right)$.

\bar{B} = Densidad de flujo magnético, y está dado por la unidad $\left(\frac{Wb}{m^2}\right)$.

\bar{M} = Densidad de corriente magnética, y está dada por la unidad $\left(\frac{V}{m^2}\right)$.

\bar{J} = Densidad de corriente eléctrica, y está dada por la unidad $\left(\frac{A}{m^2}\right)$.

ρ = Densidad de carga eléctrica, y está dada por la unidad $\left(\frac{C}{m^3}\right)$

Las fuentes del campo electromagnético son las corrientes M y J y la densidad de carga eléctrica está dada por ρ . La corriente magnética es una fuente ficticia teniendo en cuenta que solo es una conveniencia matemática. Como la corriente eléctrica es realmente un flujo de carga, se puede decir que la densidad de carga eléctrica es la fuente principal del campo electromagnético (M. Pozar, 2012).

3.2 LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

Una de las primeras investigaciones realizada en ingeniería de microondas fue el desarrollo de guías de onda y líneas de transmisión para transmitir energía de baja pérdida a altas frecuencias. Cabe resaltar que Oliver Heaviside, considero la posibilidad de propagar ondas electromagnéticas dentro de un tubo hueco cerrado en 1893, rechazó la idea porque creía que dos conductores eran necesarios para la transferencia de energía electromagnética. Cinco años después, John William Strutt nació el 12 de noviembre de 1842 y murió el 30 de junio de 1919 y demostró matemáticamente que la propagación de ondas en las guías de onda era posible para ambas secciones transversales circulares y rectangulares. Por otro lado, Rayleigh también notó que existía un conjunto infinito de modos de guía de onda del tipo transversal eléctrico (TE) y del transversal magnético (TM), además de esto, se comprobó que era posible la existencia de una frecuencia de corte, pero a pesar de esto no se realizó ninguna verificación experimental en ese momento. Los primeros sistemas de radio frecuencia (RF) y microondas se basaban en guías de onda, líneas de dos hilos y líneas coaxiales para la transmisión. Las guías de onda tienen la ventaja de tener gran capacidad de manejo de potencia y, además, de bajas pérdidas, pero uno de los principales problemas es que son muy

costosas especialmente a bajas frecuencias. La línea de transmisión proporciona una alternativa, en forma de línea de cinta, líneas de micro banda, líneas de trama, guías de onda coplanares y muchos otros tipos de geometrías relacionadas. Dichas líneas de transmisión son compactas, de bajo costo y pueden integrarse fácilmente con los dispositivos de circuitos activos como diodos y transistores, para formar circuitos integrados de microondas. La primera línea de transmisión planar pudo haber sido una línea coaxial plana, utilizada en una red divisoria de potencia de producción en la segunda guerra mundial. Una línea de transmisión se caracteriza por una constante de propagación, una constante de atenuación y una impedancia característica (M. Pozar, 2012).

3.3 GUÍAS DE ONDA

“Son conductores huecos que pueden tomar diferentes formas, pero las que se usan normalmente son las de sección transversal rectangular o circular. Para determinar la distribución de los campos electromagnéticos dentro de la guía, se procede a resolver las ecuaciones de Maxwell sujetas a las condiciones de frontera en las paredes de la guía de onda. Líneas de transmisión y guías de onda” (Sosa Pedroza & Ortega Lara, 1991).

3.3.1 Guía de onda rectangular

Las guías de onda rectangulares fueron uno de los primeros tipos de líneas de transmisión en ser utilizadas para transportar las señales de microondas, estas actualmente todavía son utilizadas para muchas aplicaciones como por ejemplo en los dispositivos satelitales. Debido a la tendencia de miniaturización de las cosas y la integración, la mayoría de los circuitos microondas modernos se han diseñado mediante la utilización de líneas de transmisión planas, los ejemplos más claros son las antenas microstrip y la stripline en lugar de utilizar las guías de onda. Sin embargo, hay una necesidad de guías de onda en muchos casos, que incluyen sistemas de alta potencia, aplicaciones de ondas milimétricas, sistemas satelitales entre otras. Las guías de onda rectangular pueden propagar modos transversales tanto eléctricos como magnéticos (Sosa Pedroza & Ortega Lara, 1991). A continuación, en la Figura 14 se muestra un ejemplo de una guía de onda rectangular.

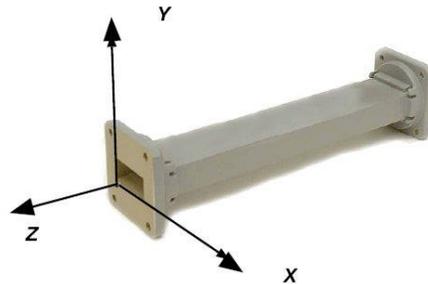


Figura 14. Guía de onda rectangular (Escobedo, 2012).

3.4 MODOS TRANSVERSALES ELÉCTRICOS (TE)

La geometría de la guía de onda rectangular se muestra en la Figura 15, donde se puede ver la guía de onda rectangular llena de un material de permitividad ϵ y una permeabilidad μ . Normalmente es necesario que el lado x de la guía de onda rectangular sea más largo de modo que $a > b$, esto a consecuencia de su modo fundamental TE_{10} .

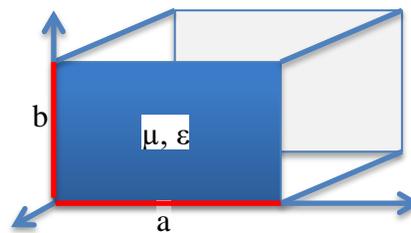


Figura 15. Geometría de la guía de onda rectangular (M. Pozar, 2012).

"Los modos de la guía de onda rectangular TE se caracterizan por tener un campo eléctrico en el eje z (E_z) igual a 0, mientras que el campo magnético en el eje z debe satisfacer la ecuación de onda."

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + kc^2 \right) h_z(x, y) = 0 \quad (5)$$

Para tener en cuenta, en la ecuación 5 kc es el número de onda. Esta ecuación se puede resolver mediante el método de separación de variables obteniendo como resultado.

$$\frac{1}{X} \left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{Y} \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} \right) + kc^2 = 0 \quad (6)$$

Ahora para encontrar la solución de la ecuación de onda en el modo transversal eléctrico es necesario dividir la ecuación 6 en dos ecuaciones, esto con el fin de tener una variable que solo se trabaje con X y la otra con Y . Es fundamental aclarar que el número de onda es igual a $k_x^2 X + k_y^2 Y$, sustituyendo y reemplazando en la ecuación 6.

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + k_x^2 X = 0 \quad (7a)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + k_y^2 Y = 0 \quad (7b)$$

La solución general para el campo magnético puede ser escrita como:

$$hz(x, y) = (A \cos k_x^2 X + B \sin k_x^2 X)(C \cos k_y^2 Y + D \sin k_y^2 Y) \quad (8)$$

Para evaluar las constantes de la ecuación 8 se deben aplicar condiciones de contorno en los componentes de campo eléctrico de las paredes de las guías de onda rectangular, para esto es necesario decir que $ex(x, y) = 0$, en $y = 0, b$ y $ey(x, y) = 0$ en $x = 0, a$. Con esto es necesario encontrar el resultado de ex y ey .

$$ex = -\frac{jw\mu}{k^2 c} ky (A \cos k_x^2 X + B \sin k_x^2 X)(-C \cos k_y^2 Y + D \sin k_y^2 Y) \quad (9a)$$

$$ey = \frac{jw\mu}{k^2 c} kx (A \cos k_x^2 X + B \sin k_x^2 X)(C \cos k_y^2 Y + D \sin k_y^2 Y) \quad (9b)$$

Teniendo en cuenta que tanto D como B son iguales a 0 y que $ky = \frac{n\pi}{b}$ para los n iguales 0, 1, 2, 3, ... y que $kx = \frac{m\pi}{a}$ para los m iguales a 0, 1, 2, 3, ... con esto se puede encontrar la solución final de H_z para m, n enteros y que de aquí en adelante llamaremos modos.

$$H_z(x, y, z) = A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \quad (10)$$

Donde A_{mn} es una constante de amplitud arbitraria la cual está compuesta por las constantes restantes de A y C de la ecuación 8. Los componentes del campo transversal eléctrico pueden ser descritos como.

$$E_x = \frac{j\omega\mu n\pi}{k^2 cb} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \quad (11a).$$

$$E_y = \frac{-j\omega\mu m\pi}{k^2 ca} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \quad (11b).$$

$$H_x = \frac{j\beta m\pi}{k^2 ca} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \quad (11c).$$

$$H_y = \frac{j\beta n\pi}{k^2 cb} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \quad (11d).$$

La constante de propagación es igual a $\beta = \sqrt{k^2 - k^2 c} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$ (M. Pozar, 2012).

3.5 MODOS TRANSVERSALES MAGNÉTICOS (TM)

Los modos transversales eléctricos son caracterizados por el campo con $H_z=0$, en este caso también se hace necesario resolver la ecuación de la onda.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 c\right) e_z(x, y) = 0 \quad (12)$$

Cabe resaltar que $E_z(x, y, z) = e_z(x, y)e^{-j\beta z}$ y $k^2 c = k^2 - \beta^2$, como se había mencionado anteriormente la ecuación 12 también debe ser resuelta mediante el método de separación de

variables, así como se resolvió anteriormente en el modo transversal eléctrico. La solución general de esta ecuación está dada por:

$$ez(x, y) = (A \cos k_x X + B \sin k_y Y)(C \cos k_x X + D \sin k_y Y) \quad (13)$$

Las condiciones para encontrar la solución a la ecuación 13 son aplicadas directamente al ez , $ez(x, y) = 0$ en $x = 0, a$. y por otro lado $ez(x, y) = 0$ en $y = 0, b$. como se había hecho anteriormente al encontrar la solución de la ecuación de onda en el modo transversal eléctrico se asume en este caso que $A=0$, $kx = \frac{m\pi}{a}$ para los m iguales a $0, 1, 2, \dots$ y $C=0$ con $ky = \frac{n\pi}{b}$ para los n iguales a $0, 1, 2$. Después de realizar este proceso se encuentra la solución de los modos transversales magnéticos.

$$Ex = \frac{-j\beta m\pi}{k^2 ca} A_{mn} \left(\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \right) \quad (14a).$$

$$Ey = \frac{-j\beta n\pi}{k^2 cb} A_{mn} \left(\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \right) \quad (14b).$$

$$Hx = \frac{jw\epsilon n\pi}{k^2 cb} A_{mn} \left(\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \right) \quad (14c).$$

$$Hy = \frac{-jw\epsilon m\pi}{k^2 cb} A_{mn} \left(\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \right) \quad (14d).$$

La constante de propagación es $\beta = \sqrt{k^2 - k^2 c} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$ (M. Pozar, 2012).

Los resultados obtenidos para el campo transversal eléctrico y magnético están resumidos en la Tabla 3.

Tabla 3 Resultados de los modos TE y TM en una guía de onda rectangular (M. Pozar, 2012).

Cifra	Modos TE_{mn}	Modos TM_{mn}
K	$w\sqrt{\mu\varepsilon}$	$w\sqrt{\mu\varepsilon}$
Kc	$\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$
β	$\sqrt{k^2 - k^2c}$	$\sqrt{k^2 - k^2c}$
Ez	0	$B\sin\left(\frac{m\pi}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}\right)e^{-j\beta z}$
H _z	$A\cos\left(\frac{m\pi}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}\right)e^{-j\beta z}$	0
E _x	$\frac{jw\mu n\pi}{k^2cb} Amn\left(\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}\right)$	$\frac{-j\beta m\pi}{k^2ca} Amn\left(\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}\right)$
E _y	$\frac{-jw\mu m\pi}{k^2ca} Amn\left(\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}\right)$	$\frac{-j\beta n\pi}{k^2cb} Amn\left(\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}\right)$
H _x	$\frac{j\beta m\pi}{k^2ca} Amn\left(\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}\right)$	$\frac{jw\varepsilon n\pi}{k^2cb} Amn\left(\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}\right)$
H _y	$\frac{j\beta n\pi}{k^2cb} Amn\left(\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}\right)$	$\frac{-jw\varepsilon m\pi}{k^2cb} Amn\left(\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}\right)$

3.6 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (FEM)

La geometría de las piezas, son normalmente sometidas a cargas y restricciones, se divide en partes mucho más pequeñas, estas son normalmente conocidas como elementos los cuales representan el dominio continuo del problema. La división de la geometría en pequeñas piezas soluciona el problema complejo, puesto que este subdivide la región en problemas más pequeños y esto permite a la computadora hacer las simulaciones necesarias para encontrar las respuestas en frecuencia de la guía de onda.

Este método propone que un número infinito de variables desconocidas, sean sustituidas por un número de variables que tengan un comportamiento bien definido, estas divisiones

normalmente pueden tener diferentes formas entre ellas triangular, rectangular. Estas formas dependen del tipo y tamaño del problema.

El conjunto de todos los ítems es decir conexiones entre los puntos nodales y los elementos se les conoce como mallado. Esto debido a la división de la región o geometría, las ecuaciones matemáticas que rigen el comportamiento de toda la pieza no se resuelven de manera exacta, sino aproximada. La precisión del método FEM depende de la cantidad de subdivisiones que haga el sistema, por lo tanto, mientras menor sea el tamaño y mayor el número de elementos de la malla más preciso serán los resultados del análisis del simulador (Mirlisenna, 2016). En la Figura 16 se puede observar un ejemplo de la subdivisión que utiliza el método de los elementos finitos en una región.

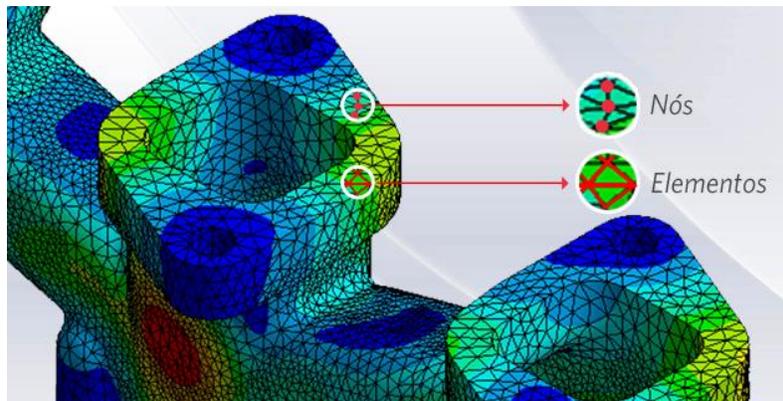


Figura 16. Puntos nodales, elementos y malla del método FEM (Mirlisenna, 2016).

3.7 ANÁLISIS MODAL

El análisis modal en las uniones coplanares entre las guías de onda son un problema clásico en la caracterización electromagnética de dispositivos de tecnología guiada. El objetivo principal del método es la obtención de una ecuación integral de campo magnético cuya solución se plantea a partir del método de los momentos, es la caracterización de la unión planar entre guías bajo el análisis de una red multimodal equivalente basada en matrices de impedancias generalizadas (Oltra et al., 2004), un ejemplo de una red multimodal se puede observar en la Figura 17.

Para el análisis de las discontinuidades de las guías de onda, es útil un formalismo que permite que una estructura de guías de onda se represente como un circuito de N puertos. Estas terminaciones de las guías de onda suelen estar definidas por la sección transversal de las guías de onda que están conectadas al circuito. Cada modo definido en cada una de las secciones transversales define un puerto de la red multipuerto que modela el circuito de guía de onda. (Fernández de Alba, 2013)



Figura 17 Método de modos acoplados (Gutiérrez Bernal, 2017b).

3.7.1 Formulación general

El campo total en una guía de onda puede ser representada por la suma de los modos eléctricos y magnéticos de esta. Estos modos son las soluciones encontradas anteriormente en las ecuaciones de Maxwell, normalmente estas ecuaciones cumplen todas las condiciones de contorno en las paredes laterales de la guía.

Cada uno de los modos tienen un campo diferente y estos además pueden viajar en sentido positivo o negativo del eje longitudinal de la guía, para nuestro caso el eje z . Sus amplitudes (tanto la que viaja en modo positivo como la que viaja en modo negativo, que no tienen por qué ser iguales) vendrán determinadas por las condiciones de contorno del problema.

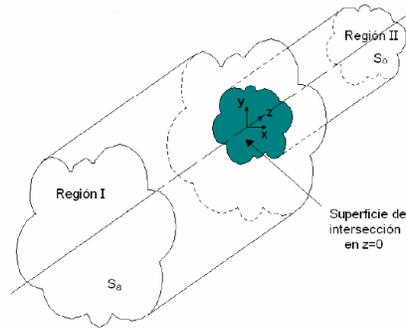


Figura 18. Discontinuidad entre guías de onda (Martínez, 2009).

Si en las guías bajo estudio no hay conductores interiores como en la Figura 18, el campo de cada guía de onda rectangular o circular solo estará dado por los modos transversales eléctricos (TE) y los modos transversales magnéticos (TM). “Si nos centramos en la guía anteriormente mostrada, las componentes transversales de los campos eléctricos y magnéticos pueden describirse como” (Martínez, 2009):

$$\vec{E}_t^I = \sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I e^{-\gamma_i^I z} + b_i^I e^{+\gamma_i^I z}] \vec{e}_i^I \quad (15a)$$

$$\vec{H}_t^I = \sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I e^{-\gamma_i^I z} + b_i^I e^{+\gamma_i^I z}] \vec{h}_i^I \quad (15b)$$

Donde,

a_i^I Es la amplitud compleja del modo incidente i de la región I.

b_i^I Es la amplitud compleja del modo reflejado i de la región I.

γ_i^I Es la constante de propagación del modo i de la región I.

\vec{e}_i^I Es el campo eléctrico transversal del modo i en la región I.

\vec{h}_i^I Es el campo magnético transversal del modo i en la región I.

Siendo la región I, la guía más grande. Los componentes transversales de los campos eléctricos y magnéticos de la derecha de la discontinuidad se describen como:

$$\vec{E}_t^{II} = \sum_{j=1}^{\infty} [a_j^{II} e^{-\gamma_j^{II} z} + b_j^{II} e^{+\gamma_j^{II} z}] \vec{e}_j^{II} \quad (16a)$$

$$\vec{H}_t^{II} = \sum_{j=1}^{\infty} [a_j^{II} e^{-\gamma_j^{II} z} + b_j^{II} e^{+\gamma_j^{II} z}] \vec{h}_j^{II} \quad (16b)$$

a_j^{II} Es la amplitud compleja del modo incidente j de la región II.

b_j^{II} Es la amplitud compleja del modo reflejado j de la región II.

γ_j^{II} Es la constante de propagación del modo j de la región II.

\vec{e}_j^{II} Es el campo eléctrico transversal del modo j en la región II.

\vec{h}_j^{II} Es el campo magnético transversal del modo j en la región II.

Siendo la región II, la guía más pequeña.

En las ecuaciones 11a, 11b, 12a y 12b cada modo i, j (Martínez, 2009), pueden ser de tipo transversal eléctrico o transversal magnético, para que las ecuaciones representen el campo total de manera exacta, estas deben incluir todos los modos TE y TM, incluso los que están en la frecuencia de corte.

Tomando el plano de referencia para el eje z es decir es por donde se propaga la onda, las ecuaciones 15a, 15b, 16a y 16b quedan de la siguiente manera:

$$\vec{E}_t^I = \sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I + b_i^I] \vec{e}_i^I \quad \vec{H}_t^I = \sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I - b_i^I] \vec{h}_i^I \quad (17a)$$

$$\vec{E}_t^{II} = \sum_{j=1}^{\infty} [a_j^{II} + b_j^{II}] \vec{e}_j^{II} \quad \vec{H}_t^{II} = \sum_{j=1}^{\infty} [a_j^{II} - b_j^{II}] \vec{h}_j^{II} \quad (17b)$$

A continuación, se imponen las condiciones de contorno las cuales deben ser verificadas por los campos electromagnéticos de la interfaz entre las dos regiones de la guía, además estas condiciones se combinan con las ecuaciones 17a y 17b para dar como resultado.

$$\sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I + b_i^I] e_i^I = \begin{cases} \sum_{j=1}^{\infty} [a_j^{II} + b_j^{II}] e_j^{II}, & \text{en } S_0 \\ 0, & \text{en } S_a - S_0. \end{cases} \quad (18a)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I - b_i^I] h_i^I = \sum_{j=1}^{\infty} [-a_j^{II} + b_j^{II}] h_j^{II}, \text{ en } S_0 \quad (18b)$$

En las ecuaciones 18a y 18b, los campos eléctricos de e_i^I se suponen que son conocidos, pero la relación que existe entre las amplitudes todavía es desconocida. Para convertir estas ecuaciones a una forma algebraica, se hace el producto vectorial de la igualdad de campo eléctrico por el campo magnético del modo m de la guía y se integra la superficie $S_1=S_a$. Hay que considerar que el campo eléctrico se anula en la superficie S_a-S_0 (S_a es la superficie de la primera guía y S_0 es la superficie de la segunda). Además, se utilizarán los modos que son ortogonales para realizar el siguiente desarrollo. Un ejemplo de esta superficie se observa en la Figura 19.

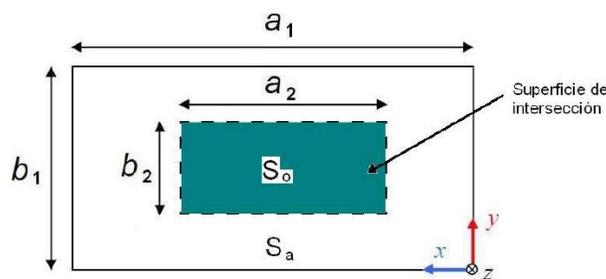


Figura 19. Sección transversal de una discontinuidad entre 2 guías de onda rectangular (Martínez, 2009).

$$\int (e_i^I \times h_i^I) \cdot d\vec{s} = 0 \quad \forall i \neq m \quad (19a)$$

$$\int (e_j^{II} \times h_j^{II}) \cdot d\vec{s} = 0 \quad \forall j \neq n \quad (19b)$$

Aplicando el proceso de las ecuaciones 19a y 19b a las ecuaciones 15a y 15b, además de utilizar el proceso de ortogonalidad (Minitab, 2017), en la práctica estas ecuaciones se truncan para poder calcularlas como una suma finita de términos. Los sumatorios pasan de tener un número limitado de términos que puede ser diferente en cada ecuación, utilizando $m=1$ hasta $N2$ y $n=1$ hasta $N1$, donde $N1$ y $N2$ son los números máximos de términos de ambos sumatorios. Las ecuaciones quedan de la siguiente manera.

$$\int_{S_a} (e_m^I \times h_m^I) d\vec{s} = \delta_{1m} \quad (20a)$$

$$\int_{S_o} (e_j^{II} \times h_m^I) d\vec{s} = X_{jm} \quad (20b)$$

$$\int_{S_o} (e_n^{II} \times h_n^{II}) d\vec{s} = \delta_{2n} \quad (20c)$$

$$\int_{S_o} (e_n^{II} \times h_i^{II}) d\vec{s} = X_{ni} \quad (20d)$$

Cabe aclarar que si los valores δ_{1m} y δ_{2n} son distintos de la unidad, significa que los campos de los modos no se encuentran normalizados, si esto llegase a ocurrir simplemente se normaliza la ecuación dividiendo respectivamente por $\sqrt{\delta_{1m}}$ y $\sqrt{\delta_{2n}}$. Al sustituir las ecuaciones 20 con las ecuaciones 19 se encuentran las mismas ecuaciones, pero de forma matricial.

$$\Delta 1(a^I + b^I) = X^T(a^{II} + b^{II}) \quad (21a)$$

$$X(a^I - b^I) = \Delta 2(-a^{II} + b^{II}) \quad (21b)$$

Para reconstruir la matriz es necesario especificar los vectores de columna y la matriz.

Los vectores de columna son los siguientes:

$$\left. \begin{aligned} a^I &= [a_1^I a_2^I \dots a_{N1}^I]^t \\ a^{II} &= [a_1^{II} a_2^{II} \dots a_{N2}^{II}]^t \\ b^I &= [b_1^I b_2^I \dots b_{N1}^I]^t \\ b^{II} &= [b_1^{II} b_2^{II} \dots b_{N2}^{II}]^t \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Y las matrices.

$$\left. \begin{aligned} \Delta 1 &= \text{diag}[\delta_{1m}] \\ \Delta 2 &= \text{diag}[\delta_{2n}] \\ X &= [X_{nm}] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Las dos primeras matrices diagonales son del tamaño N1 y N2, respectivamente, mientras que X tiene tamaño N2 x N1 (Martínez, 2009).

3.8 OBTENCIÓN DE LA MATRIZ S

Se busca ahora encontrar la solución de la matriz s , o también llamada matriz de dispersión multimodo, o matriz de dispersión generalizada, la cual relaciona las amplitudes de los modos incidentes y reflejados a ambos lados de la discontinuidad con las amplitudes de los modos incidentes también a ambos lados. De acuerdo con la Figura 20, los índices a^I y a^{II} son las amplitudes de los campos incidentes a la izquierda y a la derecha de la estructura, respectivamente; y b^I y b^{II} son los campos reflejados. El bloque de la ilustración 8 representa la discontinuidad de la Figura 20.

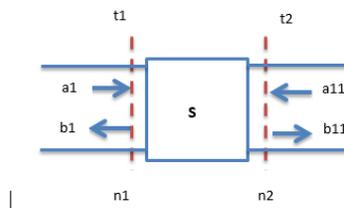


Figura 20. Esquema de las ondas incidentes y reflejadas (Conciauro, Guglielmi, & Sorrentino, 2000).

Matricialmente la relación que se busca está dada del siguiente modo.

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_{11} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Para encontrar los valores de la matriz de dispersión S_{11} , S_{12} , S_{21} y S_{22} , a partir de X , se recuerda que las ecuaciones 19 se han truncado los números de modos en la guía 1 y en la guía 2. Cabe resaltar que para truncar los modos de la guía es necesario utilizar la ecuación de la onda anteriormente descrita y definir un valor de kc_{max} para descartar los modos evanescentes, estos son modos de propagación que no me afectan en nada al resultado final de la simulación. Los valores de las matrices utilizadas siendo $\Delta 1$ y $\Delta 2$, matrices diagonales son:

Tabla 4 Tamaño de los vectores y matrices (Conciauro et al., 2000).

a^I y b^I	$N1 \times 1$
a^{II} y b^{II}	$N2 \times 1$
X	$N2 \times N1$
$\Delta 1$	$N1 \times N1$
$\Delta 2$	$N2 \times N2$
S_{11}	$N1 \times N1$
S_{12}	$N1 \times N2$
S_{21}	$N2 \times N1$
S_{22}	$N2 \times N2$

Teniendo en cuenta la tabla anterior para encontrar la solución a los parámetros S_{11} , S_{12} , S_{21} y S_{22} se tiene lo siguiente.

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= [XX^T + I]^{-1}[XX^T - I] \\ S_{12} &= 2[XX^T + I]^{-1}X \\ S_{21} &= X^T\{I - [XX^T + I]^{-1}[XX^T - I]\} = X^T\{I - S_{11}\} \\ S_{22} &= I - 2X^T[XX^T + I]^{-1}X = I - X^T S_{12} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

“Formalmente, calculada la matriz S , se obtendrá la caracterización de la discontinuidad. Sin embargo, el resultado numérico que se obtenga dependerá del número de términos que se hayan usado en las series que representan el campo $N1$ y $N2$. Esta convergencia no solo depende del valor $N1$ o $N2$ de manera aislada, sino que depende del valor absoluto de los términos $N1+N2$ que se hayan puesto como la relación entre $N1$ y $N2$. Es por esto que se llama problema de convergencia relativa” (Martínez, 2009).

Tabla 5 Comparación entre el método de los elementos finitos y el análisis modal elaborada por los autores.

Método de elementos finitos.	Método análisis modal.
Altos costos en software de simulación	Bajos costos en software de simulación “Matlab”
Gasta bastantes recursos computacionales.	Debido a su modelo matemático el software en comparación con el de elementos finitos gastara menos recursos computacionales.
Respuesta aproximada debido a las subdivisiones que realiza su modelo.	Respuesta exacta
Gasta bastante tiempo de simulación.	Gasta poco tiempo de simulación
Su método matemático es más fácil de entender	El modelo matemático es un poco más difícil de entender que el método de elementos finitos

CAPITULO 4

DESARROLLO MATEMÁTICO

4 DESARROLLO MATEMÁTICO

En los siguientes numerales se detallará de manera secuencial el proceso matemático tenido en cuenta para el desarrollo de este proyecto.

4.1 MODOS DE PROPAGACIÓN

Como ya se comentó, el tipo de filtros a solucionar están conformados por guías de ondas rectangulares. Una guía puede propagar un determinado número de modos en función de su geometría y frecuencia de operación. A mayor frecuencia deben ser menores las dimensiones de la estructura para que existan modos de propagación. Para determinar que modos se propagan en una guía de ondas se deben tener en cuenta las constantes, β (Constante de propagación), K (número de onda) y K_c (número de onda de corte) (M. Pozar, 2012). Dichas constantes están relacionadas y definidas por las siguientes ecuaciones:

$$K_c^2 = K^2 - \beta^2 \quad (25)$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (26)$$

$$k > k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (27)$$

La ecuación número 25, que define k_c , establece una condición sumamente importante, que determina que un modo se propaga dentro de una guía siempre que β sea real o el número de onda sea mayor al número de onda de corte. Al no existir modos de propagación dentro de una guía de ondas cuando se envía una onda electromagnética a determinada frecuencia, en el puerto de salida de la guía no se encontrará ninguna porción del campo electromagnético.

4.2 OBTENCIÓN DE LAS IMPEDANCIAS

Sin importar su geometría, una guía de ondas tiene una impedancia característica que varía según el modo de propagación, el dieléctrico del medio y la frecuencia de la onda incidente. Para efectos de este proyecto todos los cálculos realizados se tomaron sin tener en cuenta pérdidas, como efectos en el material ferromagnético o en el interior dieléctrico de la guía, por esto todos los cálculos se tomaron teniendo en cuenta como medio de propagación el vacío. La impedancia de una guía se puede calcular para el transversal eléctrico o magnético, son valores distintos, pero válidos para luego calcular la matriz de acoplo de la manera adecuada. La impedancia para el transversal eléctrico y magnético se define como el cociente del campo eléctrico en x sobre el campo magnético en y o el campo eléctrico en y , con signo negativo sobre el campo magnético en x , siguiendo lo definido en la ley de ohm.

El concepto de transversal surge al comprender las condiciones de frontera en una guía de ondas, teniendo en cuenta que los campos campo eléctrico o magnético son igual a cero cuando inciden sobre el material ferromagnético que constituye la guía de ondas. Existen tres transversales en el interior de una guía de ondas, transversal electromagnético (cuando el campo eléctrico y magnético no tiene componente en la dirección de propagación), transversal eléctrico (cuando el campo magnético tiene componente en la dirección de propagación) y transversal magnético (cuando el campo eléctrico tiene componente en la dirección de propagación), este fenómeno físico se aprecia en la siguiente Figura 21.

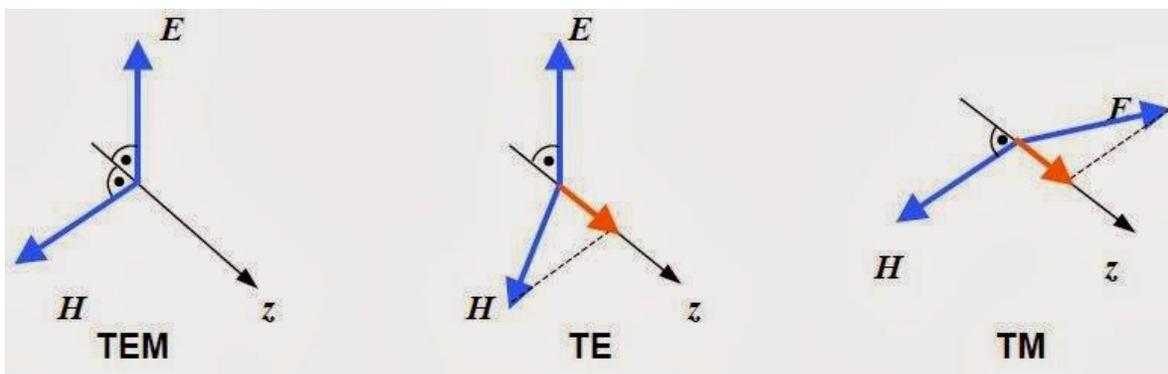


Figura 21. Definición gráfica de los transversales de una onda electromagnética (Rodríguez, 2013).

Para efectos de este proyecto solo se tendrá en cuenta los transversales eléctrico y magnético para comodidad del cálculo de la matriz de acoplo. Teniendo en cuenta los valores de los campos mostrados en la tabla 1 y simplificando los valores de las impedancias se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (28)$$

$$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (29)$$

$$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k} \quad (30)$$

Estas ecuaciones definen la impedancia de una guía de onda rectangular teniendo en cuenta la impedancia característica del vacío (η).

4.3 CALCULO DE LA MATRIZ DE ACOPLO

La matriz de acoplo es una matriz cuyos índices permiten establecer una relación entre dos guías de ondas intersecadas para facilitar luego el cálculo de los parámetros S . Dicha matriz representa la relación entre el voltaje de entrada y de salida en una guía de onda como se define en la siguiente ecuación:

$$V_2 = W \cdot V_1 \quad (31)$$

En la ecuación 31 el termino W representa la matriz de acoplo, V_1 el voltaje de entrada y V_2 el voltaje de salida. La matriz de acoplo representa una relación geométrica de la intersección entre las dos guías de ondas y para su cálculo solo se tiene en cuenta las dimensiones de las estructuras, las impedancias, los modos transversales eléctricos y magnético.

En las *Figura 22* y *Figura 23* se muestran las vistas de dos guías de ondas acopladas.

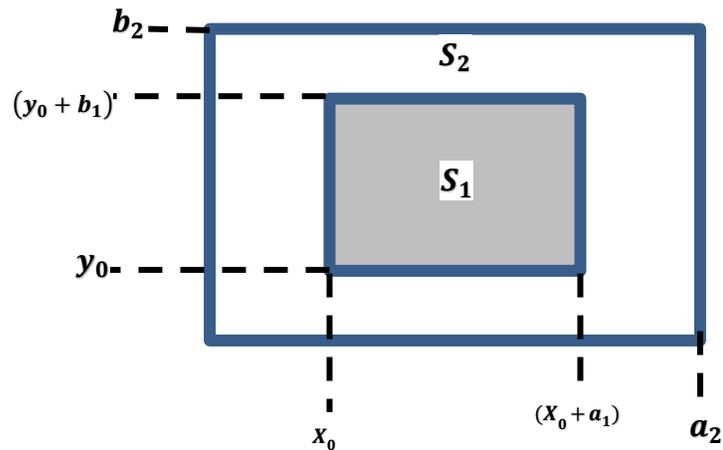


Figura 22. Sección transversal entre dos guías de onda rectangular (Conciauro et al., 2000).

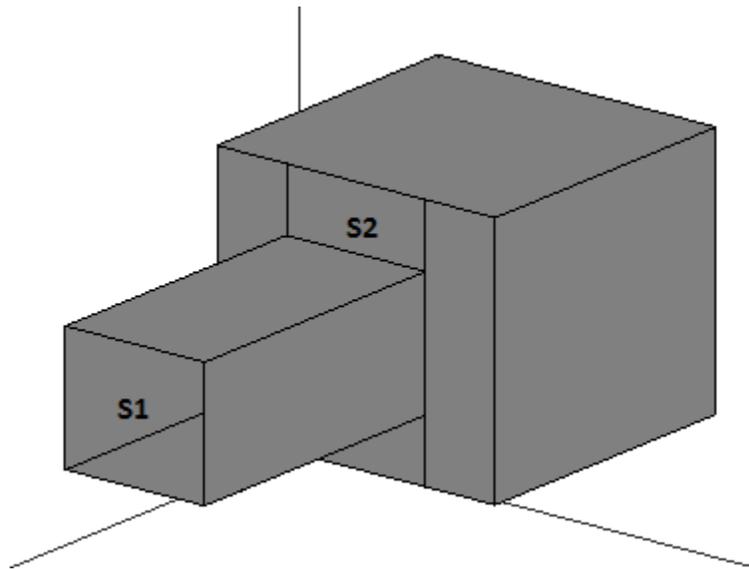


Figura 23. Vista 3D de dos guías de onda acopladas elaborada por los autores.

Con estas figuras se pueden identificar las variables para el cálculo de la matriz de acoplo, que son, alto y ancho de cada guía e intervalos de integración (x_0 , y_0). Para el cálculo de esta matriz es necesario tener en cuenta, que la guía es más grande para asignar los subíndices modales adecuados por convención (m n guía grande, i j guía pequeña). La matriz de acoplo

puede ser hallada de cuatro modos y cualquiera es válido para el posterior cálculo de los parámetros S, estos son TMTM, TMTE, TETM y TETE, esto hace referencia al transversal en el cual se quiere solucionar cada índice de la matriz. Este modo debe ser calculado con relación al modo con el cual se calculó la impedancia de cada guía, por ejemplo, si se calculó la impedancia de la guía pequeña con Z_{TE} y la impedancia de la guía grande con el modo Z_{TM} , el modo de cálculo de la matriz de acoplo debe ser TETM.

Los índices de la matriz de acoplo pueden ser calculados de dos maneras, por integración de línea o por integración de superficie. Las dos maneras son válidas, pero una es más simplificada que es la integración de línea. En la siguiente tabla se muestran las integrales para el cálculo de cada índice de acoplo por el método de la integral de línea:

Tabla 6 Integrales para el cálculo de la matriz de acoplo (Conciauro et al., 2000).

Tipo de Modo		$W_{m,n}$ En eje X	$W_{m,n}$ En eje Y
Guía Pequeña (1)	Guía Grande (2)		
TM	TM	$\frac{k_{c2,mn}^2}{k_{c2,mn}^2 - k_{c1,ij}^2} \oint_{C1} \phi_{mn}^2 \left(\frac{\partial \phi_{ij}^1}{\partial y} \right) dx$	$\frac{k_{c2,mn}^2}{k_{c2,mn}^2 - k_{c1,ij}^2} \oint_{C1} \phi_{mn}^2 \left(\frac{\partial \phi_{ij}^1}{\partial x} \right) dy$
TM	TE	0	0
TE	TM	$\oint_{C1} \phi_{ij}^1 \left(\frac{\partial \phi_{mn}^2}{\partial x} \right) dx$	$\oint_{C1} \phi_{ij}^1 \left(\frac{\partial \phi_{mn}^2}{\partial y} \right) dy$
TE	TE	$\frac{k_{c1,ij}^2}{k_{c1,ij}^2 - k_{c2,mn}^2} \oint_{C1} \phi_{mn}^1 \left(\frac{\partial \phi_{mn}^2}{\partial y} \right) dx$	$\frac{k_{c1,ij}^2}{k_{c1,ij}^2 - k_{c2,mn}^2} \oint_{C1} \phi_{ij}^1 \left(\frac{\partial \phi_{mn}^2}{\partial x} \right) dy$

Esta formulación solo es válida siempre y cuando el K_c de la guía pequeña sea distinto del K_c de la guía grande, de no ser así el índice de la matriz de acoplo deberá ser calculado por el método de la integral de superficie (Guillot, Couffignal, Baudrand, & Theron, 1993). El método de la integral de superficie consta en solucionar la integral del campo en \mathbf{x} de la guía pequeña en producto por el campo en \mathbf{x} de la guía grande, ha esto se le debe sumar la integral de los mismos campos, pero en el eje \mathbf{y} , el valor de cada campo está determinado por el transversal que desee calcular *Tabla 6*.

Considerando la unión por pasos entre dos guías de onda rectangulares, como se ilustra en la Figura 22. Se debe tener en cuenta que la superficie S_1 debe estar en el interior de la superficie S_2 , por lo tanto, es necesario aplicar las siguientes restricciones geométricas $0 \leq x_0, 0 \leq y_0, (x_0 + a_1) \leq a_2$, y $(y_0 + b_1) \leq b_2$. Para evaluar la matriz de acoplamiento se hace necesario analizar cuatro casos, los cuales corresponden al acoplamiento de un modo TM o TE de la guía de onda grande o superficie S_2 con un modo TE o TM de la guía de onda pequeña o superficie S_1 (Conciauro et al., 2000).

Para encontrar los modos que se quieren propagar, primero se deben descartar los modos evanescentes los cuales se generan cuando el valor de la constante de propagación es muy pequeño. Los modos evanescentes se descartan acotando el cálculo de los modos de propagación con la variable k la cual es denominada como el número de onda y está definida por la siguiente ecuación 23 (M. Pozar, 2012). La siguiente formulación es mostrada para definir la solución de las integrales que permiten calcular la matriz de acoplo:

$TE^1 TM^2$ guía pequeña, guía grande

$$\oint C = \emptyset_j^1 \frac{\partial \emptyset_i^2}{dl}$$

$$\emptyset_j^1 = A_{i,j} \cos \left(\left(\frac{i\pi(x - x_0)}{a_1} \right) \right) \cos \left(\left(\frac{j\pi(y - y_0)}{b_1} \right) \right)$$

$$\frac{\partial \phi_i^2}{\partial l} = A_{m,n} \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) \left(\frac{m\pi}{a_2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right)$$

$$\phi_i^1 = A_{m,n} \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right)$$

$$\begin{aligned} & \int_{x_0}^{x_0+a_1} A_{ij} \cos\left(\left(\frac{i\pi(x-x_0)}{a_1}\right)\right) \cos\left(\left(\frac{j\pi(y-y_0)}{b_1}\right)\right) A_{m,n} \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) \left(\frac{m\pi}{a_2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right) dl \\ &= A_{ij} \cos\left(\left(\frac{j\pi(y-y_0)}{b_1}\right)\right) A_{m,n} \left(\frac{m\pi}{a_2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right) \int_{x_0}^{x_0+a_1} \cos\left(\left(\frac{i\pi(x-x_0)}{a_1}\right)\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) dl \quad (31) \end{aligned}$$

Para estas integrales el diferencial dl hace referencia al diferencial con respecto al eje de integración y el diferencial dn hace referencia al diferencial con respecto a la normal del eje de integración. La sección en negrilla en adelante se llamará ICX para menor extensión en la expresión matemática, a continuación, se muestra el procedimiento para hallar la solución a esta integral:

$$\begin{aligned} ICX &= \int_{x_0}^{x_0+a_1} \left(\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1}\right) \cos\left(\frac{i\pi x_0}{a_1}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a_1}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) dl \\ & \int_{x_0}^{x_0+a_1} \cos\left(\frac{i\pi x}{a_1}\right) \cos\left(\frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a_1}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) dl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{x_0}^{x_0+a_1} \left(\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} + \frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \right. \\ & \quad \left. + \cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) + \left(\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \right. \\ & \quad \left. - \cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} + \frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) dl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{x_0}^{x_0+a_1} \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} + \frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right)}{2} + \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right)}{2} \\ & \quad + \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right)}{2} - \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} + \frac{i\pi x_0}{a_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right)}{2} \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{x_0}^{x_0+a_1} \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} + \frac{i\pi x_0}{a_1} + \frac{m\pi x}{a_2}\right) + \cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} + \frac{i\pi x_0}{a_1} - \frac{m\pi x}{a_2}\right)}{4} \\ & \quad + \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} + \frac{m\pi x}{a_2}\right) + \cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} - \frac{m\pi x}{a_2}\right)}{4} \\ & \quad + \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} + \frac{m\pi x}{a_2}\right) + \cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} - \frac{m\pi x}{a_2}\right)}{4} \\ & \quad - \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} + \frac{i\pi x_0}{a_1} + \frac{m\pi x}{a_2}\right) + \cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} + \frac{i\pi x_0}{a_1} - \frac{m\pi x}{a_2}\right)}{4} dx \quad (33) \end{aligned}$$

Como se puede observar en la ecuación anterior se pueden cancelar los términos en negrilla, esto permite reducir la expresión así:

$$\int_{x_0}^{x_0+a_1} \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} + \frac{m\pi x}{a_2}\right) + \cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} - \frac{m\pi x}{a_2}\right)}{2} dx$$

$$\int_{x_0}^{x_0+a_1} \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} + \frac{m\pi x}{a_2}\right)}{2} + \frac{\cos\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} - \frac{m\pi x}{a_2}\right)}{2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} + \frac{m\pi x}{a_2}\right) \left(\frac{a_2 a_1}{m\pi a_1 + i\pi a_2}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} - \frac{m\pi x}{a_2}\right) \left(\frac{a_2 a_1}{m\pi a_1 - i\pi a_2}\right) \right) \quad (34)$$

Ya que la integral que se está evaluando (para el método de la integral de línea) es una integral cerrada de contorno, se necesita tener en cuenta que la solución a esta integral es la suma de las cuatro integrales de los bordes de la guía, se tiene:

$$\oint = \int 1 + \int 2 + \int 3 + \int 4 \quad (35)$$

$$\int 1 = A_{i,j} \cos\left(\frac{j\pi(y-y_0)}{b_1}\right) A_{m,n} \left(\frac{m\pi}{a_2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right) \left(\frac{1}{2} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} + \frac{m\pi x}{a_2}\right) \left(\frac{a_2 a_1}{m\pi a_1 + i\pi a_2}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} - \frac{m\pi x}{a_2}\right) \left(\frac{a_2 a_1}{m\pi a_1 - i\pi a_2}\right) \right) \right)_{x_0}^{x_0+a_1} \quad (36)$$

Ahora bien, para encontrar la integral de coseno en y (ICY) se utiliza el mismo formulamiento anteriormente descrito, se obtiene lo siguiente:

$$\phi_j^2 = A_{i,j} \cos\left(\left(\frac{i\pi(x-x_0)}{a_1}\right)\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{b_1}\right)$$

$$\phi_i^1 = A_{m,n} \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right)$$

$$\frac{\partial \phi_i^1}{\partial y} = A_{m,n} \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right) \left(\frac{n\pi}{b_2}\right)$$

$$ICY = \frac{1}{2} \left(\left(\text{sen}\left(\frac{j\pi y}{b_1} - \frac{j\pi y_0}{b_1} + \frac{n\pi y}{b_2}\right) \left(\frac{b_2 b_1}{j\pi b_2 + n\pi b_1}\right) \right) \right. \\ \left. + \left(\text{sen}\left(\frac{j\pi y}{b_1} - \frac{j\pi y_0}{b_1} - \frac{n\pi y}{b_2}\right) \left(\frac{b_2 b_1}{j\pi b_2 - n\pi b_1}\right) \right) \right) \frac{y_0 + b_1}{y_0}$$

$$\int 2 = A_{i,j} \cos\left(\left(\frac{i\pi(x-x_0)}{a_1}\right)\right) A_{m,n} \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right) \frac{1}{2} \left(\left(\text{sen}\left(\frac{j\pi y}{b_1} - \frac{j\pi y_0}{b_1} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{n\pi y}{b_2}\right) \left(\frac{b_2 b_1}{j\pi b_2 + n\pi b_1}\right) \right) \\ \left. + \left(\text{sen}\left(\frac{j\pi y}{b_1} - \frac{j\pi y_0}{b_1} - \frac{n\pi y}{b_2}\right) \left(\frac{b_2 b_1}{j\pi b_2 - n\pi b_1}\right) \right) \right) \frac{y_0 + b_1}{y_0}$$

$$\begin{aligned}
\int 3 &= A_{i,j} \cos\left(\frac{j\pi(y-y_0)}{b_1}\right) A_{m,n} \left(\frac{m\pi}{a_2}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right) \left(\frac{1}{2} \left(\text{sen}\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1}\right.\right.\right. \\
&\quad \left.\left.\left. + \frac{m\pi x}{a_2}\right)\left(\frac{a_2 a_1}{m\pi a_1 + i\pi a_2}\right)\right.\right. \\
&\quad \left.\left. + \text{sen}\left(\frac{i\pi x}{a_1} - \frac{i\pi x_0}{a_1} - \frac{m\pi x}{a_2}\right)\left(\frac{a_2 a_1}{m\pi a_1 - i\pi a_2}\right)\right)\right) x_0 \\
&\quad \left. + a_1\right) \\
\int 4 &= A_{i,j} \cos\left(\left(\frac{i\pi(x-x_0)}{a_1}\right)\right) A_{m,n} \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a_2}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b_2}\right) \frac{1}{2} \left(\left(\text{sen}\left(\frac{j\pi y}{b_1} - \frac{j\pi y_0}{b_1}\right.\right.\right. \\
&\quad \left.\left.\left. + \frac{n\pi y}{b_2}\right)\left(\frac{b_2 b_1}{j\pi b_2 + n\pi b_1}\right)\right)\right. \\
&\quad \left.\left. + \left(\text{sen}\left(\frac{j\pi y}{b_1} - \frac{j\pi y_0}{b_1} - \frac{n\pi y}{b_2}\right)\left(\frac{b_2 b_1}{j\pi b_2 - n\pi b_1}\right)\right)\right)\right) y_0 \\
&\quad \left. + b_1\right) \quad (37)
\end{aligned}$$

4.4 ANÁLISIS CIRCITAL Y CÁLCULO DE PARÁMETROS DE DISPERSIÓN

Como se ha comentado anteriormente, un filtro de guía de ondas consta de la unión de guías de determinadas dimensiones en serie o cascada. El último procedimiento que seguir fue calcular las matrices generalizadas de impedancia y admitancia, para esto es necesario recordar que se tienen modos evanescentes dados por las constantes mostradas en la interface.

Las ecuaciones 38, 39, 40 y 41 muestran las expresiones para el cálculo de los índices de las matrices de impedancias, a diferencia las dos últimas son usadas solo para los modos evanescentes. La ecuación número 42 muestra la relación entre la impedancia (ecuación 25) y reactancia de cada guía.

$$[Z_{g,11}] = [Z_{g,12}] = -j \text{diag}[Z_{c,m} \cot(\beta_m d)] \quad (38)$$

$$[Z_{g,12}] = [Z_{g,21}] = -j \text{diag}[Z_{c,m} \csc(\beta_m d)] \quad (39)$$

$$[Z_{g,11}] = [Z_{g,22}] = +j \text{diag}[X_{c,m} \coth(\alpha_m d)] \quad (40)$$

$$[Z_{g,12}] = [Z_{g,21}] = +jdiag[X_{c,m} \operatorname{csch}(\alpha_m d)] \quad (41)$$

$$Z_{c,m} = jX_{c,m} \quad (42)$$

Ahora bien, en las ecuaciones 43, 44, 45 y 46 muestran las expresiones para el cálculo de los índices de las matrices de admitancia, a diferencia las dos últimas son usadas solo para los modos evanescentes.

$$[Y_{g,11}] = [Y_{g,22}] = -jdiag[Y_{c,m} \cot(\beta_m d)] \quad (43)$$

$$[Y_{g,12}] = [Y_{g,21}] = jdiag[Y_{c,m} \operatorname{csc}(\beta_m d)] \quad (44)$$

$$[Y_{g,11}] = [Y_{g,22}] = -jdiag[B_{c,m} \operatorname{coth}(\alpha_m d)] \quad (45)$$

$$[Y_{g,12}] = [Y_{g,21}] = jdiag[B_{c,m} \operatorname{csch}(\alpha_m d)] \quad (46)$$

Teniendo en cuenta la dependencia entre los valores de voltajes y corrientes para una guía de ondas que se muestra en el tercer capítulo del libro Modal Advanced Analysis (Conciauro et al., 2000), se concluye que la matriz de admitancias está dada por la siguiente expresión:

$$[Y] = \begin{bmatrix} [W]^T \cdot [Y_{11}] \cdot [W] & [W]^T \cdot [Y_{12}] \\ [Y_{21}] \cdot [W] & [Y_{22}] \end{bmatrix} \quad (47)$$

Para el cálculo en de la matriz general de admitancia (GAM) se debe implementar la ecuación número 48 que relaciona dos guías de ondas, al tener un número mayor de estructuras en unidad, esta ecuación se computa en cascada desde el puerto de entrada hasta el puerto de salida del filtro.

$$[Y] = \begin{bmatrix} [Y_{g,11}^{(1)}] - [Y_{g,12}^{(1)}] \cdot [Z_s] \cdot [Y_{g,21}^{(1)}] & -[Y_{g,12}^{(1)}] \cdot [Z_s] \cdot [W]^T \cdot [Y_{g,12}^{(2)}] \\ -[Y_{g,21}^{(2)}] \cdot [W] \cdot [Z_s] \cdot [Y_{g,21}^{(1)}] \cdot [Y_{g,22}^{(2)}] & -[Y_{g,21}^{(2)}] \cdot [W] \cdot [Z_s] \cdot [W]^T \cdot [Y_{g,12}^{(2)}] \end{bmatrix} \quad (48)$$

Por último, para la obtención de los parámetros de dispersión se usó la ecuación número 49 que tiene relación directa con las matrices generales de impedancias o admitancias.

$$[S] = ([\bar{Z}] - [U]).([\bar{Z}] + [U])^{-1} = ([U] + [\bar{Y}])^{-1}.([U] - [\bar{Y}]) \quad (49)$$

CAPITULO 5

DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DEL SIMULADOR

5 DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DEL SIMULADOR

Este último capítulo está dedicado a explicar el desarrollo del programa y a mostrar el análisis de los resultados.

5.1 IMPLEMENTACIÓN DE LA INTERFACE Y DESARROLLO DEL SOFTWARE

La interface del programa se muestra en la siguiente imagen:

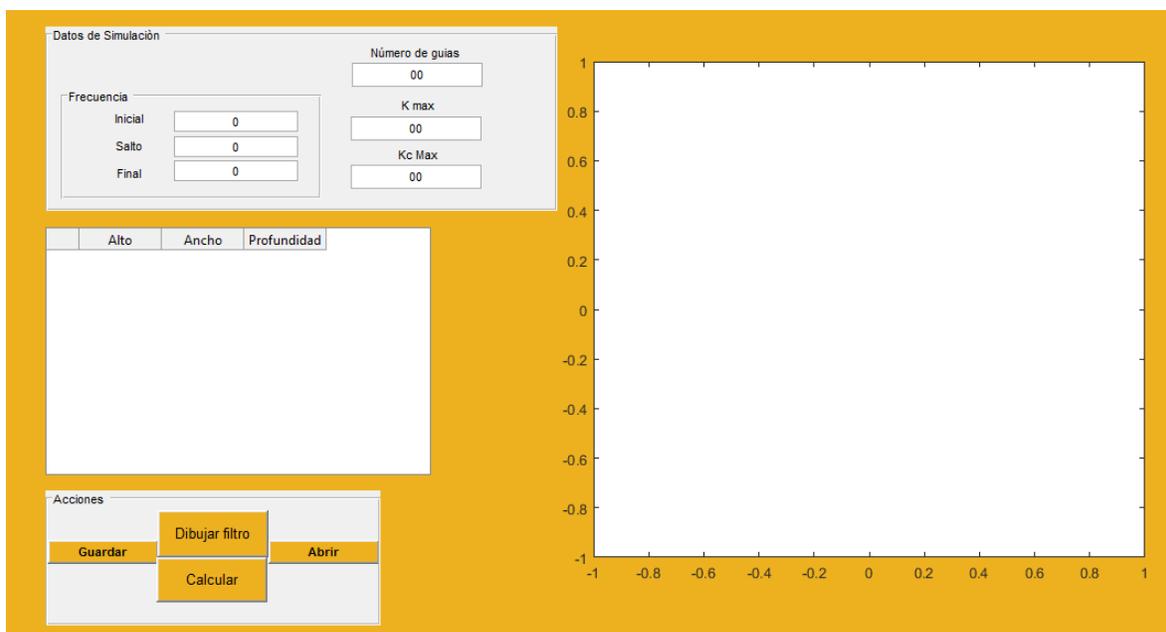


Figura 24. Interface del software elaborada por los autores.

En la Figura 24 se puede observar la interfaz gráfica que se implementó para que el usuario pueda ingresar algunos parámetros con el fin de aplicar el método de análisis modal en la simulación de guías de ondas. El primer parámetro que el usuario debe ingresar corresponde al número de guías de ondas que se desean analizar. Por cada guía de onda de estructura rectangular se deben ingresar las dimensiones en milímetros correspondientes. Para efectos

de la cantidad de puntos de la simulación, el usuario debe ingresar el rango de la frecuencia en el que quiera ejecutar la simulación, el rango máximo será hasta los 300 GHz. Para complementar, la interface da la opción de guardar filtros diseñados y abrirlos luego.

Con fines de obtener mejoras en la calidad del resultado de la simulación, el usuario deberá variar adecuadamente los valores de K y K_c . A mayor valor de K , mayor número de modos a evaluar. El software también ofrece la posibilidad de visualizar el filtro que se está analizando en una interfaz de tres dimensiones.

Siempre que todos los campos hayan sido llenados de manera correcta, se procede a obtener los cálculos pertinentes de los modos de propagación de la guía. En la Figura 25 se muestra un diagrama de flujo que define el cálculo de los modos de propagación en función de los datos ingresados por el usuario dentro de la interfaz gráfica:

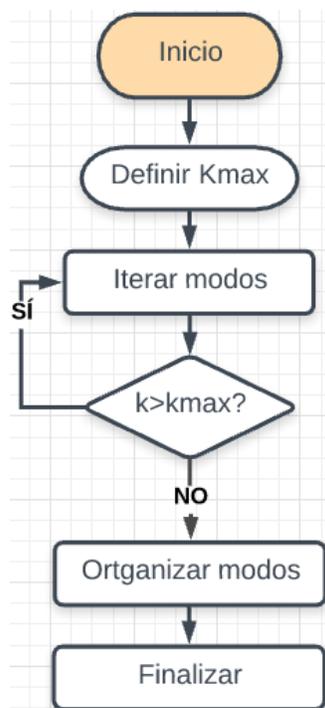


Figura 25. Diagrama de flujo de los modos de propagación elaborado por los autores.

Dependiendo los datos ingresados, puede que no haya modos de propagación, de ser cierto, el programa genera automáticamente un mensaje de error indicando que los datos son incongruentes y el usuario debe modificar la geometría de la estructura hasta que en cada guía de onda exista por lo menos un modo. Luego de que el software haya cumplido con la sentencia descrita en la Figura 25, este procede a calcular la matriz de acoplo, esto consto en escribir las soluciones de las integrales descritas en la sección 4.3. Se comprobó el cálculo de la matriz de acoplo por los cuatro modos transversales posibles, finalmente se implementó el modo *TETE*, con fines de no extender las líneas de código del software. En el anexo 1 se muestra un fragmento de código que permite calcular la solución de la integral de seno por seno $\int \text{sen}\phi * \text{sen}\theta$.

Por último, se programó el análisis circuital, en el cual se calculan los parámetros de dispersión, estos se hallan a partir de las matrices generalizadas de admitancia e impedancias. El cálculo de esta matriz consistió en multiplicar en cascada las matrices de impedancia y admitancia correspondiente al número de matrices de acoplo calculadas. Por último, en la Figura 26 se puede observar el diagrama de flujo del funcionamiento completo del programa.

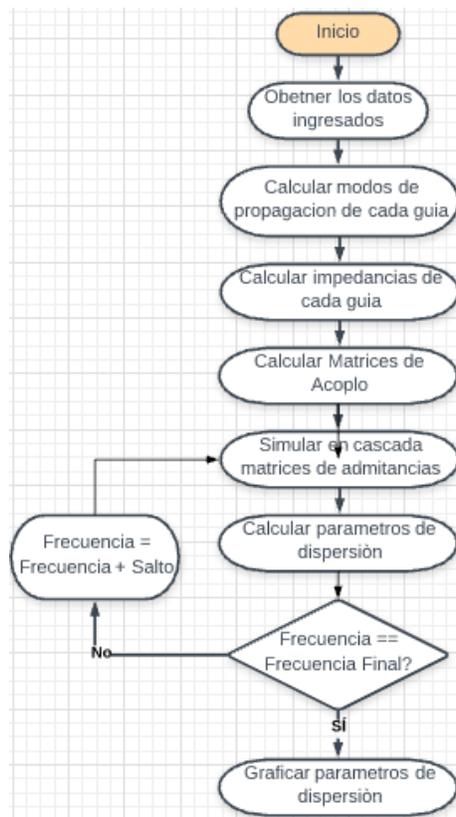


Figura 26 Funcionamiento completo del programa elaborada por los autores.

5.2 EVALUACIÓN DEL SOFTWARE IMPLEMENTADO

Con el fin de validar el funcionamiento del software y la efectividad del método numérico del análisis modal, se realizó la simulación de dos filtros que operan dentro en regiones de la banda del espectro electromagnético UHF, zona correspondiente a las microondas. Para la validación de resultados se tuvo en cuenta desfase de respuesta, tiempo de simulación y diferencias entre las respuestas.

Primero se implementó un filtro de ondas encontrado en la página 230 del libro Modal Advanced Analysis (Conciauro et al., 2000), la imagen de la estructura se muestra en la Figura 29.

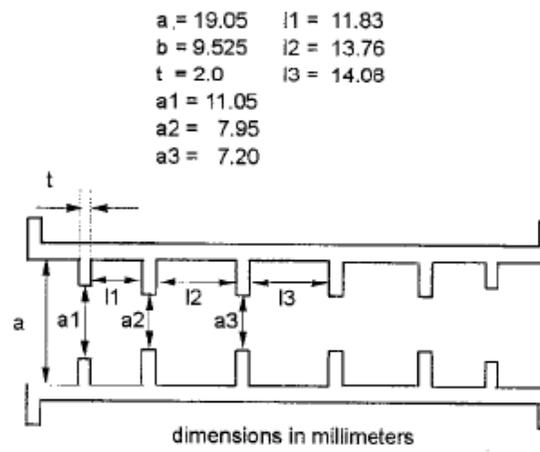


Figura 27. Primer filtro de guías de onda (Conciauro et al., 2000).

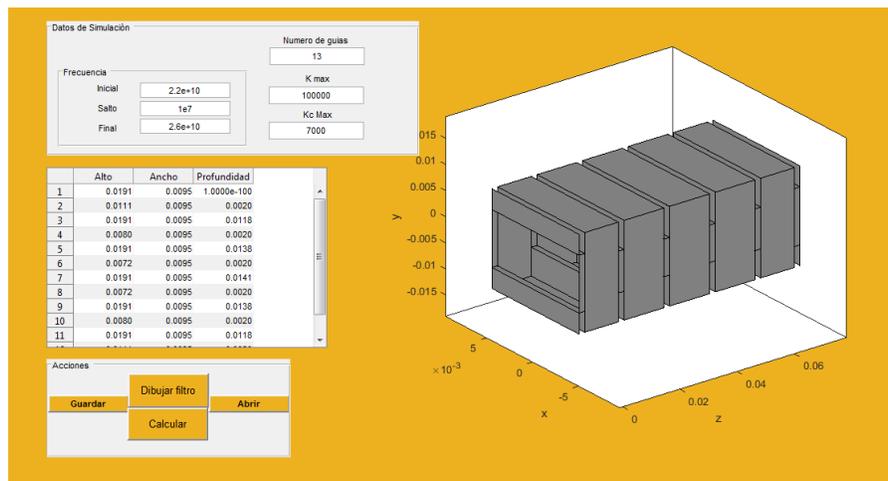


Figura 28 Primer filtro de guía de onda diseñado en el simulador elaborada por los autores.

Se simuló el filtro de guía de ondas de la Figura 27 en un intervalo de 22 a 26 GHz, se ingresó un valor de k_{max} igual a 100000 para que el programa tomara un número de modos adecuado (aprox. 50) y un K_c máximo de 7000 para acotar el número de modos evanescentes (ver Figura 28). Estos valores fueron seleccionados con un criterio de diseño proporcional a la frecuencia de operación y dimensiones de la guía, el usuario puede estimar de manera adecuada estos valores para su simulación consultando la guía de uso del software. Luego se diseñó el mismo filtro en los programas HFSS y CST, como se muestra en las Figura 29 y Figura 30.

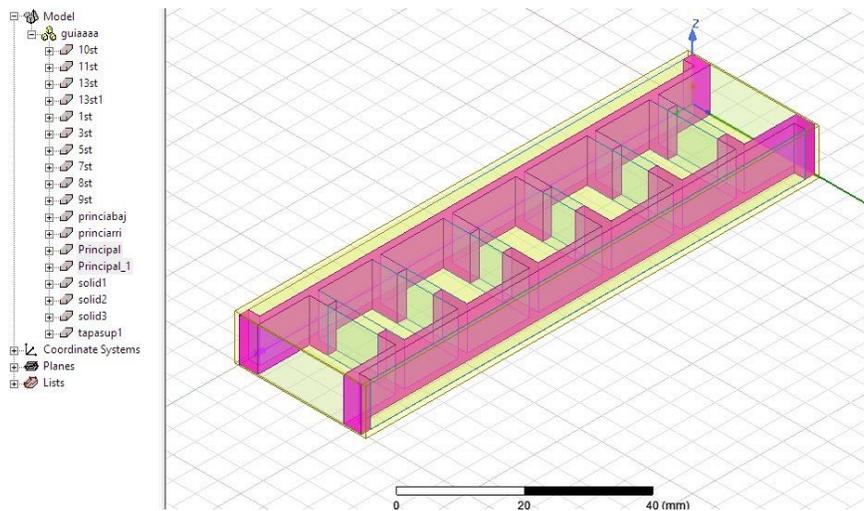


Figura 29. Primer filtro de guía de ondas diseñado en HFSS elaborada por los autores.

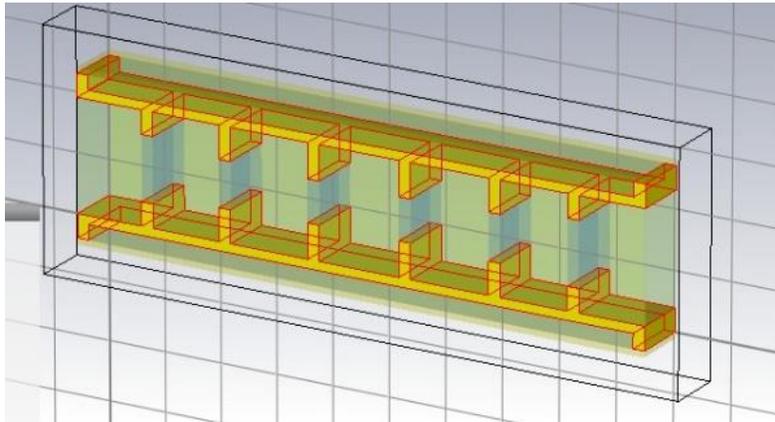


Figura 30. Primer filtro de guía de onda diseñado en CST elaborada por los autores.

Por último, se ejecutó la simulación en CST y HFSS, los resultados fueron graficados en conjunto junto a la respuesta del Software y se muestran en la Figura 31.

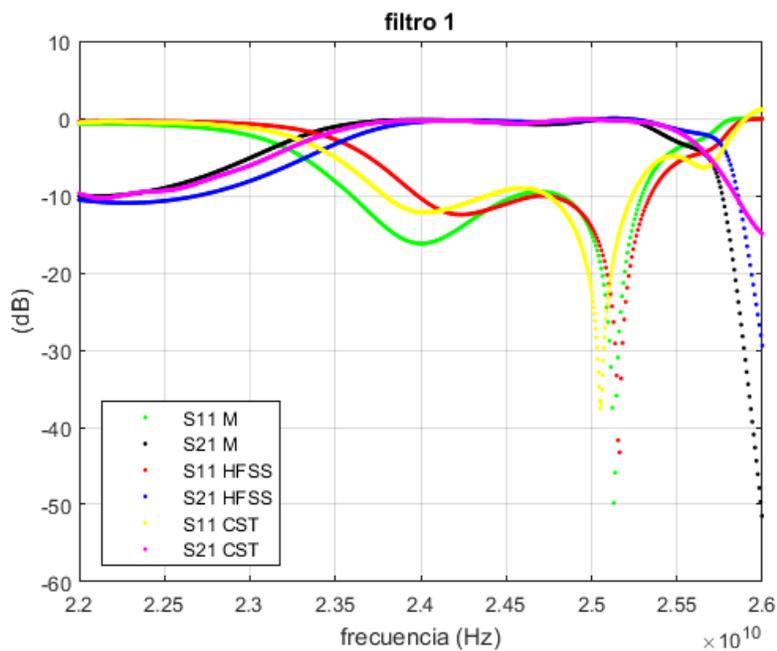


Figura 31. Resultados primer filtro de guías de onda rectangulares elaborada por los autores.

Como se aprecia en la Figura 31 los resultados obtenidos con el método del análisis modal tienen gran similitud con CST y HFSS, para conocer la diferencia entre estos se calculó el error cuadrático medio (ECM, ecuación 50), a este error es necesario calcularle la raíz cuadrada para tener una noción de la diferencia absoluta. Se compararon los datos de los dos simuladores comerciales con respecto al del simulador implementado, parámetro a parámetro. En la tabla 7 se muestran los valores de ECM hallados

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \quad (50)$$

Tabla 7 Raíz del error cuadrático medio del primer filtro elaborada por los autores.

Parámetro	ECM (comparación con HFSS)	ECM (comparación con CST)
S11	3.4072	2.4367
S12	1.4921	0.5587

Tabla 8 Puntos de convergencia del primer filtro elaborada por los autores.

	Puntos de convergencia		
	Primer Intersección	Valor valle	Última intersección
Frecuencia desfase CST	200 MHz	20 MHz	200 MHz
Frecuencia desfase HFSS	150 MHz	90 MHz	160 MHz

Tabla 9 Tiempos de simulación del primer filtro elaborada por los autores.

Programa	Tiempo de simulación (Segundos)	Diferencia Absoluta (Segundos)	Porcentaje de reducción
CST Studio	413	409,4	99,12 %
HFSS	91	87,4	96,04 %
Análisis modal	3,6	-----	-----

En la

Tabla 9 se observa una amplia diferencia en cuanto al tiempo de simulación a favor del simulador implementado. El programa CST tarda en realizar la simulación del filtro 114 veces más que el tiempo empleado por el software desarrollado, lo cual es una diferencia significativa del tiempo de simulación. Dicho de otra manera, se logró una reducción del 99% en el tiempo de simulación, con respecto a CST. Ahora bien, el método del análisis modal tardó un 4% en simular de lo que tardó HFSS.

El segundo filtro analizado es similar al primero, pero con dos secciones más ver la Figura 32.

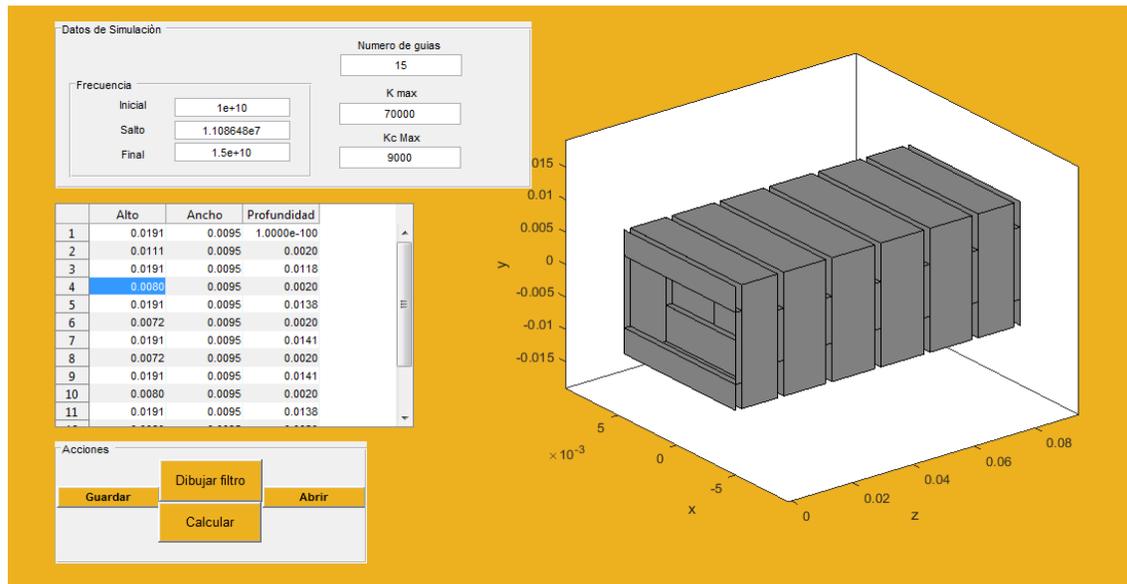


Figura 32. Segundo filtro diseñado en el simulador propio elaborada por los autores.

Para este análisis se seleccionó un rango de frecuencia de 10 a 15 GHz correspondiente a una porción de la Banda X (8.2 GHz hasta los 12.4 GHz) y otra porción de la Banda Ku (12 GHz hasta los 18 GHz). Luego se calculó el error cuadrático medio mostrado en la tabla 5 para cuantificar la diferencia de los resultados obtenidos entre el software desarrollado y los obtenidos con HFSS y CST. Los diseños de los filtros en los programas HFSS y CST se pueden observar en las Figura 33 y Figura 34. Los resultados de las simulaciones en dichos programas se pueden observar en la Figura 34.

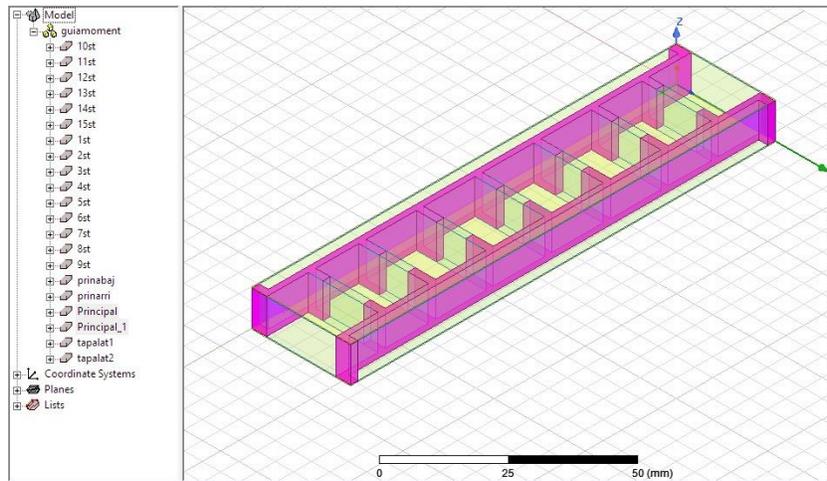


Figura 33. Segundo filtro diseñado en HFSS elaborada por los autores.

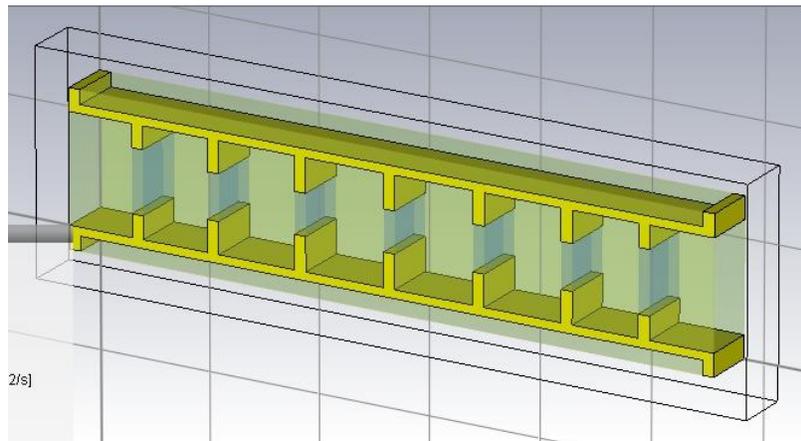


Figura 34. Segundo filtro diseñado en CST elaborada por los autores.

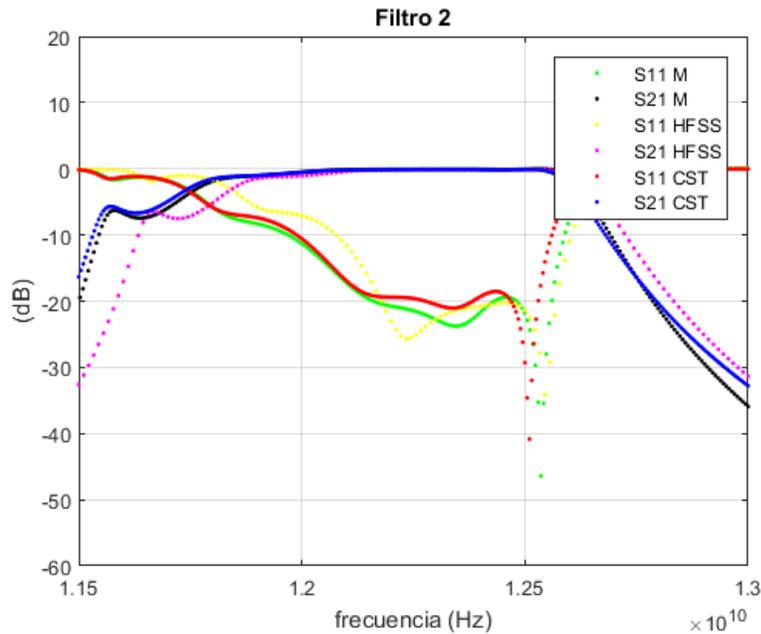


Figura 35. Resultados del segundo filtro elaborada por los autores.

En la figura 35 se muestra el resultado del cálculo de los parámetros S_{11} y S_{21} obtenidos mediante la simulación en los tres programas considerados. Los resultados obtenidos para el parámetro S_{11} muestran que se tiene una atenuación media de 20 dB de la señal que se devuelve del filtro. Por otra parte, los resultados para el parámetro S_{21} muestran que la señal que sale del filtro no tiene una atenuación considerable en la región de operación del filtro pasa banda (12 GHz a 12.5 GHz). Al igual que en el caso del primer filtro se observa desfase y pequeñas diferencias en la respuesta, estos datos se observan en las tablas 10 y 11.

Tabla 10 Tabla error cuadrático medio del segundo filtro elaborada por los autores.

-----	Comparación con HFSS		Comparación con CST	
Parámetro	S11	S12	S11	S12
ECM	2.4367	0.5818	2.6530	0.3828

Tabla 11 Puntos de convergencia del segundo filtro elaborada por los autores.

	Puntos de convergencia		
	Primer Intersección	Valor valle	Ultima intersección
Frecuencia desfase CST	90 MHz	10 MHz	30 MHz
Frecuencia desfase HFSS	10 MHz	20 MHz	20 MHz

Por último, en la Tabla 12 se aprecia las diferencias en cuanto a tiempo de simulación entre el software.

Tabla 12 Tiempos de simulación del segundo filtro elaborada por los autores.

Programa	Tiempo de simulación (Segundos)	Diferencia Absoluta (Segundos)	Porcentaje de reducción
CST Studio	168	165,05	98,24%
HFSS	54	51,05	94,53%
Análisis modal	2,95	-----	-----

5.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.3.1 Análisis del primer filtro

La simulación número uno se ejecutó con una estructura de dimensiones milimétricas y en un rango de entre los 22 GHz y 26 GHz, el resultado de los simuladores HFSS Y CST fue muy parecido en comparación al del implementado con el análisis modal. A pesar de tener cifras importantes de desfase, se puede decir que el resultado es bueno porque el ancho de banda de la región filtrada se mantiene casi igual entre los tres simuladores, la diferencia porcentual de esta variable es de 6,3% con HFSS y 0,42% con CST.

La raíz del error cuadrático medio revela mayor diferencia para esta simulación con respecto a HFSS, esto es dado porque el desfase de los puntos de convergencia es mayor que con respecto a CST. Sin embargo, se tiene una diferencia menor a los 3.5 dB para el parámetro S11 y menor a los 1.5 dB para el parámetro S12, son valores que revelan que así la magnitud de onda que sale del filtro, no es la misma para los dos simuladores, la cantidad de onda que se devuelve si puede ser despreciable, esto revela que los operan de la misma manera en la zona deseada. Con respecto a CST los datos son más favorables, porque la diferencia en los puntos de convergencia es menor (un máximo de 155 MHz) y la raíz del error cuadrático medio no supera los 1.5 dB. Por último, de los datos mostrados en la tabla 7 se puede decir que el programa con el método el análisis modal tiene mayor agilidad en el cálculo de la respuesta.

5.3.2 Análisis del segundo filtro

Como se nombró anteriormente el segundo filtro es una derivación del primero, a diferencia este tiene dos secciones más y algunas estructuras tuvieron pequeñas variaciones en sus dimensiones. La zona de interés de este filtro es de 11.5 GHz a 13GHz. Este filtro muestra una respuesta más parecida en los tres simuladores con respecto al anterior, ya que los puntos de convergencia tienen menor desfase y el error medio absoluto en promedio no supera los 1.55 dB en cada simulador. Lo dicho anteriormente es favorable, ya que muestra que las cifras error son proporcionalmente pequeñas y se concluye que el método de análisis modal funciona en muy buenas condiciones.

Es notorio también que la simulación número 1 tardó más tiempo en ser calculada que la simulación 2 a pesar de tener dos secciones menos, esto sucedió porque se tuvo que aumentar el número de modos ajustando un valor mayor de K_{max} (Como se nombró en el capítulo 4, ecuaciones 21, 22, 23), en los otros simuladores también se tuvieron que aumentar las variables iterativas para esta simulación. Esto ha sucedido porque al ser mayor la frecuencia de operación existirán menos modos de propagación dentro de una guía de ondas de dimensiones fijas.

5.3.3 Análisis de filtros

En términos generales la reducción en tiempo de simulación del simulador propio muestra gran ventaja en comparación de los programas comerciales, en comparación con HFSS se tiene una reducción de tiempo promedio en 68 veces y con respecto a CST se reduce el tiempo en más de 250 veces ver Tabla 12. Cabe resaltar que el tiempo de simulación y calidad de la respuesta del método del análisis modal depende las variables k_{max} y $k_c max$, ya que estas acotan el número de modos a evaluar. Un número adecuado de modos generara una respuesta optima al usuario, para esto es software genera alertas cuando el usuario ingresa valores incongruentes.

Las tablas 6 y 9 muestran cierta diferencia en cuanto a desfase del resultado en frecuencia, pero se puede concluir que el resultado es óptimo porque mantiene la forma de la respuesta y el ancho de banda en la región filtrada. Estas diferencias se presentan por el método que implementa cada simulador, para el caso de CST y HFSS el método de los elementos finitos, pero aun así estos simuladores también tienen diferencias, y eso es dado por la forma de programación del método y características técnicas de cada programa. Por otra parte, la raíz del error cuadrático medio aumenta proporcionalmente al desfase del resultado, como se observa en los resultados del primer filtro en comparación con el segundo, pero como se ha dicho, esto no es grave porque la tendencia de la respuesta es similar en los tres programas.

6 CONCLUSIONES

El desarrollo de la formulación matemática necesaria para este proyecto lleva a concluir que el método del análisis modal tiene mayor velocidad en comparación con el método FEM para solución de guías de ondas con geometrías rectangulares, ya que, al hallar una solución convergente, ejecuta los cálculos de manera directa y ágil. Además, los resultados muestran que el simulador entrega valores muy acertados que ratifican que el método numérico funciona efectivamente. El cálculo de matrices generalizadas fue importante para el desarrollo de este programa, ya que permiten hallar los parámetros de dispersión de cualquier número de estructuras conectadas en cascada.

Al analizar detalladamente las respuestas obtenidas, se evidencia que el programa funciona en condiciones óptimas, pues a pesar de tener ciertas diferencias con respecto a los otros simuladores la forma de la respuesta es acertada, y los picos y cruces por cero coinciden de manera similar. Cabe resaltar que para conocer de manera exacta el comportamiento de un filtro de microondas es necesario hacer pruebas de laboratorio donde se construya y pruebe la estructura, porque los simuladores son herramientas precisas para el cálculo de estos fenómenos, sin embargo, los métodos numéricos hallan valores muy acertados que solo pueden ser comprobados en la práctica.

El método numérico implementado abre una puerta a la simulación y reduce el tiempo para la sintonización en el diseño de dispositivos en microondas tales como divisores de potencia, desfasadores, combinación de los anteriores, alimentadores de antenas entre otros. Tiene un límite en la frecuencia de trabajo por fenómenos ópticos conocidos para lo cual no fue diseñado. Pero puede ser migrado a este tipo de tecnologías y geometrías.

Este proyecto además de ser una opción de grado también es un aporte a la rama de las telecomunicaciones, ya que con el software desarrollado se podrán diseñar dispositivos de microondas, además puede servir como guía para el estudio de comportamientos electromagnéticos. Se espera que, en un futuro, auxiliares de investigación de la universidad enriquezcan este software, agregando otras posibles geometrías de diseño, logren mejoras en cuanto interfaz de usuario, generen autonomía en cuanto a selección de modos o se migre el código fuente a un leguaje de desarrollo libre. También sería importante que los futuros investigadores del proyecto validen el funcionamiento del software de manera experimental,

es decir que diseñen un filtro desde el programa para luego obtenerlo físicamente y realizar pruebas de laboratorio.

7 REFERENCIAS

- Alimenti, F., Mongiardo, M., & Sorrentino, R. (1994). Design of Mitered H-plane Bends in Rectangular Waveguides by Combined Mode Matching and Finite Differences, 289-293. <https://doi.org/10.1109/euma.1994.337223>
- Biteznik, C. E., Agüero, J. L., & Beroqui, M. C. (2014). Flexible tool for small signal stability analysis. *2014 IEEE PES General Meeting | Conference & Exposition*, 1-5. <https://doi.org/10.1109/PESGM.2014.6939194>
- Boria, V., & Gimeno, B. (2007). Waveguide filters for satellites. *IEEE Microwave Magazine*, 8(5), 60-70. <https://doi.org/10.1109/MMM.2007.903649>
- Chirico, A. (2016). Ingeniería Informática (P. 57 - 70). *Tekhné*, 0(1). Recuperado de <http://revistasenlinea.saber.ucab.edu.ve/temas/index.php/tekhne/article/view/2672>
- Conciauro, G., Guglielmi, M., & Sorrentino, R. (2000). *Advanced Modal Analysis* (1 edition). Chichester ; New York: Wiley.
- CST Computer Simulation Technology. (2018). CST STUDIO SUITE 2018. Recuperado 12 de septiembre de 2018, de <https://www.cst.com/2018>
- Escobedo, A. (2012, noviembre 25). Guías de Onda. Recuperado 6 de septiembre de 2018, de <http://excobed.blogspot.com/2012/11/guias-de-onda.html>

- Fernández de Alba, P. (2013). Análisis de circuitos en guías de onda. Recuperado de <https://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/18131>
- Garcia-Castillo, L. E., & Salazar-Palma, M. (1995). Efficient Solution of the Differential Form of Maxwell's Equations in Rectangular Regions. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 43(3), 8.
- Gimeno, B., & Guglielmi, M. (1996). Multimode Equivalent Network Representation for H- and E-Plane Uniform Bends in Rectangular Waveguide. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique*, 44(10), 9.
- Guglielmi, M., & Jackson, D. R. (1991). Scattering from a Double-Strip Grating: Rigorous Equivalent Network Formulation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 39, 9.
- Guillot, P., Couffignal, P., Baudrand, H., & Theron, B. (1993). Improvement in calculation of some surface integrals: application to junction characterization in cavity filter design. En *1993 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest* (pp. 455-458 vol.1). <https://doi.org/10.1109/MWSYM.1993.276781>
- Gutiérrez Bernal, F. (2017a). *Análisis y simulación electromagnética para uniones superficiales guiadas con pérdidas*. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.19975.09123>

- Gutiérrez Bernal, F. (2017b). *Análisis y simulación electromagnética para uniones superficiales guiadas con pérdidas*. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.19975.09123>
- HFSS, A. (2018). ANSYS HFSS: High Frequency Electromagnetic Field Simulation Software. Recuperado 12 de septiembre de 2018, de <https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-hfss>
- Hurd, R. A., & Gruenberg, H. (1954). Plane bifurcation of rectangular waveguides. *Canadian Journal of Physics*, 32(11), 694-701. <https://doi.org/10.1139/p54-074>
- James, G. L. (1983). On the Problem of Applying Mode-Matching Techniques in Analyzing Conical Waveguide Discontinuities. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 31(9), 718-723. <https://doi.org/10.1109/TMTT.1983.1131580>
- Llorente-Romano, S., Gimeno, B., & Salazar-Palma, M. (2005a). Analysis of cylindrical geometries in rectangular waveguides using mode matching (pp. 4 pp. - 844). IEEE. <https://doi.org/10.1109/EUMC.2005.1610057>
- Llorente-Romano, S., Gimeno, B., & Salazar-Palma, M. (2005b). Mode matching analysis with cylindrical and plane waves. En *2005 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium* (Vol. 4A, pp. 280-283 vol. 4A). <https://doi.org/10.1109/APS.2005.1552643>

- M. Pozar, D. (2012). *Microwave Engineering* (Second edition, Vol. Second edition). united states of america: Jhon Wiley & sons.
- Marcuvitz, N. (1986). *Waveguide Handbook*. London, UK: The Institution of Engineering and Technology.
- Marini, S., Coves, Á., Boria, V. E., & Gimeno, B. (2010). Full-Wave Modal Analysis of Slow-Wave Periodic Structures Loaded With Elliptical Waveguides. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 57(2), 516-524.
<https://doi.org/10.1109/TED.2009.2037175>
- Martínez, F. C. (2009). Analisis y optimizacion de circuitos de microondas en guia de onda., 139.
- Martínez, F. C. (s. f.). ANÁLISIS Y OPTIMIZACIÓN DE CIRCUITOS DE MICROONDAS EN GUÍA DE ONDA, 139.
- Minitab. (2017). Diseños ortogonales - Minitab. Recuperado 12 de septiembre de 2018, de <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/doe/supporting-topics/basics/orthogonal-designs/>
- Mirlisenna. (2016, enero 22). Metodo de elementos finitos [Blog]. Recuperado 20 de mayo de 2018, de <https://www.esss.co/blog/es/metodo-de-los-elementos-finitos-que-es/>

- Oltra, S. B., Antonio, Á., Soler, C., María, Á., Ros, M., Vicente, J., ... Gil Raga, J. (2004). *Análisis multimodal eficiente de uniones planares entre guías arbitrarias: aplicación a la excitación coaxial de dispositivos*. Universitat Ramon Llull. Escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle. Recuperado de <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/13893>
- Ramírez, S., & Alberto, J. (2017). Modelado de una antena con nano-estructuras a 60GHz mediante el software CST studio. Recuperado de <http://tesis.ipn.mx:8080/xmlui/handle/123456789/21978>
- Reiter, J. M., & Arndt, F. (1994). Analysis of circular waveguide antennas including the outer wall geometry with a spherical-wave formulation of the boundary contour-mode-matching method. En *Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium and URSI National Radio Science Meeting* (Vol. 2, pp. 1070-1073 vol.2). <https://doi.org/10.1109/APS.1994.407905>
- Rodriguez, C. (2013, noviembre 26). GUIA DE ONDAS ELECTROMAGNETICAS: Modo de Propagacion. Recuperado 30 de agosto de 2018, de <http://grupo5-guiadeondas.blogspot.com/2013/11/mododominante.html>
- Shamshad, F., & Amin, M. (2018). Simulation comparison between HFSS, CST and WIPL-D for design of dipole, horn and parabolic reflector antenna. *Advances in Computational Mathematics and Its Applications ACMA, 1*.

- Sosa Pedroza, J. R., & Ortega Lara, L. (1991). *Lineas de transmision y guias de onda*. Mexico: Limusa-Noriega.
- Wade, J. D., & Macphie, R. H. (1986). Scattering at Circular-to-Rectangular Waveguide Junctions. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 34(11), 1085-1091. <https://doi.org/10.1109/TMTT.1986.1133503>
- Wells, C. G., & Ball, J. A. R. (2005). Mode-matching analysis of a shielded rectangular dielectric-rod waveguide. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 53(10), 3169-3177. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2005.855148>
- Zienkiewicz, O. C. (2007). *El método de los elementos finitos*. (Third edition). Reverté. Recuperado de https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=D-m0OmYSoIMC&oi=fnd&pg=PR7&dq=metodo+de+los+elementos+finitos&ots=7ZBFAAcih1&sig=rHQCilNSo57ZP9wGVbQiFmkaVhM&redir_esc=y#v=onepage&q=metodo%20de%20los%20elementos%20finitos&f=false

8 ANEXOS

Anexo 1

```
function [ y ] = intsinsinAA(a1,a2,x0,m,ii,linf,sup)
```

```
if (m == ii && a1==a2);
```

```
y=((a2*sin((2*pi*linf*m - pi*m*x0)/a2))/4 - (a2*sin((2*pi*m*sup - pi*m*x0)/a2))/4)/(pi*m) - ((linf*m*cos((pi*m*x0)/a2))/2 - (m*sup*cos((pi*m*x0)/a2))/2)/m;
```

```
else
```

```
isx1 = ( (0.5)*sin( ((m*pi*sup)/(a2)) - ((ii*pi*sup)/(a1)) + ((ii*pi*x0)/(a1)) )*(a1*a2)/((m*pi*a1)-(ii*pi*a2)) ) - ( (0.5)*sin( ((m*pi*sup)/(a2)) + ((ii*pi*sup)/(a1)) - ((ii*pi*x0)/(a1)) )*( a1*a2)/( a2*pi*ii)+(a1*pi*m) ) );
```

```
isx2 = ( (0.5)*sin( ((m*pi*linf)/(a2)) - ((ii*pi*linf)/(a1)) + ((ii*pi*x0)/(a1)) )*(a1*a2)/((m*pi*a1)-(ii*pi*a2)) ) - ( (0.5)*sin( ((m*pi*linf)/(a2)) + ((ii*pi*linf)/(a1)) - ((ii*pi*x0)/(a1)) )*( a1*a2)/( a2*pi*ii)+(a1*pi*m) ) );
```

```
end
```

```
end
```