

RAE

1. **TIPO DE DOCUMENTO:** Trabajo de grado para optar por el título de INGENIERO AERONÁUTICO
2. **TÍTULO:** ANÁLISIS ESTRUCTURAL BAJO CARGA DE IMPACTO DE LA HORQUILLA DELANTERA DE LA AERONAVE CESSNA 172S.
3. **AUTORES:** Luisa Fernanda Castillo Martínez, Stephanie Paola Contreras Gutiérrez.
4. **LUGAR:** Bogotá, D.C
5. **FECHA:** Octubre de 2018
6. **PALABRAS CLAVE:** Análisis Estructural, Horquilla, Cessna 172S, Cargas de Impacto, Centro de Gravedad, Modelo Matemático, Sistema Subamortiguado, Simulink, Ansys Workbench, Deformación Total, Esfuerzo, Factor de Seguridad.
7. **DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO:** El objetivo principal de este proyecto es analizar por elementos finitos el comportamiento de la horquilla delantera del tren de aterrizaje de la aeronave Cessna 172 Skyhawk bajo carga de impacto. Se realiza el planteamiento de un modelo matemático que represente la carga de impacto sobre la horquilla y mediante el análisis estructural bajo la carga de impacto aplicada se evalúan los resultados obtenidos.
8. **LÍNEAS DE INVESTIGACION:** Línea de Investigación de la USB: Mecánica Computacional.
9. **METODOLOGÍA:** Es de carácter empírico-analítico, en el cual se verifica el comportamiento bajo carga máxima de la horquilla delantera del tren de aterrizaje a través del método de los elementos finitos.
10. **CONCLUSIONES:** El análisis por elementos independientes a partir de dinámica de sistemas permitió plantear un modelo de la horquilla acertado dando como resultado un tipo de respuesta subamortiguado, en el cual se tuvieron en cuenta variables como la masa de cada elemento y la constante de amortiguación tanto de la llanta como de la horquilla.
El tiempo de estabilización del modelo en Working Model es de 3,4 s para un aterrizaje nivelado y de 3,6 para un aterrizaje de emergencia, lo que comparado con el tiempo de estabilización establecido con anterioridad en los cálculos realizados tiene un porcentaje de error de 2% y 8% respectivamente, es recomendable que para la obtención de resultados más exactos en Matlab simulink se considere la altura de caída establecida por FAR 23.
La ecuación diferencial del esquema como un sistema masa resorte no consideró el efecto de amortiguación lo cual aumenta el tiempo de estabilización de la respuesta, dando como resultado un tiempo de n final de 16s para un aterrizaje nivelado y de 20s para un aterrizaje de emergencia. Mediante la determinación de los pesos, fuerzas y ubicaciones de los centros de gravedad, se pudo encontrar que la fuerza del tren de nariz para la condición de aterrizaje nivelado y de emergencia es 5573,639 N y 7978,374 N respectivamente, esta fuerza se genera en el instante en el cual la aeronave entra en contacto con el suelo con un tiempo de estabilización teórico de 3,33 seg.
La cantidad de elementos seleccionados para realizar el análisis de la horquilla fueron 59226 Elementos y 93965 nodos y son independientes de la malla. Con los resultados obtenidos y bajo las cargas de impacto aplicadas para la condición de aterrizaje nivelado y de emergencia (5407,231 N y 7756,125 N respectivamente) se observa que el material que constituye la horquilla (Acero 4130) es un material que posee óptimas condiciones, se observa que la deformación máxima es de 2,5273E-5 m y 4,01E-5 m para cada condición.
Se observó de manera general que la carga de impacto determinada para el aterrizaje de emergencia (7756,125 N) es mayor con respecto a la condición de aterrizaje nivelado (5407,231 N) por lo tanto los valores de deformación y esfuerzos son mayores. El esfuerzo normal, equivalente y cortante son 1,02E7, 9,07E7 y 5,99E6 Pa y 1,62E7, 1,44E8 y 9,50E6 Pa para las condiciones de aterrizaje nivelado y de emergencia respectivamente.
Se observó que el factor de seguridad para las condiciones de aterrizaje nivelado y de emergencia a lo largo de la geometría de la horquilla es constante con un valor máximo de 15. Sin embargo existe una zona crítica en la parte inferior de la horquilla en la zona en donde se conecta con el tubo eje de la pieza el cual posee un valor mínimo de 7,2207 y 4,55 respectivamente.

ANÁLISIS ESTRUCTURAL BAJO CARGA DE IMPACTO DE LA HORQUILLA
DELANTERA DE LA AERONAVE CESSNA 172S.

LUISA FERNANDA CASTILLO MARTÍNEZ

STEPHANIE CONTRERAS GUTIÉRREZ

TUTOR

ING. JORGE ELIÉCER GAITÁN AROCA

UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA BOGOTÁ

FACULTAD DE INGENIERÍA

INGENIERÍA AERONÁUTICA

BOGOTÁ D.C -2018

ANÁLISIS ESTRUCTURAL BAJO CARGA DE IMPACTO DE LA HORQUILLA
DELANTERA DE LA AERONAVE CESSNA 172S.

LUISA FERNANDA CASTILLO MARTÍNEZ

STEPHANIE CONTRERAS GUTIÉRREZ

Trabajo presentado como requisito parcial para optar por el título de profesional en

Ingeniería Aeronáutica

Asesor: Ingeniero

Jorge Eliecer Gaitán Aroca

UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA BOGOTÁ

FACULTAD DE INGENIERÍA

INGENIERÍA AERONÁUTICA

BOGOTÁ D.C -2018

Tabla de contenido

Introducción	15
1. Descripción y formulación del problema	16
2. Antecedentes	18
2.1. Antecedentes Internacionales	18
2.2. Antecedentes nacionales / locales	22
2.3. Antecedentes regionales.....	23
2.3.1. Objetivo general	26
2.3.2. Objetivos específicos	26
3. Alcances y limitaciones del proyecto	27
3.1.1. Alcances.....	27
3.1.2. Limitaciones.....	27
4. Marco teórico y conceptual.....	29
4.1. Aeronave Cessna 172S	29
4.1.1. Especificaciones	30
4.2. Tren de aterrizaje.....	32
4.2.1. Tipo de Tren Aeronave Cessna 172 Skyhawk.....	32
4.2.2. Tipo de Amortiguador Aeronave Cessna 172 S.....	33
4.2.1. Fuerzas generadas sobre el tren de aterrizaje	34
4.3. Materiales utilizados en el tren de aterrizaje	35
4.4. Materiales Utilizados en el Tren de Aterrizaje de la Aeronave Cessna 172S.....	36
4.5. Método de elementos finitos	37
4.6. Software Ansys Workbench	37
5. Metodología	39

5.1. Línea de investigación	41
6. Desarrollo de Ingeniería.....	42
6.1. Regulación y Normativas	42
6.1.1. Límites Establecidos para aterrizaje Nivelado según FAR 23.....	42
6.1.2. Caída Libre (Caída Límite).....	43
6.1.3. Límites Establecidos para Aterrizaje de Emergencia FAR 23	47
6.1.4. Límites del Centro de Gravedad en la Aeronave Cessna 172 Skyhawk.....	50
6.2. Cálculo del Centro de Gravedad Aeronave Cessna 172 Skyhawk.....	51
6.3. Cálculo de Cargas Para la Aeronave Cessna 172S Durante el Aterrizaje.....	54
6.3.1. Cálculo de Fuerzas en Tierra.....	54
6.3.2. Cálculo de Fuerzas en Aterrizaje Nivelado.....	57
6.3.3. Cálculo de Fuerzas en Aterrizaje de Emergencia	61
6.4. Momento Dinámico Generado en el Aterrizaje.....	66
6.5. Comportamiento de la Fuerza Dinámica en el Tren de Nariz.....	71
6.6. Modelo matemático	76
7. Presentación y Análisis de Resultados	99
7.1. Simulación en working models	99
7.2. Diagrama de bloques en el software simulink.....	103
7.3. Simulación de la Horquilla por Medio de Elementos Finitos.....	110
7.3.1. Simulación de la horquilla en Conjunto.....	110
7.3.2. Análisis de Sensibilidad de Malla	111
7.3.3. Análisis Estructural de la Horquilla en Conjunto	115
8. Conclusiones	129
9. Bibliografía.....	131

Listado de figuras

Figura 1. Porcentajes de accidentalidad PA-28 Vs Cessna 172S. (Wanttaja, 2013).	16
Figura 2. Distribución de Carga (Tadeus Niezgoda et al., 2010).	18
Figura 3. Concentración de esfuerzos en el ensamble de la rueda (Tadeus Niezgoda et al., 2010)	19
Figura 4. Formación de Grietas (Fernandes, 2012).	20
Figura 5. Esfuerzo aplicado en la horquilla Propuesta (Fernandes, 2012).	20
Figura 6. Condiciones de Trabajo para un tren fijo, (Hernández, 2007).	21
Figura 7. Determinación de Cargas Tren de aterrizaje, (T. Niezgoda, Malachowski, & Kowalski, 2002).	22
Figura 8. Resultados Obtenidos para los materiales establecidos. (Gonzales & Martinez, 2014)	23
Figura 9. Cargas aplicadas al fuselaje (Peña, Mondragón, & Castillo, 2005)	24
Figura 10. Matriz de Decisión.	25
Figura 11. Amortiguador Propuesto, Fuente: (J. A. Moreno, Torres, & Sierra, 2017).....	26
Figura 12. Vista de techo, (Cessna, 1998).	31
Figura 13. Vista frontal aeronave Cessna 172S, (Cessna, 1998)	31
Figura 14. Vista lateral aeronave Cessna 172S, (Cessna, 1998).....	32
Figura 15. Tren Tipo Triciclo (Currey, 1988).....	33
Figura 16. Patente US 4082255 Amortiguador Oleo Neumático (“Oleo-pneumatic damper,” 1977).	34
Figura 17. Promedio de Eficiencias (Chartier & Tennant, 2007).	34
Figura 18. Diagrama de flujo, metodología.	40

Figura 19 Aterrizaje Nivelado (Aire, 2016).....	42
Figura 20 Altura Límite de Aproximación, Fuente: Autores.....	43
Figura 21 Restricciones Caída Límite, Fuente: Autores.	44
Figura 22. Velocidad de descenso límite (Federal Aviation Administration, 2018).	45
Figura 23. Condiciones Básicas de Aterrizajes (Federal Aviation Administration, 2018).....	48
Figura 24 Ubicación centros de gravedad, Fuente: Autores.	52
Figura 25 Ubicación Centro de gravedad en Z, Fuente: Autores.	53
Figura 26. Línea de Referencia Tomado de POH aeronave (Textron, 1998).	54
Figura 27. Diagrama de Fuerzas Estático Tomado y Modificado de POH aeronave, Fuente: Autores.....	55
Figura 28. Aterrizaje Nivelado (Federal Aviation Administration, 2018).....	58
Figura 29. Diagrama de Cuerpo Libre Aterrizaje Nivelado, Fuente: Autores.....	61
Figura 30 Condiciones de Aterrizaje más Crítico o de Emergencia, Fuente: Autores.	62
Figura 31. Diagrama de Cuerpo Libre Aterrizaje más crítico o de Emergencia, Fuente: Autores.	65
Figura 32. Reacción dinámica, Fuente: Autores.	66
Figura 33 Diagrama Reacción Dinámica Tren de Nariz.....	67
Figura 34 Representación radio de giro y angulo de aproximación, Fuente: autores.	70
Figura 35 Reacción Dinámica en dos instantes de tiempo sobre el tren de nariz, Fuente: Autores.	71
Figura 36. Aproximación Aeronave Tomado de Aircraft Performance and Design (Anderson, 1999).	74
Figura 37. Dibujo de la horquilla, Fuente: Autores.	77

Figura 38. Modelo masa resorte de la horquilla, Fuente: Autores.....	78
Figura 39. Modelo base de la horquilla, Fuente: Autores.....	79
Figura 40. Diagrama simplificado. Fuente: Autores.....	80
Figura 41. Sección transversal de la horquilla, Fuente: Autores.	82
Figura 42. Área de la sujeción inferior de la horquilla con el eje, Fuente: Autores.	83
Figura 43. Sección de sujeción y soporte de la horquilla, Fuente: Autores.....	83
Figura 44. Horquilla seccionada en 9 distancias.....	87
Figura 45. Promedio de K1 evaluado en diferentes secciones.....	87
Figura 46. Viga sometida a cargas verticales.....	88
Figura 47. Diagrama de momento flector	88
Figura 48. Esquema de la distribución del centro de masa de la aeronave. (Currey, 1988).....	92
Figura 49. Esquema de nomenclatura del neumático (J. A. Moreno et al., 2017).....	94
Figura 50. Gráfica carga vs deflexión del neumático.	95
Figura 51. Modelo masa resorte de la horquilla simplificado.	96
Figura 52. Horquilla delantera del Cessna 172 en CATIA, Fuente: Autores.	99
Figura 53. Dibujo del tren de aterrizaje en working models, Fuente: Autores.....	100
Figura 54. Propiedades en working models, y escala.	101
Figura 55. Grafica aceleración vs tiempo para un aterrizaje nivelado.....	102
Figura 56. Grafica aceleración vs tiempo para un aterrizaje nivelado.....	103
Figura 57. Sistema masa resorte, Fuente: Autores.....	104
Figura 58. Diagrama de bloques, Fuente: Autores	105
Figura 59. Función de transferencia, Fuente; Autores.....	105
Figura 60. Gráfica Fuerza [N] vs. Tiempo [s] para un aterrizaje nivelado.....	106

Figura 61. Gráfica Fuerza [N] vs. Tiempo [s] para un aterrizaje de emergencia.	107
Figura 62. Gráfica Fuerza [N] vs. Tiempo [s] para un aterrizaje nivelado, seccionado.	108
Figura 63. Gráfica Fuerza [N] vs. Tiempo [s] para un aterrizaje de emergencia, seccionado....	109
Figura 64. Punto de análisis vista lateral.	112
Figura 65. Punto de análisis vista frontal.....	112
Figura 66. Restricciones para la Horquilla	113
Figura 67. Zona de fuerza aplicada en la horquilla.....	113
Figura 68 Resultados Análisis de Sensibilidad de Malla.....	115
Figura 69 Conjunto Horquilla.....	116
Figura 70 Contacto Horquilla y Tubo.....	117
Figura 71 Contacto Tubo y Tornillo	117
Figura 72 Contacto Horquilla y Tubo eje	118
Figura 73 Enmallado horquilla y Conjunto	118
Figura 74 Restricciones Horquilla en conjunto	119
Figura 75 Carga aplicada al conjunto	120
Figura 76 Fuerza Variable Aterrizaje Nivelado.....	120
Figura 77 Fuerza Variable Aterrizaje de Emergencia.....	121
Figura 78 Deformación Total aterrizaje Nivelado	121
Figura 79 Deformación Total Aterrizaje de Emergencia.....	122
Figura 80 Zona de mayor deformación.....	122
Figura 81 Esfuerzo Normal Aterrizaje Nivelado	123
Figura 82 Esfuerzo Normal Aterrizaje de Emergencia.....	123
Figura 83 Zona de mayor esfuerzo Normal	123

Figura 84 Esfuerzo Equivalente Aterrizaje Nivelado	124
Figura 85 Esfuerzo Equivalente Aterrizaje de Emergencia	124
Figura 86 Zona de mayor esfuerzo equivalente	125
Figura 87 Esfuerzo Cortante Aterrizaje Nivelado	125
Figura 88 Esfuerzo Cortante Aterrizaje de Emergencia	126
Figura 89 Zona de mayor esfuerzo cortante	126
Figura 90 Factor de Seguridad Aterrizaje Nivelado	127
Figura 91 Factor de Seguridad Aterrizaje de Emergencia	127
Figura 92 Factor de seguridad uniforme para cada condición de aterrizaje	128

Listado de Tablas

Tabla 1. Especificaciones técnicas de la aeronave (Goyer, 2012).....	30
Tabla 2 Especificaciones Centro de Gravedad, Fuente: Autores.....	50
Tabla 3. Peso y Balance General Cessna 172, Fuente: Autores.	51
Tabla 4. Centros de Gravedad Límite, Fuente: Autores.	52
Tabla 5 Peso y Balance aeronave en eje Z (<i>Specification & Description Exhibit</i> <i>&quot;A&quot; MODEL 172S</i> , 2012).....	52
Tabla 6 Centro de gravedad eje Z, Fuente: Autores.	53
Tabla 7. Parámetros aeronave en tierra, Fuente: Autores.	55
Tabla 8. Variables Para la Condición de Aterrizaje Nivelado, Fuente: Autores.	58
Tabla 9 Condiciones de Aterrizaje de Emergencia, Fuente: Autores.	63
Tabla 10. Variables para la Condición de Emergencia, Fuente: Autores.	64
Tabla 11. Valores de K1 para cada una de las secciones.....	86
Tabla 12. K1 de la horquilla evaluando diferentes secciones.....	86
Tabla 13.Fuerza y tiempo para un Aterrizaje nivelado.....	109
Tabla 14. Fuerza y tiempo para un Aterrizaje de emergencia.	110
Tabla 15 Extracto de las Propiedades Mecánicas del Acero 4130 (Aceros fortuna, 2014).....	110
Tabla 16 Resultados obtenidos análisis de sensibilidad de malla.....	114
Tabla 17 Extracto de las Propiedades Mecánicas del Acero 4140 (Aceros fortuna, 2014).....	116

Lista de Símbolos

V_s : Velocidad de descenso/aproximación	R_y : Reacción vertical tren principal
h : Altura de caída libre	M_{cg} : Momento en el centro de gravedad
W_e : Peso efectivo	R_T : Reacción de la fuerza total resultante
d : Desviación bajo el impacto del neumático	R_{ND} : Reacción dinámica en el tren de nariz
L_f : Relación de sustentación	A : Respuesta natural del sistema
k : Constante de aterrizaje	F_{ND} : Fuerza dinámica en el tren de nariz
W_{T0} : Peso vacío de la aeronave	S_g : Rodaje en tierra
$W_{landing}$: Peso de aterrizaje	τ : Tiempo de estabilización
CG : Centro de gravedad	K_1 = Sección derecha de la horquilla
CG_{FWD} : Centro de gravedad más delantero	x_{H3} =Distancia de desplazamiento de la sección K3
CG_{BWD} : Centro de gravedad más trasero	K_2 = Sección izquierda de la horquilla
F_n : Fuerza en el tren de nariz	R_o = Radio de la horquilla parte superior
F_m : Fuerza en el tren principal	R_1 = Radio de la horquilla parte inferior
α : Angulo generado en el aterrizaje	E = Modulo de Young
W_{nx} : Componente horizontal del peso de la aeronave	\emptyset = Diámetro de la horquilla parte inferior del eje
η_y : Factor de carga vertical FAR 23	y_{max} = Desplazamiento máximo
η_x : Factor de carga horizontal	L = Largo de la Horquilla
F_y : Fuerza vertical en aeronave	A_c =Área de contacto
F_T : Fuera resultante total	P_n = presión interna.
R_N : Reacción en el tren de nariz	v =Ancho del neumático

D_n =Diámetro del neumático

S_t =Deflexión del neumático

D_m =Diámetro medio del neumático

K_n =Coeficiente elástico del gas

Listado de Abreviaciones

FAA: Administración Federal de Aviación

FAR: Regulación Federal de Aviación

USBBOG: Universidad de San Buenaventura Sede Bogotá

VREF: Velocidad de Referencia

TC: Certificado de Tipo

POH: Manual de Funcionamiento para el Piloto

ANSYS: Software de simulación de elementos finitos

FEA: Análisis por Elementos Finitos

CATIA: Software de Diseño Computacional

SISO: Sistema con una sola variable de entrada y salida

Introducción

La aeronave Cessna 172S inicia su construcción en la década de 1950 sin una modificación o ajuste en su estructura de gran magnitud hasta la actualidad, se caracteriza por la significativa demanda para el entrenamiento de vuelo tanto civil como militar ya que es un avión diseñado para ser fácil de volar y sobrevivir a aterrizajes sin dificultad, en la actualidad circulan más de 43.000 aeronaves alrededor del mundo (Dowling, 2017a), lo que es una cifra significativa a comparación de la serie de Piper PA-28-180 -181 con más de 10.000 modelos construidos (Sullivan, 2010).

Utilizada a lo largo de la historia como una aeronave de entrenamiento el 172S está involucrado en aterrizajes forzados debido a su uso en instrucción por lo cual son en su mayoría piloteados por personal inexperto quienes no saben reaccionar bajo condiciones de emergencia, ejemplo de esto es el accidente ocurrido el día 5 de abril de 2014 a las 12:00 pm en donde el instructor de vuelo informó que, mientras el piloto estudiante aterrizaba, una ráfaga de viento empujó el avión hacia el lado izquierdo de la pista a unos 10 pies del suelo. El instructor de vuelo tomó los controles de vuelo y agregó toda la potencia para dar la vuelta. Posteriormente, el avión rebotó, el tren de aterrizaje principal izquierdo "atrapó algo" en el suelo y el avión giró. El ala izquierda golpeó el suelo y el tren de aterrizaje de nariz colapsó (Network, 2014).

Con base a lo anterior es necesario evaluar cómo afecta la carga de impacto a la horquilla delantera del Cessna 172S en condiciones de aterrizaje nivelado, emergencia y caída libre establecidas en FAR 23. Esto con la finalidad de analizar cómo afectan los esfuerzos a los que está sometida la pieza y la manera en que esta se deforma por medio del programa de simulación por computadora y análisis por elemento finitos (Ansys, 2018).

1. Descripción y formulación del problema

Con este proyecto de grado se pretende realizar un análisis estructural por medio de elementos finitos de la horquilla delantera del Cessna 172S en su material original, realizando una comparación de las causas de accidentalidad de este tipo de aeronaves con el Piper Cherokee 28 se obtiene que las fallas de accidentalidad debido a la operación del piloto son del 76% para el Cessna 172 y de un 60% para el Piper Cherokee 28, según este estudio las fallas en el tren de nariz a causa agrietamiento por tensión en el eje y grietas en las sujeciones del eslabón superior en las superficies del acople son del 0% para el Cessna 172S y de un 3% para el Piper Cherokee 28 como se observa en la figura 1 (Wanttaja, 2013).

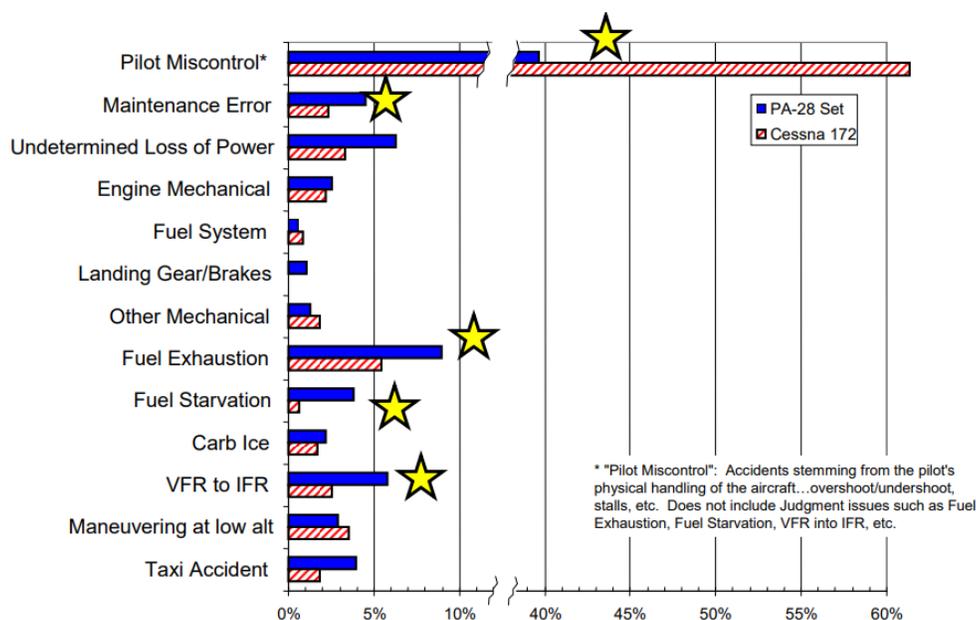


Figura 1. Porcentajes de accidentalidad PA-28 Vs Cessna 172S. (Wanttaja, 2013).

Con base en lo anterior surge la necesidad de analizar como las condiciones de aterrizaje afectan el modo de falla de la horquilla delantera del Cessna 172 ya que se presenta una tasa elevada en accidentalidad a causa de la pérdida de control del piloto. De acuerdo con la Administración Federal de Aviación (FAA), en promedio el 55% de las fallas en aeronaves ocurren durante el despegue y el aterrizaje poniendo en peligro la integridad de las personas, por lo que elementos

estructurales como la horquilla delantera que sirve de soporte entre el tren superior y la llanta, se encuentran sometidos a altas cargas de impacto que disminuyen su vida útil (Tadeus Niezgoda, Malachowski, & Kowalski, 2010).

Debido a esto surge la necesidad de conocer cómo afecta estructuralmente dicha carga de impacto en las distintas condiciones de aterrizaje a la horquilla delantera del Cessna 172S, para reconocer las causas de tener la pieza expuesta a constantes ciclos de carga ya que estas pueden generar deformación, rupturas, grietas internas y concentradores de esfuerzos, igualmente es necesario conocer la forma en la cual la pieza falla esto debido a que esta puede pandearse o romperse de manera abrupta al estar sometida a dichas cargas.

Con lo anterior surge la siguiente pregunta problema:

¿Cómo afecta la carga de impacto estructuralmente a la horquilla delantera del Cessna 172S?

2. Antecedentes

Actualmente la industria aeronáutica busca optimizar los componentes principales de las aeronaves implementando nuevos procesos y tecnologías, con el fin de reducir costos y a su vez generar un avance a futuro. Debido a las cargas presentes en la horquilla delantera de la aeronave Cessna 172S, se quiere estudiar más a fondo el comportamiento de este elemento cuando se somete a estas cargas y las posibles causas de falla o ruptura.

2.1. Antecedentes Internacionales

La investigación realizada por la Universidad del Norte de Florida titulada “*Finite Element Analysis of a Nose Gear During Landing*” evidencia los problemas presentados durante el aterrizaje que a su vez involucran la integridad y la seguridad de las personas. El principal objetivo de esta investigación fue determinar el comportamiento del esfuerzo y el desplazamiento del tren de una aeronave en condición de aterrizaje utilizando el método de elementos finitos.

Para realizar el análisis estructural del tren se empleó la carga de apoyo y su distribución en la superficie de contacto entre un agujero y el pasador como se observa en la figura 2, que se utiliza para determinar de qué manera se distribuye la fuerza de reacción, la cual se genera cuando la llanta del tren entra en contacto sobre el suelo.

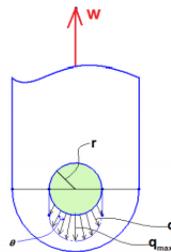


Figura 2. Distribución de Carga (Tadeus Niezgoda et al., 2010).

Se determinaron las fuerzas que actúan sobre el tren, así como las reacciones que se generan al tocar el suelo, se desarrolló el análisis estructural por medio de elementos finitos teniendo en cuenta las condiciones de frontera, contactos en la estructura, cargas producidas en el impacto.

En el estudio realizado se obtuvo resultados que indican que la tensión máxima ocurre en el conjunto de la rueda como se observa la figura 3, en donde el color rojo indica la mayor área de concentración de esfuerzos. Posteriormente se calculó el factor de seguridad y se comparó con los requisitos de la FAA que establece un factor mínimo de 2.0, obteniendo un factor de 3.0 que se encuentra dentro de los requisitos.

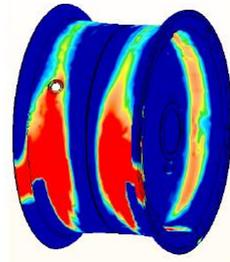


Figura 3. Concentración de esfuerzos en el ensamble de la rueda (Tadeus Niezgoda et al., 2010)

Finalmente se concluyó que el análisis por elementos finitos puede ayudar a los fabricantes a determinar si sus diseños son viables y seguros, además de permitir realizar modificaciones previas, ahorrar tiempo y disminuir costos (Tadeus Niezgoda et al., 2010).

El estudio realizado por el Instituto Superior Técnico Lisboa ubicado en Portugal denominado *“Failure Analysis of a Nose Landing Gear Fork of a GROB G115 Aircraft”* está basado en el accidente de la aeronave GROB G115 que tuvo como consecuencia la ruptura de la horquilla del tren de aterrizaje. Este análisis se centra en el problema de fractura en la pieza generado durante el aterrizaje debido a una falla en el tren de aterrizaje. El objetivo de la investigación se basa en encontrar las posibles causas de falla con el fin de generar una alternativa de solución más óptima y funcional para la aeronave.

El análisis por elementos finitos sobre el elemento permitió observar el comportamiento del esfuerzo en la zona de ruptura, debido a la formación de grietas en la proximidad de los agujeros de la pieza como se observa en la figura 4. Estos agujeros funcionan como conexión de soporte

entre la parte superior del tren y la horquilla los cuales se encuentran sometidos a cargas cíclicas y concentradores de esfuerzos que pueden generar fallas por fatiga.

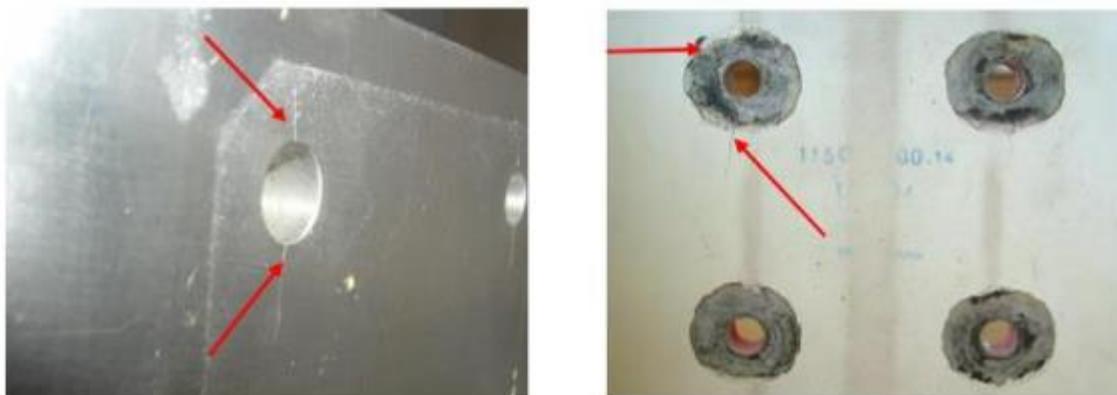


Figura 4. Formación de Grietas (Fernandes, 2012).

Finalmente, con base a los resultados obtenidos se propuso un diseño funcional con algunas modificaciones respecto a la pieza original como se observa en la figura 5 (Fernandes, 2012).

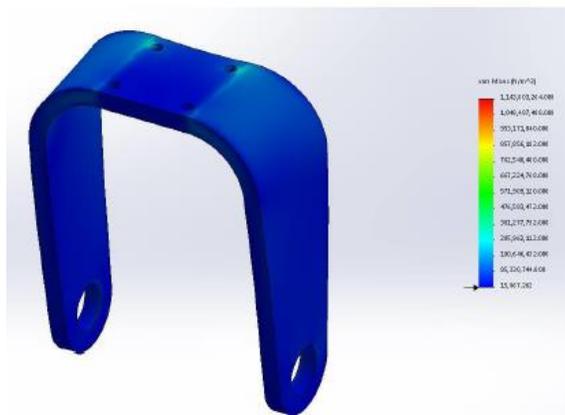


Figura 5. Esfuerzo aplicado en la horquilla Propuesta (Fernandes, 2012).

La investigación realizada por la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de México titulada “*Análisis Estructural de un Tren de Aterrizaje Fijo de un Avión Ultraligero*” se basa en el estudio del tren de aterrizaje de una aeronave biplaza de fabricación casera para condiciones de aterrizaje en una sola rueda conforme a la norma aeronáutica FAR 23 y FAR 25. Desde los años 90 se tiene la inquietud de poder adquirir aeronaves ultraligeras propias que se encuentren bajo las normas establecidas, actualmente este tipo de aeronaves es más asequible y

permiten realizar modificaciones para disminuir el peso mejorando sus condiciones aerodinámicas. En la figura 6 se observa la estructura del tren de aterrizaje fijo utilizado para la simulación en diferentes condiciones de aterrizaje y en suelo.

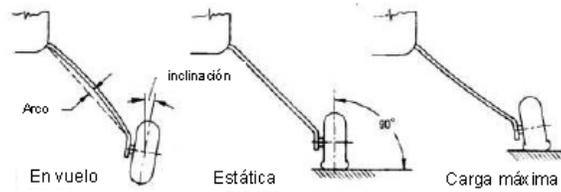


Figura 6. Condiciones de Trabajo para un tren fijo, (Hernández, 2007).

El objetivo del proyecto fue realizar el análisis estructural del tren de aterrizaje de la aeronave KR-2 en condiciones de carga crítica por medio de elementos finitos, para la evaluación de la viabilidad de modificaciones en el tren y detección en zonas propensas a presentar fallas. Se determinaron las cargas a las que se sometió el sistema, se realizó el análisis estructural por medio de Ansys observando el desplazamiento nodal máximo y esfuerzos de Von Mises en condiciones de aterrizaje con una rueda, aterrizaje con carga lateral y frenado en la carrera del aterrizaje. Finalmente se concluye que las zonas más propensas a fallar son los refuerzos entre cada ensamble, así como los agujeros más cercanos entre uniones, debido a que concentran mayor esfuerzo. Pueden generarse deformaciones en la estructura del tren si se somete a altas cargas y se obtengan esfuerzo que sobrepasen los límites del material (Hernández, 2007).

El estudio realizado por Military University of Technology en Polonia titulado “*Numerical Simulation of Landing Gear Dynamics*” establece que a pesar del desarrollo tecnológico en los últimos años sigue siendo complejo y costoso realizar modelamientos dinámicos de estructuras aeronáuticas como el tren de aterrizaje, cuyo propósito es absorber la energía de impacto generada cuando la aeronave aterriza. El objetivo del proyecto fue analizar el modelo matemático que permite determinar las características y el comportamiento dinámico del tren de aterrizaje.

Para realizar el análisis de la estructura fue necesario determinar las cargas existentes, en la figura 7 se observa las cargas que actúan en el tren de aterrizaje a analizar. Se realizaron los cálculos dinámicos determinando la ecuación que modeló el comportamiento del sistema bajo cargas de impacto y vibraciones, posteriormente se analizaron las amplitudes y frecuencias en ciertos estados de tiempo utilizando el método de caída libre (Drop-test).

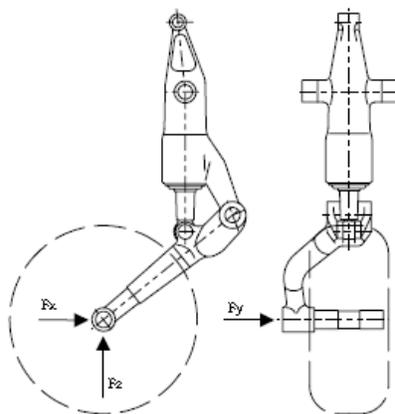


Figura 7. Determinación de Cargas Tren de aterrizaje, (T. Niezgoda, Malachowski, & Kowalski, 2002).

Finalmente se pudo concluir que gracias a el análisis numérico es posible evaluar la sensibilidad de la resistencia de la estructura cuando se somete a diversas cargas o variando parámetros como el nivel de presión sobre el neumático del tren (T. Niezgoda, Malachowski, & Kowalski, 2002).

2.2. Antecedentes nacionales / locales

Debido al uso de las herramientas computacionales a nivel mundial, la industria aeronáutica colombiana ha implementado poco a poco este tipo de herramientas permitiendo así, observar el comportamiento de componentes principales de las aeronaves bajo diferentes cargas y condiciones.

Un claro ejemplo de lo mencionado previamente es el estudio realizado por la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín titulado *“Diseño y Análisis de un tren de aterrizaje triciclo para avión no tripulado utilizando elementos finitos”*. Debido al uso masivo de drones en la

actualidad uno de los principales componentes por mejorar es el tren de aterrizaje, el objetivo del proyecto fue proponer un diseño de tren de aterrizaje y analizarlo por elementos finitos para verificar que cumple con las normas estipuladas en FAR 23.

Para realizar el análisis del tren fue necesario definir el material a utilizar, se utilizaron materiales isotrópicos y ortotrópicos que fueron utilizados en la estructura del tren para posteriormente ser analizados por elementos finitos y definir el material adecuado. Finalmente se obtuvieron resultados con bajo error porcentual entre el método analítico y numérico, lo que otorga validez al método numérico como se observa en la figura 8. Los esfuerzos obtenidos en ambos materiales superan los de fluencia sobrepasando el límite impuesto por la norma FAR 23 (Gonzales & Martinez, 2014).

Tipo de Análisis	Acero ASTM-A709			Aluminio 7075T-6		
	S(m)	Fb(Mpa)	N	S(m)	Fb(Mpa)	N
Analítico	0,1765	1582	2,1228	0,1263	895	2,8345
Numérico	0,1750	1667	2,1382	0,1310	843	2,7456
% Error	0,85	5,37	-----	3,72	5,81	-----

Figura 8. Resultados Obtenidos para los materiales establecidos. (Gonzales & Martinez, 2014)

2.3. Antecedentes regionales

A nivel investigativo es importante estar vinculados y actualizados en la implementación de nuevas tecnologías y estudios de la industria aeronáutica. La investigación desarrollada en el la Universidad de San Buenaventura titulada “*Análisis Estructural de Fuselaje y Tren de Aterrizaje de una aeronave deportiva en proceso de construcción (FI-156 STORCH)*” se enfocó en el análisis de aeronaves que se encuentran en proceso de construcción y fabricación, debido a que se encuentran diseñadas de manera empírica es necesario verificar si sus propiedades estructurales pueden soportar las cargas y condiciones a las cuales se encontrarán sometidas así como el cumplimiento de la normas ya establecidas. La investigación tuvo como objetivo realizar un

estudio detallado y estructural por medio de elementos finitos del tren de aterrizaje y el fuselaje de una aeronave en proceso de construcción.

Para realizar el análisis fue necesario establecer las características de vuelo que proporciona el fabricante, cálculo del centro de gravedad y determinación de cargas en el tren de aterrizaje y fuselaje. Se utilizó Ansys Workbench para realizar la simulación estructural, se aplicó una carga vertical, lateral y longitudinal en cada tren y se definieron las restricciones y puntos de apoyo de igual manera se aplicaron las cargas previamente calculadas para el fuselaje como se observa en la siguiente figura 9.

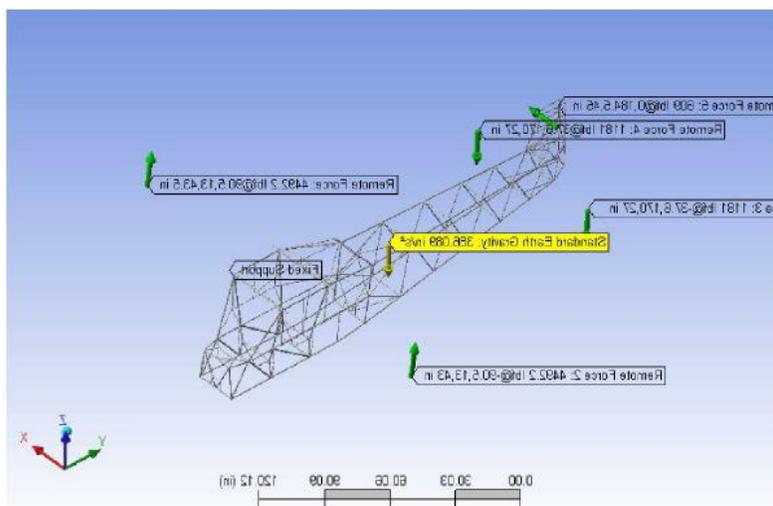


Figura 9. Cargas aplicadas al fuselaje (Peña, Mondragón, & Castillo, 2005)

Se realizó la simulación enmallando cada componente del tren y del fuselaje, obteniendo esfuerzos y factor de seguridad, finalmente se concluyó que por medio del análisis por elementos finitos se corrobora que el tren de aterrizaje y el fuselaje se encuentran en capacidad de soportar las cargas establecidas (Peña, Mondragón, & Castillo, 2005).

La investigación desarrollada en la Universidad de San Buenaventura titulada *“Diseño de un Sistema de Amortiguación Triangulado y Electromecánico, con Selector Manual para Aeronaves Categorías FAR 23”* evidencia como resultado, el diseño de un sistema de control para

un amortiguador realizando un análisis de la respuesta en el tiempo del sistema de amortiguación existente y el diseño propuesto. Para el desarrollo del proyecto se escogió la aeronave Cessna 208B Grand Caravan después de realizar una matriz de decisión entre las aeronaves con las principales ventajas y desventajas de como se observa en la figura 10.

CARACTERÍSTICAS	%	MODELO		
		Cessna 182T	Cessna U206	Cessna 208B Grand Caravan
Número de Pasajeros	20	3	4	5
		60	80	100
Peso Máximo de Despegue	10	4	4	5
		40	40	50
Proyección Internacional de Ventas	40	3	3	4
		120	120	160
Numero de Aeronaves Disponibles en Colombia	30	2	5	4
		60	150	120
TOTAL		280	390	430

Dónde: Excelente 5 / Bueno 4 / Aceptable 3 / Inaceptable 2 / No considerable 1.

Figura 10. Matriz de Decisión.

Por medio del modelo matemático definido para este proyecto, se validaron los resultados para verificar si existe un cambio significativo que permita establecer, si con la implementación del sistema propuesto se genera mayor confort para los pasajeros. En la figura 11 se puede observar el diseño del amortiguador propuesto.

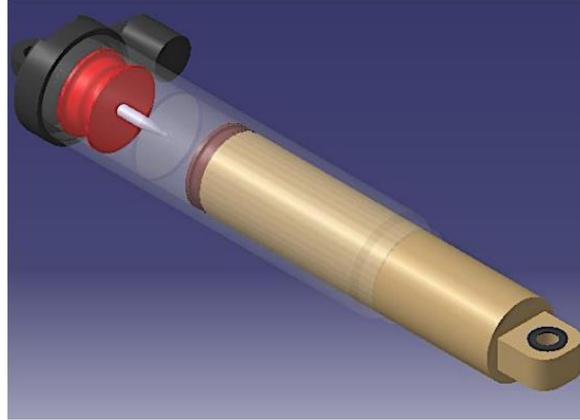


Figura 11. Amortiguador Propuesto, Fuente: (J. A. Moreno, Torres, & Sierra, 2017).

2.3.1. Objetivo general

Analizar por elementos finitos el comportamiento de la horquilla delantera del tren de aterrizaje de la aeronave Cessna 172 skyhawk bajo carga de impacto.

2.3.2. Objetivos específicos

- Aplicar un modelo matemático que represente la carga de impacto en la horquilla delantera.
- Realizar el análisis estructural de la horquilla bajo la carga de impacto aplicada.
- Evaluar los resultados obtenidos a través del análisis estructural realizado a la horquilla.

3. Alcances y limitaciones del proyecto

3.1.1. Alcances

- Se determinará la fuerza de impacto que actuará sobre la horquilla delantera del Cessna 172 Skyhawk.
- Se realizará el análisis estructural por medio de elementos finitos del material original (Acero 4130) para la horquilla delantera del Cessna 172 Skyhawk.
- Se evaluarán los resultados obtenidos a través del análisis estructural realizado a la pieza.
- Se realizará un análisis de sensibilidad de malla para la horquilla delantera del Cessna 172 Skyhawk.

3.1.2. Limitaciones

- No se realizarán cambios o propuestas de modificaciones geométricas a la horquilla delantera del Cessna 172 Skyhawk.
- Se realizará la simulación de la pieza aplicando cargas teóricas con base a cálculos efectuados en la aeronave.
- Se realizará el análisis de la horquilla delantera del Cessna 172 Skyhawk en su material original.
- Se realizará el análisis estructural de la horquilla en tres condiciones de aterrizaje establecidas en FAR 23 como lo son; Normal, Aterrizaje de emergencia (sección 23.335) y Caída libre (sección 23.561).

- El análisis de la pieza seleccionada se realizará por medio de la licencia académica del software Ansys Workbench que posee la Universidad de San Buenaventura Bogotá.
- El análisis de resultados es independiente de la malla.
- Se realizará un análisis estático para la horquilla delantera, aplicando una sola carga dinámica en el centro de la pieza.
- No se utilizará un módulo de dinámica explícita para aplicar una carga dinámica sobre la horquilla.
- No se considerará una condición de aterrizaje con carga lateral sobre el tren delantero.

4. Marco teórico y conceptual

4.1. Aeronave Cessna 172S

En 1956, la empresa dedicada a la aviación “Cessna” comenzó a construir la aeronave de entrenamiento conocida ahora como Cessna 172S y más de 60 años después todavía se producen ejemplares. Posee 4 plazas y pesa alrededor de 800 kilos sin combustible y pasajeros. La aeronave de un solo motor alcanza una velocidad máxima de 226 km/h aunque se estima que puede llegar a alcanzar los 297 km/h, sin embargo el fabricante no lo recomienda debido a que puede generar daño estructural (FAA, 2018).

Conocido como el avión de entrenamiento más popular del mundo por medio del cual generaciones de pilotos tomaron sus primeros vuelos, el 172 es un avión diseñado para ser fácil de volar y soportar aterrizajes sin dificultad esta aeronave cuenta con un pequeño motor de cuatro cilindros opuestos enfriados por aire de usos múltiples, es una de las aeronaves más populares entre los modelos actualmente existentes de la Cessna Aircraft Company se distingue no sólo por su alta fiabilidad y también por su atractivo rendimiento con una velocidad nunca espedita de 302 km/h, Velocidad máxima operativa 228 km/h, alcance de 1270 km, techo de vuelo de 4328 m, régimen de ascenso de 3.7 m/s, una carga alar de 13.2 lbs * in² y la autonomía de vuelo es más de 1250 kilómetros, dando la aeronave una buena oportunidad de competir con los modelos existentes de otros fabricantes (Dowling, 2017b).

4.1.1. Especificaciones

En la tabla 1 se mencionan cada una de las especificaciones técnicas de la aeronave.

Tabla 1. Especificaciones técnicas de la aeronave (Goyer, 2012).

Longitud	27'-2"	8.28 m
Envergadura	36'-1"	11 m
Superficie alar	174 ft^2	16.165 m^2
Peso vacío	1663 lbs	754.32 Kg
Peso cargado	2558 lbs	1160.289 Kg
Carga útil	895 lbs	405.965 Kg
Capacidad de equipaje	170 lbs	77.11 Kg
Distancia de despegue	1630 ft	496.824 m
Distancia de aterrizaje	1335 ft	406.908 m
Velocidad de pérdida	81.10 ft/s	24.72 m/s
Velocidad máxima	275.196 ft/s	83.88 m/s
Velocidad crucero	209.60 ft/s	230 km/h
Rango	1.185 km	1.185 km
Techo de servicio	4267 m	4267 m
Motor	IO-360-L2A	-
Capacidad de combustible	56 galones	211.983 L
Consumo de combustible	53 galones	200.627 L

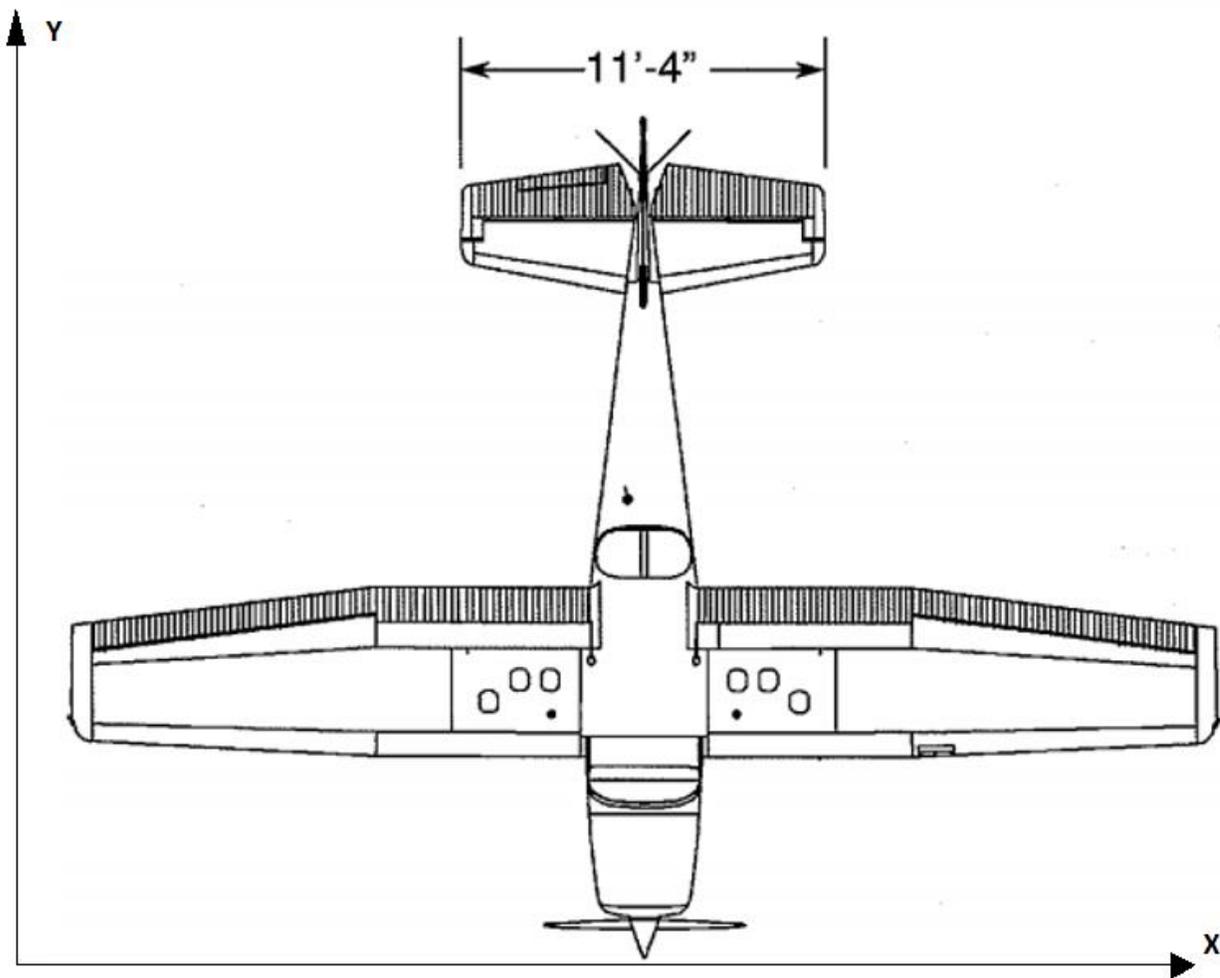


Figura 12. Vista de techo, (Cessna, 1998).

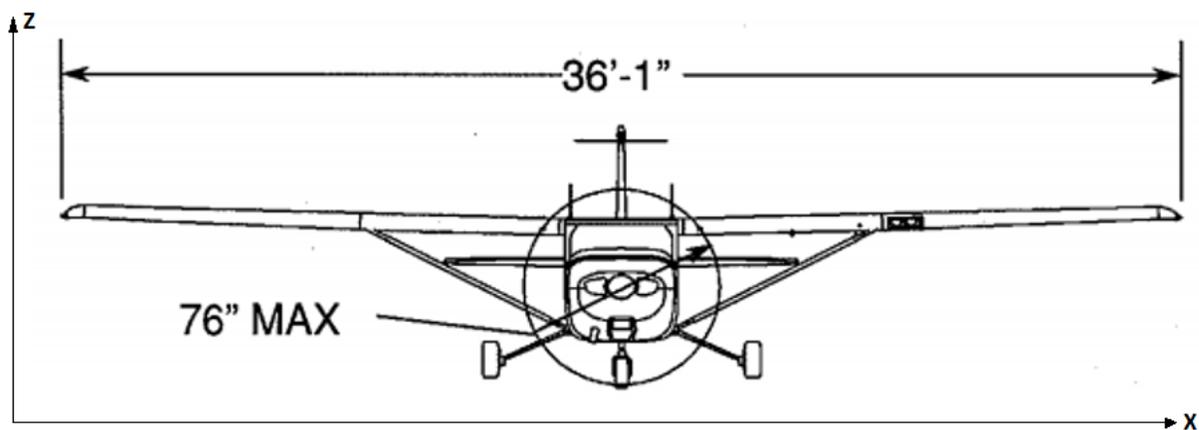


Figura 13. Vista frontal aeronave Cessna 172S, (Cessna, 1998)

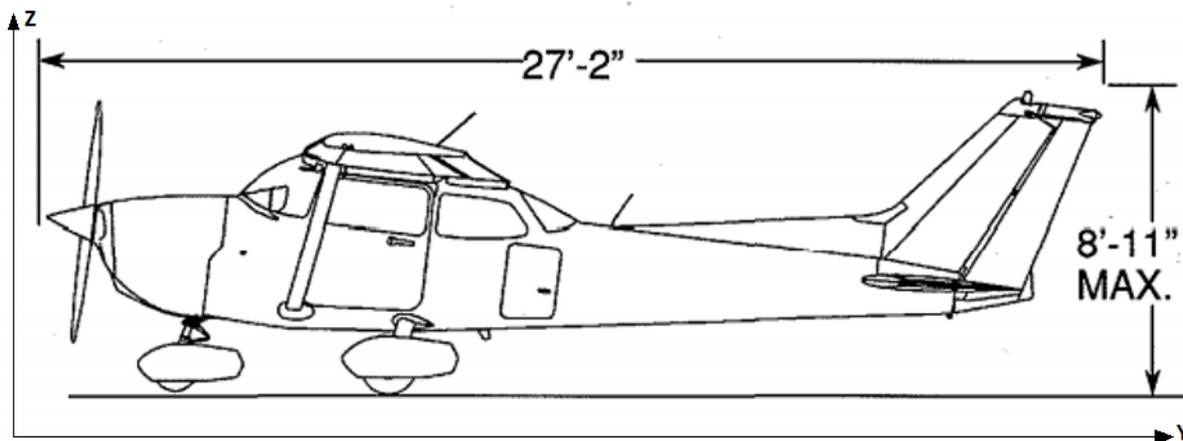


Figura 14. Vista lateral aeronave Cessna 172S, (Cessna, 1998).

4.2. Tren de aterrizaje

Se denomina tren de aterrizaje al conjunto de ruedas, soportes, amortiguadores y otros equipos que un avión utiliza para aterrizar o maniobrar sobre una superficie, el cual absorbe energía cinética, disminuye vibraciones, aporta control, estabilidad y dirección. Este tiene la capacidad de absorber las cargas de aterrizaje y rodaje transmitiendo parte de estas a la estructura, este tipo de fuerzas son afectadas por la amortiguación del choque en donde influye de manera directa el peso total de la aeronave, su distribución sobre las ruedas de el tren de nariz o el de cola, la velocidad vertical del aterrizaje entre otras las cuales son dependientes del tipo de avión y su misión.

4.2.1. Tipo de Tren Aeronave Cessna 172 Skyhawk

La aeronave Cessna 172S posee una configuración en sus trenes tipo triciclo convencional como se observa en la figura 15. Este tipo de configuración se caracteriza por tener una baja resistencia al avance debido que, al tener una llanta pequeña, en el momento del despegue exige menor potencia del motor y menor consumo de combustible. Sin embargo, al ser tan reducida en tamaño posee algunos inconvenientes entre ellos, la mala visibilidad del piloto, la necesidad de

llegar a cierta sustentación para conseguir una posición horizontal y la posibilidad de accidentes durante el aterrizaje provocando el desequilibrio de la aeronave por un mal frenado (Currey, 1988).



Figura 15. Tren Tipo Triciclo (Currey, 1988).

4.2.2. Tipo de Amortiguador Aeronave Cessna 172 S

El amortiguador que posee la aeronave Cessna 172 Skyhawk es del tipo Oleo-neumático, siendo uno de los más eficientes en la industria y el que mejor refleja la relación rendimiento-peso mejorando así la disipación de energía en el tren.

El tipo de configuración oleo-neumático absorbe energía forzando una cámara de fluido hidráulico en contra de una cámara de aire o nitrógeno para posteriormente efectuar la compresión. Durante el proceso de compresión el fluido hidráulico y el gas se mantienen separados, cuando se experimenta el impacto inicial la disipación inicia tan pronto como la presión del aire fuerza el fluido hidráulico en retroceso de nuevo a través de los orificios al interior de la cámara. La figura 16 representa la configuración convencional de los amortiguadores oleo neumáticos (Chartier & Tennant, 2007).

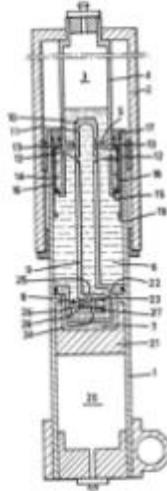


Figura 16. Patente US 4082255 Amortiguador Oleo Neumático (“Oleo-pneumatic damper,” 1977).

Como se menciona previamente el tipo de amortiguador usado en la aeronave Cessna 172S es de tipo óleo neumático, en el cual su eficiencia promedio ronda los valores del 80% al 90% siendo una de las principales características además de absorber y eliminar la energía cinética simultáneamente convirtiéndolo en uno de los más eficientes. En la siguiente figura se observan las eficiencias promedio según el tipo de amortiguador en la cual se puede evidenciar los valores específicos de la eficiencia promedio.

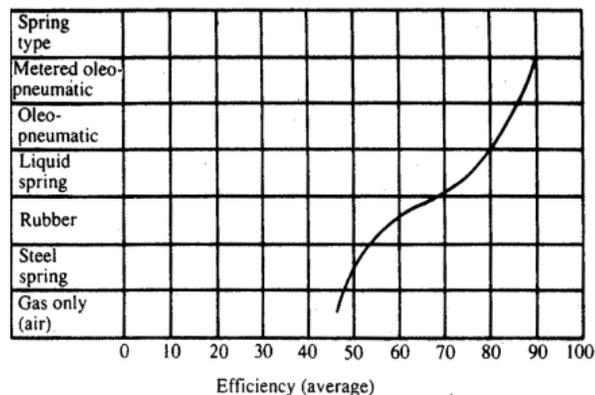


Figura 17. Promedio de Eficiencias (Chartier & Tennant, 2007).

4.2.1. Fuerzas generadas sobre el tren de aterrizaje

Las fuerzas consideradas en el tren de aterrizaje son específicamente tres las cuales son; las cargas verticales caracterizadas por ser dependientes de la tasa de descenso, las longitudinales

causadas por cargas de frenado y fricción por giros por último están las cargas laterales causadas por condiciones de aterrizaje forzado, vientos cruzados en rodaje y giros en tierra (Peña, Mondragón, & Castillo, 2005).

4.3. Materiales utilizados en el tren de aterrizaje

La industria aeronáutica continúa en la búsqueda de materiales eficientes, ligeros y resistentes que permitan mejorar el rendimiento de las aeronaves y ampliar las posibilidades de diseño y construcción.

El acero sustituyó a la madera en la construcción debido a que tiene buenas cualidades respecto a resistencia estructural, pero su densidad es excesiva y tiene graves problemas de corrosión. Sin embargo, se utilizó en la primera guerra mundial para crear el primer avión enteramente metálico con estructuras de acero y recubierto de tela. El acero es aún esencial para la fabricación de algunos componentes, como elementos del tren de aterrizaje, herrajes, bancadas de motor, etc. Su costo es inferior al de otro tipo de aleaciones, sin embargo, a pesar de que es tres veces más pesado que el aluminio es también tres veces más resistente. A continuación, se observan los materiales más utilizados en la industria de la aviación entre ellos, el Aluminio, el Titanio y los Materiales Compuestos.

- **Aluminio:** aparece en la aviación a principios del siglo XX, concretamente en Alemania, aunque su cantidad era relativamente baja. La transición entre la madera y el aluminio empezó en los años 30, y fue completamente asentada durante la II Guerra Mundial.
- **El titanio:** comenzó a usarse en la década de los 50, sobre todo por la Unión Soviética para aplicaciones militares durante la Guerra Fría. Aviones famosos que empezaron a usar el titanio fueron el F100 Super Sabre y el Lockheed A-12.

- **Materiales Compuestos:** se introdujeron en los aviones durante y tras la II guerra mundial. En ella se empezaron a usar para la estructura, la semi-estructura, y para los motores. En los años 60 se empezó a producir de forma comercial la fibra de carbono. En los años 80 se provocó un punto de inflexión en el momento en que Airbus empezó a desarrollar e incorporar piezas de material compuesto en sus aviones (Castaño, 2017).

4.4. Materiales Utilizados en el Tren de Aterrizaje de la Aeronave Cessna 172S

En la fabricación del Cessna 172 es utilizado el Acero 4130 aleación de cromo molibdeno, este material se caracteriza por sus propiedades de resistencia a la corrosión, dureza y resistencia al desgaste. El cromo se disuelve en la ferrita y muestra una fuerte tendencia a formar carburos de cromo y carburos complejos (Aceros fortuna, 2014).

Los aceros con cromo de mayor utilidad son:

- Aceros de construcción, de gran resistencia mecánica de 0.50 a 1.50% de cromo y 0.30 a 0.45% de carbono, aleados según los casos, con níquel y molibdeno para piezas de gran espesor, con resistencias variables de 70 a 150 Kg. /mm². Utilizados en elementos que requieren buena soldabilidad, destinados a la construcción metálica, aparatos a presión o tubos, de grano fino y soldables.
- Aceros de cementación con 0.50 a 1.50% de cromo y 0.10 a 0.25% de carbono, aleados con níquel y molibdeno. Generalmente son aceros a los cuales se les ha sometido a un tratamiento termoquímico que le proporciona dureza a la pieza, aunque son aceros frágiles (posibilidad de rotura por impacto).
- Aceros de nitruración cromo-aluminio-molibdeno. Se utiliza para construir piezas de gran resistencia y elevada dureza superficial para resistir el desgaste (Castaño, 2017).

4.5. Método de elementos finitos

En 1943 el matemático Richard Courant publicó un artículo titulado “Métodos Variacionales para la solución de problemas de vibraciones y equilibrio”, en el cual describió la ecuación que resolvía problemas de torsión utilizando elementos finitos. A finales de la década de 1960 se empezaron a usar códigos computacionales en la industria aeronáutica que más tarde se utilizarían para realizar análisis estructurales muy similares a los conocidos y usados en la actualidad.

En el año de 1965 la base de la Fuerza aérea ubicada en Dayton, Ohio, realizó la primera conferencia con base a los elementos finitos denominada “Métodos Matrix en Mecánica Estructural”. Durante las siguientes décadas se continuó implementando este método debido a la publicación de diversas bibliografías que permitieron conocer la historia, desarrollo, conceptos básicos y con innovaciones no solamente estructurales sino térmicas, electromagnéticas y de fluidos.

Posteriormente se estudió la implementación de esfuerzos y la distribución de desplazamientos, se empezó a utilizar este método en distintas ramas como la automotriz en la cual se analizaba el comportamiento de los automóviles cuando se sometían a diversas cargas obteniendo resultados exactos. Gracias a la implementación de los elementos finitos en la industria aeronáutica, se ha podido observar el comportamiento de infinidad de piezas estructurales que componen las aeronaves como esfuerzos, deformaciones y demás (ANSYS, 2017).

4.6. Software Ansys Workbench

Actualmente el software de análisis estructural Ansys se ha convertido en una herramienta ingenieril que permite resolver problemas complejos y tomar decisiones de diseño más precisas. Las herramientas presentes en el software permiten personalizar y automatizar diseños y problemas estructurales para ser analizados en múltiples escenarios de diseño.

El software se utiliza en toda la industria ingenieril optimizando la calidad de cualquier diseño, reduciendo costos evitando realizar pruebas físicas. Posee una gama completa de herramientas para analizar casos con cargas únicas, vibraciones o análisis transitorios, también examina el comportamiento lineal y no lineal de diversos materiales, estructuras y demás (ANSYS, 2017).

5. Metodología

Para realizar el análisis comparativo por elementos finitos del comportamiento bajo carga de la horquilla delantera de la aeronave Cessna 172 es necesario tener en cuenta que este proyecto se centra un enfoque de investigación empírico analítico, en el cual se verifica el comportamiento bajo carga máxima de la horquilla delantera del tren de aterrizaje a través del método de los elementos finitos en búsqueda de información confiable del comportamiento de la pieza a través de una comparación detallada de datos.

Para dar respuesta a la pregunta ¿Cómo afectan las cargas de impacto estructuralmente a la horquilla delantera del Cessna 172? es necesario establecer una serie de pasos en donde se especifique el modo por el cual se va a dar solución a la misma; para empezar el desarrollo de este proyecto se recopila información del estado del arte de las propiedades del material, seguido a esto se define el modelo de carga de impacto a aplicar para así poder modelar la pieza en tres dimensiones por medio del programa CATIA, continuando con el proyecto se realiza la sensibilidad de malla para la pieza permitiendo así simular su comportamiento en Ansys Workbench por medio del método de elementos finitos, seguido a esto se obtienen los resultados de esfuerzo y deformación de la pieza; en el siguiente diagrama se puede apreciar de manera general la metodología a seguir:

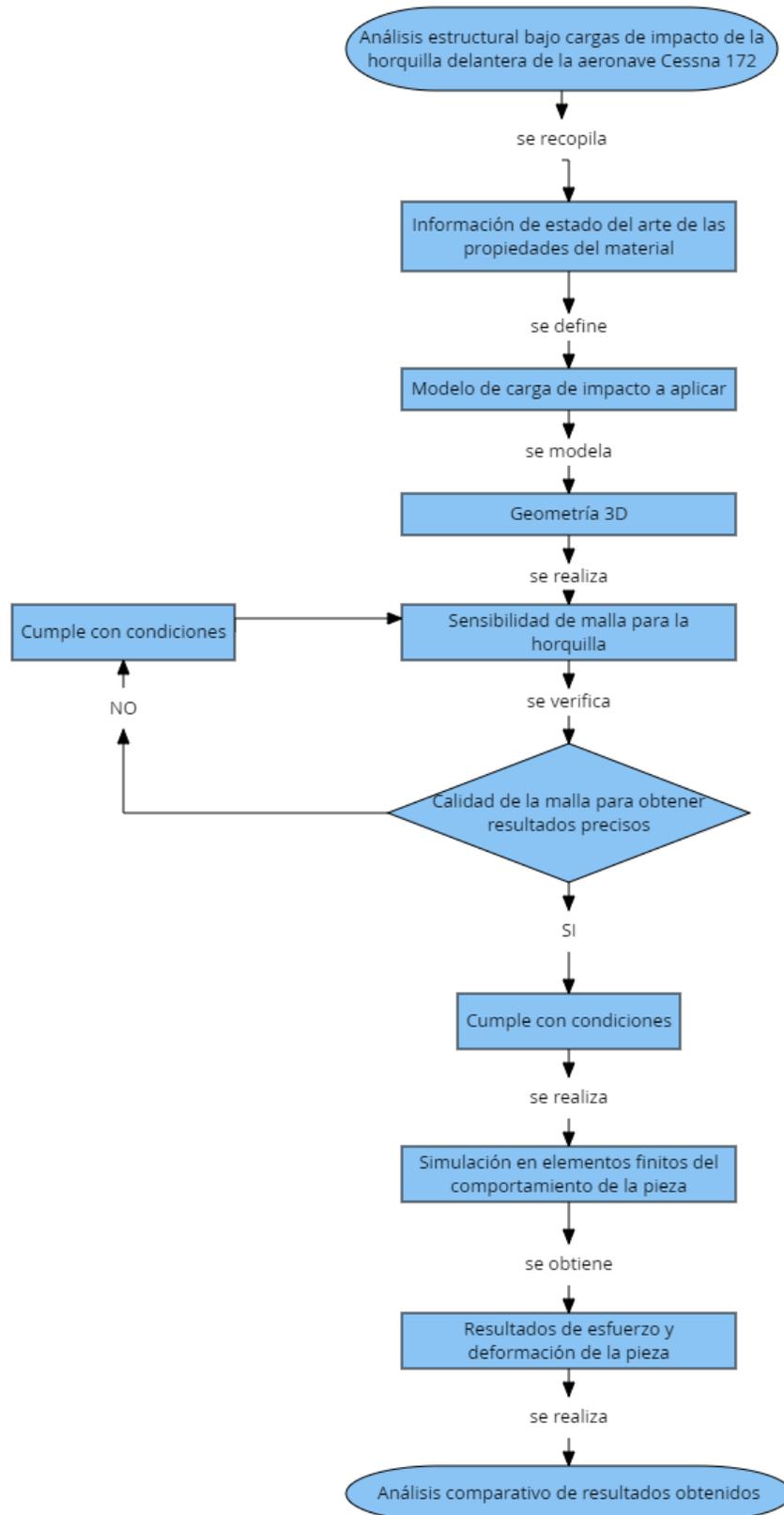


Figura 18. Diagrama de flujo, metodología.

5.1. Línea de investigación

Este proyecto se centra en el análisis del comportamiento bajo carga de la horquilla delantera del tren de aterrizaje de la aeronave Cessna 172 a través del método de elementos finitos, por lo que la línea de investigación que direcciona el mismo es la Mecánica Computacional debido a que esta se encarga de verificar diferentes métodos numéricos y computacionales para el modelado y simulación de sistemas de interés en la ingeniería.

6. Desarrollo de Ingeniería

6.1. Regulación y Normativas

Para el desarrollo del proyecto es necesario tener en cuenta los límites de diseño y regulación establecidos por la FAA. Debido a que la aeronave se encuentra en categoría utilitaria la regulación establecida a este tipo de aeronaves es FAR 23. Para las condiciones a analizar que son: Aterrizaje Nivelado, Caída libre y emergencia se establecen los lineamientos relacionados a continuación:

6.1.1. Límites Establecidos para aterrizaje Nivelado según FAR 23

Para un aterrizaje nivelado el avión tiene las siguientes actitudes:

- Para aviones con ruedas traseras, una actitud de vuelo de nivel normal
- Para aviones con ruedas normales actitudes en las que, la nariz y las ruedas principales están en contacto con el suelo simultáneamente, las ruedas principales están en contacto con el suelo y la rueda de morro esta despejada del suelo como se observa en la siguiente figura (FAR 23.479).



Figura 19 Aterrizaje Nivelado (Aire, 2016).

La distancia horizontal necesaria para aterrizar y detenerse desde un punto a 50 pies sobre la superficie de aterrizaje debe determinarse, para temperaturas estándar en cada peso y altitud dentro

de los límites operaciones establecidos para el aterrizaje de la siguiente manera como se observa en la figura 20 (FAR 23.2375):

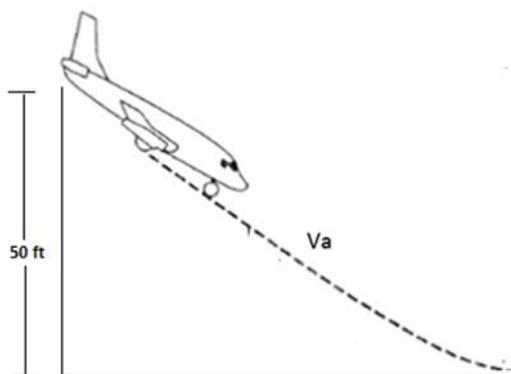


Figura 20 Altura Límite de Aproximación, Fuente: Autores.

- La aeronave deberá realizar una aproximación a no menos de la velocidad de referencia y debe mantenerse a una altura de 50 pies.
- La aproximación debe estar en un gradiente de descenso no mayor al 5.2% hasta la altura de 50 pies (Federal Aviation Administration, 2018).

6.1.2. Caída Libre (Caída Límite)

La sección 23.723 de FAR 23 establece las ecuaciones que se encuentran relacionadas en la sección 23.725 del mismo apéndice, las cuales afirman que se debe multiplicar la velocidad de descenso de la aeronave por un factor de 1.2. Por otro lado, la sección 23.727 del FAR 23 hace referencia a la prueba necesaria para establecer la energía de reserva del tren, en la cual se establecen las pruebas descritas en la sección 23.725 mencionada anteriormente, primeramente, la regulación afirma que la altura de caída debe ser multiplicada por un factor de 1.44 y segundo el peso de caída sea el resultado hallado por la ecuación de Peso Efectivo (W_e) especificada más adelante.

Se puede encontrar una limitación descrita en el numeral 23.473 de FAR 23, el cual describe que la velocidad de descenso no debe ser mayor a 10 pies/s o 3,04 m/s; Se observa también, el numeral 23.725 del mismo apéndice en el cual la altura no debe ser mayor de 18.7 pulgadas o 0.47 metros. Teniendo en cuenta las anteriores limitaciones y analizando la importancia de poder realizar todas las pruebas pertinentes relacionadas con caída libre bajo las condiciones establecidas se comienza a realizar cada procedimiento de acuerdo a la norma establecida como se observa en la figura 21.

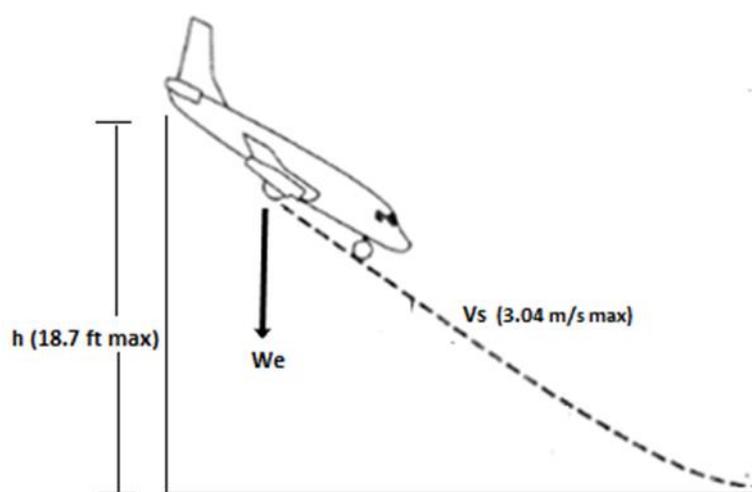


Figura 21 Restricciones Caída Límite, Fuente: Autores.

Teniendo en cuenta la regulación se utiliza el mayor peso permitido de aterrizaje para la aeronave, el cual es 2550 lbs como lo establece el manual de operación de la aeronave Cessna 172

Skyhawk. En la figura 22 se observa la velocidad de descenso límite que a su vez será igual a la velocidad de pérdida de la aeronave (Federal Aviation Administration, 2018).

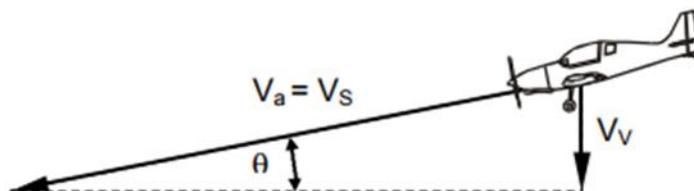


Figura 22. Velocidad de descenso límite (Federal Aviation Administration, 2018).

$$V_s = 89 \text{ Km/h} \rightarrow 24,72 \text{ m/s (Según especificaciones aeronave)}$$

Según FAR 23.473 la velocidad de aproximación debe ser 4,4 veces la velocidad de pérdida como se observa en la ecuación 1, que representa la velocidad de aproximación o velocidad de descenso límite:

$$\frac{W}{S} = 14,7 \frac{\text{Lbs}}{\text{ft}^2} \rightarrow \text{Carga Alar Aeronave Cessna 172S}$$

$$V_s = 4,4 * (14,7)^{1,4} = 8,61 \frac{\text{ft}}{\text{s}} \rightarrow 2,62 \text{ m/s} = V_a$$

Ecuación 1

De igual manera según FAR 23 la velocidad de descenso límite debe ser 1.2 veces la velocidad de aproximación, teniendo en cuenta lo anterior se tiene la ecuación 2:

$$V_s = 1,2 * V_a = 1,2 * 2,62 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,144 \text{ m/s}$$

Ecuación 2

Según la norma Far 23.723 la altura de caída libre no puede ser inferior a 9,2 pulgadas y no más de 18.7 pulgadas. Para calcular la altura mencionada se tiene la siguiente ecuación:

$$h(\text{in}) = 3,6 * \left(\frac{W}{S}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$h(\text{in}) = 3,6(14,7 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^2})^{\frac{1}{2}} = 13,80 \text{ in} \rightarrow 0,35 \text{ m}$$

Ecuación 3

La altura calculada previamente evidencia que se encuentra dentro de los parámetros que establece la norma. Con la altura de caída se calcula el Peso efectivo con el que la aeronave debe caer establecido por el numeral (FAR 23.725).

$$W_e = W * \frac{(h + (1 - Lf))d}{(h + d)}$$

Ecuación 4

En donde:

W_e = Peso efectivo

h = altura de caída libre especificada (pulgadas)

W = Peso en vacío aeronave

d = desviación bajo el impacto del neumático (Michellin Aircraft Tire Catalog y reportes de análisis experimentales relacionados $d = 2,5$ in a 0,063 m)

Lf = Relación de sustentación, se asume con un valor no mayor a $L = 0,667$ (FAR 23.725)

Con los anteriores valores se tiene:

$$W_e = 1663 * \frac{[13,80 * (1 - 0,667) * 2,5in]}{(13,80in + 2,5in)} = 3519,846 Lb = 15657,05 N$$

Ecuación 5

Para una relación crítica de sustentación $L=0$ la aeronave debe mantenerse dentro de los límites de peso mínimo (vacío) o máximo, lo anterior debido a que los parámetros encontrados en esta sección representan valores límite o máximos permitidos en la operación de la aeronave, se pueden considerar iguales o cercanos a los parámetros encontrados en el aterrizaje más crítico o de emergencia.

Se observa que el peso efectivo representa un valor de máximo de 3519.846 lb de no exceder el cual hace referencia a un valor límite, de igual manera la altura de caída es de 13.80 pulgadas el

cual se encuentra dentro de lo establecido por FAR 23 sin embargo se considera como un valor máximo y de no exceder. Por lo tanto, se hace una relación entre la condición más crítica o aterrizaje de emergencia y caída libre, en donde se establece que ambas condiciones están restringidas por las mismas regulaciones con respecto a no exceder parámetros como peso, altura y velocidad durante el aterrizaje.

En ese mismo orden y para facilidades del desarrollo del proyecto, no se tendrá en cuenta la condición de caída libre al momento de realizar el análisis estructural, sin embargo, los parámetros encontrados para esta condición serán evaluados en la sección de Working Models cumpliendo con los objetivos establecidos.

6.1.3. Límites Establecidos para Aterrizaje de Emergencia FAR 23

Para un aterrizaje cola abajo se supone que el avión tiene las siguientes actitudes:

- Para aviones con ruedas traseras una actitud en la que las ruedas principales y traseras entran en contacto con el suelo simultáneamente.
- Para aviones con ruedas frontales una actitud de estancamiento, con el ángulo máximo que permite la distancia al suelo por cada parte del avión, lo que sea menor.
- Para aviones con ruedas de cola o morro se supone que las reacciones en el suelo son verticales, con las ruedas al máximo antes de que se alcance la carga vertical máxima.

(FAR 23.481)(Federal Aviation Administration, 2018).

Adicional a lo anterior se tuvo en cuenta el Apéndice C de la norma FAR 23 que establece las condiciones básicas de aterrizaje que pueden existir para cada tipo de tren como se observa en la figura 23, sin embargo, la imagen representa un estado global que abarca la condición de aterrizaje de una manera general, debido a esto es necesario aclarar que no todas las condiciones mostradas

en la figura 23 serán empleadas en el análisis de las tres condiciones de aterrizaje establecidas previamente.

La sección llamada “Condición” en la figura 23 hace referencia a los diferentes estados en los que se puede presentar el aterrizaje, así mismo se observan los factores, constantes y normas FAR 23 generados para cada tipo de rueda durante cada condición. Para cada tipo de rueda se especifica el nivel de aterrizaje y las reacciones que se generan en cada condición, debido a que se analizará la condición de aterrizaje en el tren de nariz solo se tendrán en cuenta el nivel de aterrizaje con reacciones inclinadas.

Condición	Tipo de rueda trasera		Tipo de rueda de nariz		
	Nivel de aterrizaje	Aterrizaje a la baja	Nivel de aterrizaje con reacciones inclinadas	Nivel de aterrizaje con rueda de morro justo fuera del suelo	Aterrizaje a la baja
Sección de referencia	23.479 (a) (1)	23.481 (a) (1)	23.479 (a) (2) (i)	23.479 (a) (2) (ii)	23.481 (a) (2) y (b).
Componente vertical en c. gramo	noroeste	noroeste	noroeste	noroeste	nW .
Componente hacia adelante y hacia atrás en c. gramo	KnW	0	KnW	KnW	0.
Componente lateral en cualquier dirección en c. gramo	0	0	0	0	0.
Extensión del amortiguador (amortiguador hidráulico)	Nota 2)	Nota 2)	Nota 2)	Nota 2)	Nota 2).
Desviación del amortiguador (amortiguador de goma o muelle), porcentaje	100	100	100	100	100.
Desviación de los neumáticos	Estático	Estático	Estático	Estático	Estático.
Cargas de la rueda principal (ambas ruedas) (V_r)	(nL) W	(nL) W b / d	(nL) W a ' / d'	(nL) W	(nL) W.
Carga de la rueda principal (ambas ruedas) (D_r)	KnW	0	KnW a ' / d'	KnW	0.
Carga de la rueda trasera (V_F)	0	(nL) W a / d	(nL) W b ' / d'	0	0.
Carga de la rueda de la cola (D_f)	0	0	KnW b ' / d'	0	0.
Notas	(1), (3) y (4)	(4)	(1)	(1), (3) y (4)	(3) y (4).

Figura 23. Condiciones Básicas de Aterrizajes (Federal Aviation Administration, 2018).

- Nota 1). K se puede determinar de la siguiente manera: $K = 0,25$ para $W = 3,000$ libras o menos; $K = 0.33$ para $W = 6.000$ libras o más, con variación lineal de K entre estos pesos.

- Nota 2). A los efectos del diseño, se supone que el factor de carga máxima ocurre a lo largo de la carrera del amortiguador desde una deflexión del 25 por ciento hasta una deflexión del 100 por ciento, a menos que se indique lo contrario y el factor de carga debe ser utilizado con cualquier extensión de amortiguador tren de aterrizaje.
- Nota 3). Los momentos desequilibrados deben equilibrarse con un método racional o conservador.
- Nota (4). L se define en 23.735 (b), el cual hace referencia a que los frenos deben poder evitar que las ruedas rueden en una pista pavimentada con potencia de despegue en el motor crítico, pero no es necesario que impidan el movimiento del avión con las ruedas bloqueadas.
- Nota (5). n es el factor de carga de inercia límite, en el cg del avión.

Teniendo en cuenta las anteriores condiciones de aterrizaje se usará únicamente la siguiente:

- Aterrizaje con reacciones inclinadas para rueda de nariz con carga de la rueda principal (ambas ruedas).

Debido a que el peso de la aeronave y sus centros de gravedad juegan un papel muy importante durante el aterrizaje, es necesario identificar con precisión los límites en los que la aeronave opera de manera eficiente y obtener resultados cercanos al comportamiento real durante esta etapa, en el siguiente apartado se realizaron los cálculos necesarios para evaluar las anteriores condiciones (Aterrizaje nivelado, caída libre y emergencia).

6.1.4. Límites del Centro de Gravedad en la Aeronave Cessna 172 Skyhawk

Para el cálculo de las cargas que actúan sobre la aeronave y en especial en tren de nariz, es necesario conocer los límites de centro de gravedad en los que se encuentra la aeronave aprobados por el Departamento de Administración Federal de Aviación (FAA) y el fabricante.

Se tomó como referencia el Data Sheet del Certificado de Tipo TC emitido y aprobado por la FAA N°.3A12 para la aeronave Cessna 172 Skyhawk, en el cual se describen las condiciones y limitaciones bajo las cuales debe ser desarrollada la aeronave y que cumple con los requisitos de aeronavegabilidad según el reglamento de la FAA.

Teniendo en cuenta lo anterior, en la siguiente tabla se observa el rango de centro de gravedad y demás para la aeronave Cessna 172 Skyhawk categoría normal (Federal Aviation Administration, 2009)

Tabla 2 Especificaciones Centro de Gravedad, Fuente: Autores.

CESSNA 172S CATEGORIA NORMAL		
Rango C.G	After Limit / Forward Limit	47.3 pulgadas después del Datum Line a 2,550 libras o menos. Variación lineal de 41.0 pulgadas después del dato a 2,550 libras a 35.0 pulgadas después del datum Line a 1,950 libras; 35.0 pulgadas después del datum Line a 1,950 libras o menos.
MAC		58.8 pulgadas; Borde delantero de MAC 25,9 pulgadas después del datum line
Máximo Equipaje		120 libras a 82.0 a 108.0 pulgadas después del datum line 50 libras a 108.0 a 142.0 pulgadas después del datum line (La capacidad máxima de peso combinado para las áreas de equipaje es de 120 libras)
Capacidad de Combustible (Gal)		56 galones en total; 53 galones utilizables
Capacidad de Aceite (Gal)		8.0 cuartos a 13.1 pulgadas adelante del dato 3.0 cuartos utilizable

6.2. Cálculo del Centro de Gravedad Aeronave Cessna 172 Skyhawk

Teniendo en cuenta la anterior sección en la cual se especifican los límites del centro de gravedad en la aeronave, se procede a calcular los centros de gravedad mediante el peso y balance de la aeronave. La información que se observa en la tabla 3 se obtiene del manual de operación del piloto de la aeronave, en la cual se observa la configuración (peso y brazo) comúnmente usada en la operación de la aeronave Cessna 172S. En la siguiente tabla se observa la información necesaria para obtener el Centro más delantero, más trasero y el cg de la aeronave en tierra obtenida del manual de vuelo de la aeronave y el Certificado Tipo N°.3A12 aprobado por la FAA (Federal Aviation Administration, 2009).

Tabla 3. Peso y Balance General Cessna 172, Fuente: Autores.

PESO Y BALANCE GENERAL CESSNA 172S			
ESTACIÓN	PESO (Lb)	BRAZO (in)	MOMENTO (Lb/in)
Peso en Vacío A/C	1663	40,71	67700,73
Piloto/ Pasajero	340	37	12580
Pasajeros Traseros	100	73	7300
Equipaje de Cabina	56	108	6048
Equipaje Trasero	80	142	11360
Cantidad de Combustible	300	48	15264
TOTAL	2539	448,71	120252,73

Teniendo en cuenta el peso y balance general de la aeronave se puede concluir que los centros de gravedad dependen de la configuración del peso para distintas condiciones, en este caso el centro de gravedad de la aeronave se calculó teniendo en cuenta la configuración de la tabla 3 y el centro de gravedad más delantero (Fwd) y más trasero (Bwd) se calcularon variando la configuración del peso en las estaciones de la aeronave.

Finalmente se obtienen los siguientes centros de gravedad los cuales se encuentran dentro de los límites determinados por la FAA como se observa en la siguiente tabla y ubicados en la figura 24.

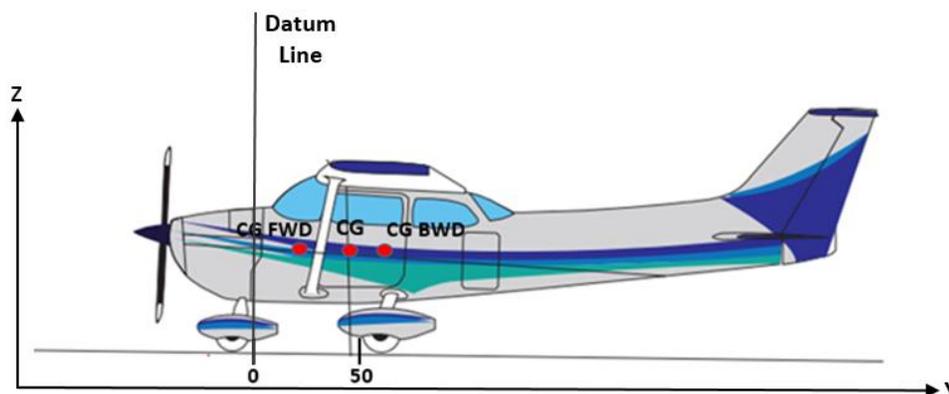


Figura 24 Ubicación centros de gravedad, Fuente: Autores.

Tabla 4. Centros de Gravedad Límite, Fuente: Autores.

CENTROS DE GRAVEDAD				
Centro Más Delantero	41 in	1,0414 m	1662,99 Lb	7397,39 N
CG Aeronave	47,2 in	1,19888 m	2539 Lb	11294,034 N
Centro Más Trasero	47,3 in	1,20142 m	2550 Lb	11342,96 N

Al igual que es importante el cálculo del centro de gravedad a lo largo del eje X también lo es el de Z ya que se considerará más adelante. Las respectivas alturas para el cálculo del centro de gravedad en Z se toman a partir del catálogo de especificación y descripción de la aeronave Cessna 172S y teniendo en cuenta la línea de referencia o estación cero ubicada en la imagen 24 (*Specification & Description Exhibit "A"; MODEL 172S, 2012*).

Teniendo en cuenta las restricciones mencionadas al inicio de esta sección se calculó el peso y balance teniendo en cuenta la altura de cada componente, así como el peso de cada sección como se observa en la tabla 5:

Tabla 5 Peso y Balance aeronave en eje Z (*Specification & Description Exhibit "A"; MODEL 172S, 2012*).

PESO Y BALANCE GENERAL CESSNA 172S			
ESTACIÓN	PESO (Lb)	ALTURA (in)	MOMENTO (Lb/in)
Peso en Vacío A/C	1663	43	71509
Piloto/ Pasajero	340	40,5	13770
Pasajeros Traseros	100	39	3900
Equipaje de Cabina	56	22	1232
Equipaje Trasero	80	21	1680
Cantidad de Combustible	300	48	14400
TOTAL	2539	213,5	106491

Con el cálculo del peso y balance se obtiene la altura del centro de gravedad para el eje mencionado como se observa en la tabla 6:

Tabla 6 Centro de gravedad eje Z, Fuente: Autores.

CENTRO DE GRAVEDAD				
CG (Z) Aeronave	41,942 in	1,06532 m	2539 Lb	11294,034 N

En la figura 25 se observa la ubicación del centro de gravedad calculado para el eje Z en la aeronave:

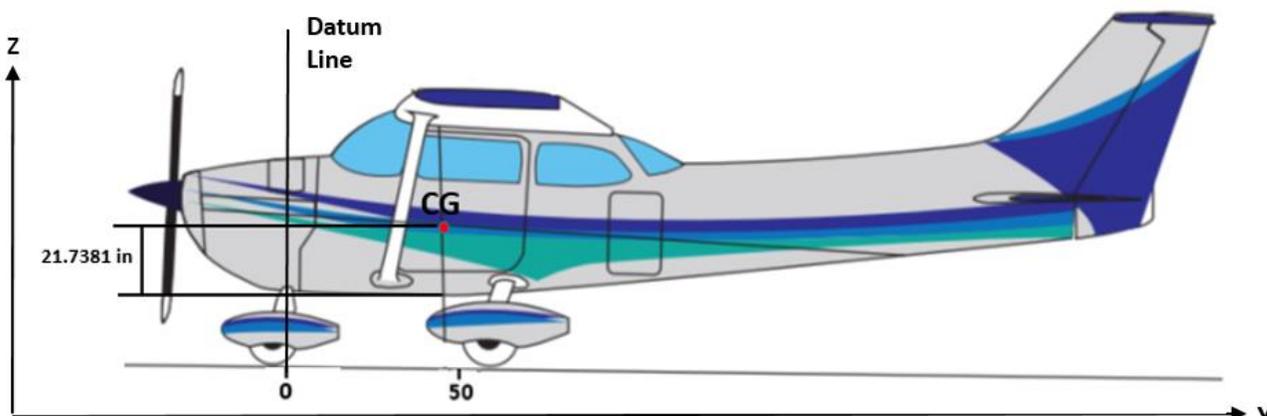


Figura 25 Ubicación Centro de gravedad en Z, Fuente: Autores.

6.3. Cálculo de Cargas Para la Aeronave Cessna 172S Durante el Aterrizaje

6.3.1. Cálculo de Fuerzas en Tierra

Para determinar las distancias entre trenes y centro de gravedad es necesario establecer la línea de referencia conocida como Datum Line que permitirá tener una guía geométrica en el plano de la aeronave y determinar las distancias. En la siguiente figura se observa el Datum Line (Estación 0) tomado para la aeronave Cessna 172S como se establece en el manual de vuelo del mismo (Textron, 1998).

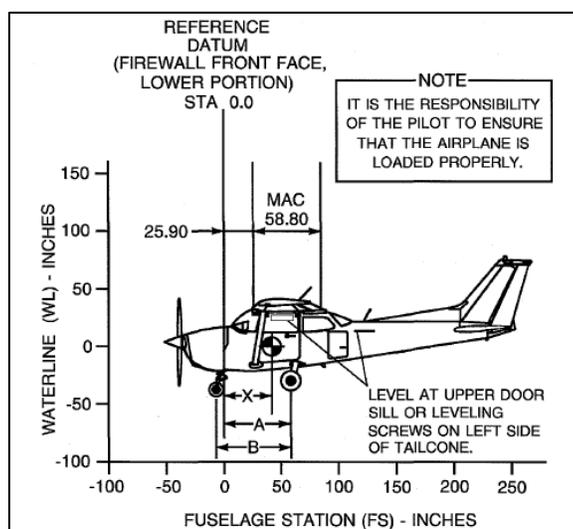


Figura 26. Línea de Referencia Tomado de POH aeronave (Textron, 1998).

Para el cálculo de las cargas que actúan sobre los trenes de aterrizaje de la aeronave Cessna 172S se determinaron las fuerzas que actúan en el aterrizaje nivelado como se observa en la figura 27.

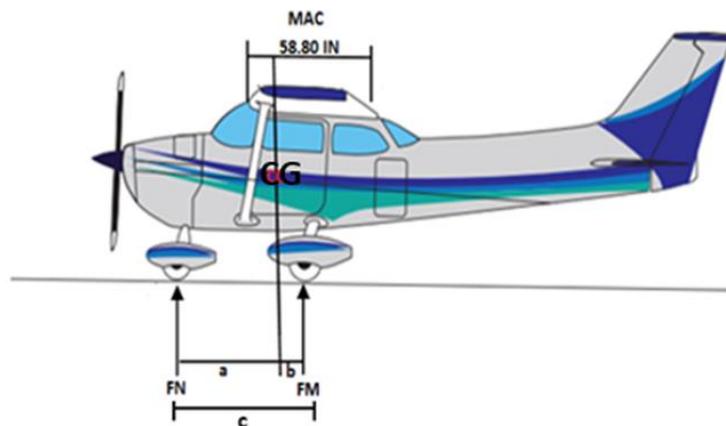


Figura 27. Diagrama de Fuerzas Estático Tomado y Modificado de POH aeronave, Fuente: Autores.

Las distancias y centro de gravedad mostrado en la tabla 5 se calcularon con base en la figura 26 tomando como referencia la estación cero de la aeronave especificada en el POH del avión. Utilizando los centros de gravedad límite calculados en la sección previa se tomó el plano lateral de la aeronave Cessna 172S en el software Catia en el cual se utilizó la herramienta de calibración para obtener las siguientes distancias las cuales se ven representadas en la figura 27 y teniendo en cuenta el sistema coordenado definido en las figuras 12, 13 y 14 en las vistas de la aeronave.

Tabla 7. Parámetros aeronave en tierra, Fuente: Autores.

PARÁMETRO	VALOR	VALOR
<i>Centro de Gravedad</i>	47,2 in	1,1988 m
Distancia entre trenes (c)	65,80 in	1,6713 m
Distancia del CG a tren de nariz (a)	55,30 in	1,3538 m
Distancia del CG a tren principal (b)	10,501 in	0,2667 m
Peso en vacío de la aeronave	1663 Lb	7397,392 N

El cálculo de las cargas en tierra se realiza tomando como punto cero el centro del tren principal como se observa en la figura 27, al realizar el diagrama de cuerpo libre por sumatoria de momentos se genera la siguiente ecuación que permite encontrar la fuerza generada en el tren de nariz (F_n):

$$\sum M_0 = 0$$

$$0 = (WTo * b) - (F_n * c)$$

Ecuación 6

$$0 = (1663 \text{ Lb} * 10,501 \text{ in}) - (F_n * 65,80 \text{ in})$$

$$F_n = 265,3976 \text{ Lb} = 1180,547 \text{ N} \rightarrow \text{Equivale al } 15,958 \% \text{ de carga total de la aeronave}$$

De igual manera por sumatoria de fuerzas en el eje Vertical según la figura 14, y teniendo en cuenta la fuerza generada en tren de nariz calculada previamente se encuentra la fuerza generada en el tren principal (F_m) con la siguiente ecuación:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_m + F_n = WTo$$

Ecuación 7

$$F_m = Wto - F_n$$

$$F_m = 1663 \text{ Lb} - 265,3976 \text{ Lb} = 1397,6024 \text{ Lb} = 6216,83 \text{ N} \rightarrow 84,041\% \text{ de la carga total}$$

Teniendo en cuenta el anterior análisis se realizó el mismo cálculo para las condiciones estáticas en aterrizaje de emergencia. Al ser una condición estática se puede representar mediante la figura 26 en el cual se observa el diagrama de fuerzas estático para aterrizaje nivelado y de emergencia.

La fuerza que actúa sobre en tren de nariz en el aterrizaje de emergencia es la siguiente:

Centro de Gravedad: 41,1 in

Distancia entre trenes (c): 65,80 in

Distancia del CG a tren de nariz (a): 49,381 in

Distancia del CG a tren principal (b): 16,471 in

Peso Neto de la aeronave: 2321 lb

Reemplazando en la ecuación 6 se tiene:

$$0 = (2321 \text{ Lb} * 16,471 \text{ in}) - (F_n * 65,80 \text{ in})$$

$$F_n = 580,990 \text{ Lb} \rightarrow \text{Equivale al } 25,031 \% \text{ de carga total de la aeronave}$$

Los apartados 6.3.2 y 6.3.3 tienen como fin determinar la fuerza de impacto que actúa sobre el tren de nariz en el instante en que la aeronave toca suelo para las condiciones de aterrizaje nivelado y de emergencia. Para calcular las reacciones generadas en cada condición se tuvo en cuenta el apéndice C de FAR 23 realizando un esquema de la aeronave y diagrama de cuerpo libre para cada configuración y teniendo en cuenta los límites de centro de gravedad calculados en la sección 6.2. El cálculo de fuerzas para la condición de aterrizaje nivelado y de emergencia son los siguientes:

6.3.2. Cálculo de Fuerzas en Aterrizaje Nivelado

Para el cálculo de las fuerzas en aterrizaje nivelado fue necesario tener en cuenta el apéndice C según FAR 23 el cual establece las condiciones básicas de aterrizajes como se observa en la figura 23 previa a esta sección. En la siguiente imagen se observa la condición a analizar que representa la aeronave aproximando y entrando en contacto con la superficie con el tren principal y posteriormente con el tren de nariz, generando así que la carga de impacto se distribuya entre ambos.

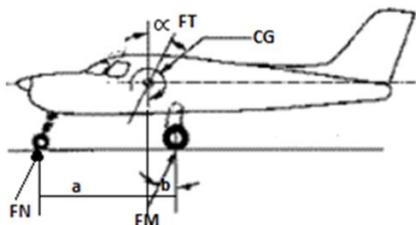


Figura 28. Aterrizaje Nivelado (Federal Aviation Administration, 2018).

El cálculo de la fuerza resultante para ambos trenes (fuerza generada en el tren de nariz (Fn) y la fuerza generada en el tren principal (Fm)), la constante de aterrizaje dada por FAR 23 (k) y el ángulo generado durante la velocidad de aproximación en el aterrizaje α , se encuentran teniendo en cuenta las siguientes variables como se observa en la siguiente tabla. Se utilizó el centro de gravedad de 47.2 pulgadas de la aeronave con el fin de repartir al máximo la carga que se genera entre ambos trenes.

Tabla 8. Variables Para la Condición de Aterrizaje Nivelado, Fuente: Autores.

PARÁMETRO	VALOR	VALOR
Centro de Gravedad	47,2 in	1,1988 m
a=Distancia del Cg Aft al Tren de Nariz	55,30 in	1,4046 m
b=Distancia del Cg Aft al Tren Principal	10,501 in	0,2667 m
Constante Aterrizaje k (Apéndice C FAR 23)	0,25 para A/C 3000 Lb o menos	0,25 para A/C 3000 Lb o menos
Ángulo generado en el aterrizaje α (Figura 28)	14,036°	14,036°
Componente del peso a/c en el eje Horizontal	W_{nx}	W_{nx}
Factor de carga en el eje Vertical (Apéndice C FAR 23)	$\eta_y = 3$	$\eta_y = 3$

Carga Vertical	F_y	F_y
Peso Máximo de aterrizaje ($W_{landing}$)	2539 Lb	11294,034 N
Factor de Carga en eje Horizontal	η_x	η_x

Teniendo en cuenta los parámetros anteriores se tiene:

$$\alpha = \tan^{-1} k \rightarrow \alpha = \tan^{-1} 0,25 = 14,036^\circ$$

Ecuación 8

Se utiliza $\eta_y = 3$ → Según Apéndice C FAR 23 aclarando que el valor utilizado (3) se debe a que se está analizando la aeronave en condiciones de operación y no en condiciones estáticas. Sin embargo, este factor está sujeto al peso de la aeronave más no a la condición de aterrizaje, ya sea nivelado o de emergencia su valor no cambia. Cuando la aeronave toca tierra la componente vertical generada sobre el centro de la llanta se multiplica por el factor de carga obteniendo la fuerza en esta componente como se observa en la siguiente ecuación:

$$F_y = W_{landing} * \eta_y$$

$$F_y = 2539lb * 3 = 7617 \text{ Lb} = 33882,104 \text{ N}$$

Ecuación 9

Debido al ángulo con el cual la aeronave aterrizaje el peso se descompone en eje horizontal W_{nx} :

$$\tan(14,036) = \frac{W_{nx}}{7617}$$

$$W_{nx} = 7617 * \tan(14,036)$$

$$W_{nx} = 1904,215 \text{ Lb} = 8470,370 \text{ N}$$

Ecuación 10

La siguiente ecuación representa el factor de carga generado por la componente del peso horizontal:

$$\eta_x = \frac{8470,370 \text{ N}}{11294,034 \text{ N}} = 0,75$$

Ecuación 11

Con la ecuación 12 se calcula la fuerza resultante total (FT) en la cual se relacionan las reacciones verticales y horizontales generadas sobre el tren de nariz teniendo en cuenta el ángulo con el que la aeronave aterriza, sin embargo, como se observa en la figura 28 el diagrama representa el instante de aterrizaje en el cual se genera la relación entre la reacción vertical sobre el tren de nariz y el ángulo de aterrizaje:

$$F_T = \frac{F_y}{\cos \alpha} = \frac{7617}{\cos(14,036)} = 7851,415 \text{ lb} = 34924,833 \text{ N}$$

Ecuación 12

Finalmente, con la componente de la fuerza resultante total se calculan las fuerzas generadas en cada tren utilizando la distancia entre trenes como se observa en la figura 28. Al calcular la fuerza resultante total se tuvo en cuenta el ángulo que se genera durante el aterrizaje, es por ello que en el instante en el que la aeronave entra en contacto con la superficie la fuerza generada sobre cada tren se comporta de manera vertical, dentro de la cual ya se ha tenido en cuenta la componente de

la fuerza horizontal. Cabe aclarar que a pesar de calcular la fuerza generada en el tren principal no se tendrá en cuenta para futuros análisis.

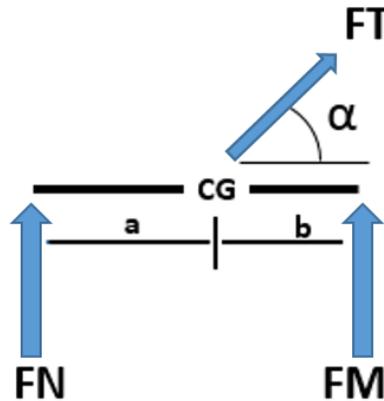


Figura 29. Diagrama de Cuerpo Libre Aterrizaje Nivelado, Fuente: Autores.

$$F_N = \frac{b}{c} * F_T = \frac{10,501 \text{ in}}{65,80 \text{ in}} * 7851,41 \text{ lb} = 1253,004 \text{ Lb} = 5573,639 \text{ N}$$

Ecuación 13

$$F_M = \frac{a}{c} * F_T = \frac{55,351 \text{ in}}{65,80 \text{ in}} * 7851,41 \text{ lb} = 6604,615 \text{ Lb} = 29378,79 \text{ N}$$

Ecuación 14

En donde:

a = Distancia del Cg Aft al Tren de Nariz

b = Distancia del Cg Aft al Tren Principal

c = Distancia entre Trenes

F_N = Fuerza ejercida en el Tren de Nariz

F_M = Fuerza ejercida en el Tren principal

6.3.3. Cálculo de Fuerzas en Aterrizaje de Emergencia

Teniendo en cuenta las condiciones establecidas por FAR 23 en el apéndice C se observa la siguiente figura que representa la condición de aterrizaje más crítico o emergencia. Se considera este tipo de aterrizaje cuando se realiza la aproximación de la aeronave entrando en contacto con

la superficie con ambos trenes sin tener el control del morro, generando así una alta carga de impacto sobre ambos trenes.

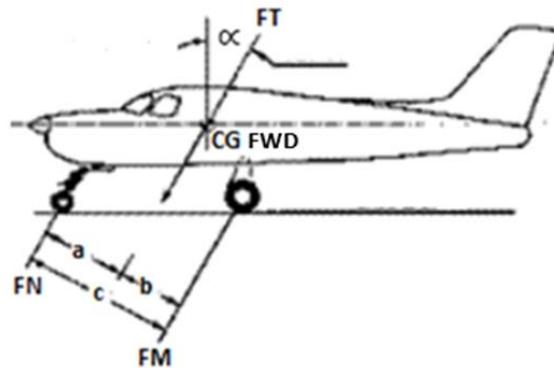


Figura 30 Condiciones de Aterrizaje más Crítico o de Emergencia, Fuente: Autores.

El cálculo de la fuerza resultante para ambos trenes en la condición de aterrizaje más crítico o de emergencia puede ocurrir en distintas configuraciones de peso y centro de gravedad. Debido a que no existe una configuración específica que defina esta condición, se consideraron 6 posibles opciones teniendo en cuenta los límites del manifiesto de peso y balance de la aeronave. La finalidad de este análisis es escoger la condición más crítica (Mayor fuerza en el tren de nariz) posible en este tipo de aterrizaje, teniendo en cuenta lo anterior se tiene (Cessna, 1998).

- Peso de la aeronave en vacío: 1663 lbf = 797,392 N
- Carga Paga máxima: 120 lb = 54,431 kg
- Combustible estándar: 53 galones
- Combustible mínimo para aterrizar: 35 galones
- Peso tripulación: 340 lb = 154,22 kg
- Peso Pasajeros: 310 lb = 140,61 kg
- Equipaje: 120 lb (máximo) = 54,43 kg

Teniendo en cuenta los anteriores límites se tienen las siguientes condiciones:

Tabla 9 Condiciones de Aterrizaje de Emergencia, Fuente: Autores.

	CONDICIÓN	PESO A/C	DISTANCIA CG AL TREN DE NARIZ	DISTANCIA CG AL TREN PRINCIPAL	CG	FUERZA EN TREN DE NARIZ (Lb)	FUERZA EN TREN DE NARIZ (N)
1	2 Tripulantes 0 Pasajeros 0 Carga Paga Combustible mínimo	2213 Lb	48,76 in	16,7 in	40,8 in	1736,64	7724,959
2	1 Tripulante 0 Pasajeros 0 Carga Paga Combustible mínimo	2056 Lb	48,895 in	17,3 in	41 in	1661,022	7358,593
3	2 Tripulantes 0 Pasajeros 0 Carga Paga Combustible Estándar	2321 Lb	49,38 in	16,47 in	41,1 in	1796,51	7991,274
4	2 Tripulantes 0 Pasajeros Carga Paga Máxima Combustible Mínimo	2333 Lb	51,9 in	13,92 in	43,5 in	1526,431	6789,903
5	2 Tripulantes 1 Pasajeros Carga Paga Máxima Combustible Mínimo	2539 Lb	55,3 in	10,50 in	47,2 in	1252,88	5573,087
6	2 Tripulantes 2 Pasajeros Carga Paga Máxima Combustible Estándar	2550 Lb	55,35 in	10,498 in	47,3 in	1257,12	5591,94

NOTA: La ubicación de los centros de gravedad calculados anteriormente para las diferentes configuraciones analizadas se ubican respectivamente a partir de la línea de referencia o estación cero como se especifica en la figura 26.

En la tabla 9 se evidencia la fuerza en el tren de nariz obtenida para cada condición a partir de la Ecuación 9, 12 y 13 en la cual se puede observar que en la configuración 3 es en donde se genera una mayor carga al tener un centro de gravedad de 41,1 in. Por lo tanto, esta configuración representa la condición más crítica o de emergencia en el momento en el que los trenes entran en contacto con la superficie.

Teniendo en cuenta lo anterior, el cg de 41,1 in que representa la condición escogida tiene las siguientes variables:

Tabla 10. Variables para la Condición de Emergencia, Fuente: Autores.

PARÁMETRO	VALOR	VALOR
Centro de Gravedad Más Delantero (Fwd)	41,1 in	1,0439 m
a=Distancia del Cg Fwd al Tren de Nariz	49,381 in	1,2542 m
b=Distancia del Cg Fwd al Tren Principal	16,471 in	0,4183 m
Constante Aterrizaje (Apéndice C FAR 23)	0,25 para A/C 3000 Lb o menos	0,25 para A/C 3000 Lb o menos
Ángulo generado en el aterrizaje (Figura 30)	14,036°	14,036°
Carga generada en el eje Horizontal	W_{nx}	W_{nx}
Factor de carga en el eje Vertical (Apéndice C FAR 23)	$\eta_y = 3$	$\eta_y = 3$
Carga Vertical	F_y	F_y
Peso Máximo de aterrizaje ($W_{landing}$)	2321 Lb	10324,322 N
Factor de Carga en eje Horizontal	η_x	η_x

De igual manera se genera el mismo diagrama de cuerpo libre para el aterrizaje de emergencia que representa las cargas generadas sobre cada tren y se observa en la siguiente figura:

Fuerza resultante total sobre el tren de nariz (F_T)

Carga Vertical generada durante el aterrizaje (F_y)

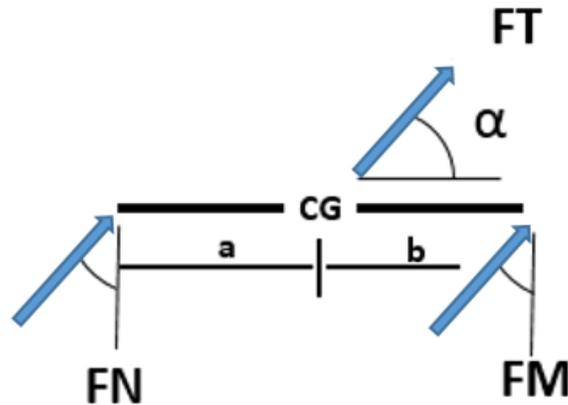


Figura 31. Diagrama de Cuerpo Libre Aterrizaje más crítico o de Emergencia, Fuente: Autores.

$$F_y = W_{landing} * \eta_y$$

$$F_y = 2321lb * 3 = 6963 \text{ Lb} = 30972,96 \text{ N}$$

$$F_T = \frac{F_y}{\cos \alpha} = \frac{6963 \text{ lb}}{\cos(14,036)} = 7177,288 \text{ lb} = 31926,16 \text{ N}$$

$$F_N = \frac{b}{c} * F_T = \frac{16,471 \text{ in}}{65,80 \text{ in}} * 7177,288 = 1796,61 \text{ Lb} = 7978,374 \text{ N}$$

Ecuación 15

$$F_M = \frac{a}{c} * F_T = \frac{49,381 \text{ in}}{65,80 \text{ in}} * 7177,288 = 5386,347 \text{ Lb} = 23959,665 \text{ N}$$

Ecuación 16

$a =$ Distancia del Cg Fwd al Tren de Nariz

$b =$ Distancia del Cg Fwd al Tren Principal

$c =$ Distancia entre Trenes

$F_N =$ Fuerza ejercida en el Tren de Nariz

$F_M =$ Fuerza ejercida en el Tren principal

Finalmente se obtuvieron las fuerzas generadas en el tren de nariz para las condiciones de aterrizaje nivelado y aterrizaje más crítico o de emergencia, en el instante en que la aeronave entra en contacto con el suelo. Sin embargo, además de las reacciones

verticales existe un comportamiento dinámico que se analizó y se representa en la siguiente sección.

6.4. Momento Dinámico Generado en el Aterrizaje

Debido a que la aeronave aterriza inicialmente con un solo tren se genera un momento dinámico rotacional sobre el centro de contacto de la llanta en el punto de contacto con el piso. En la siguiente figura se observan las reacciones y momento generado cuando la aeronave entra en contacto con el suelo y sobre en tren principal.

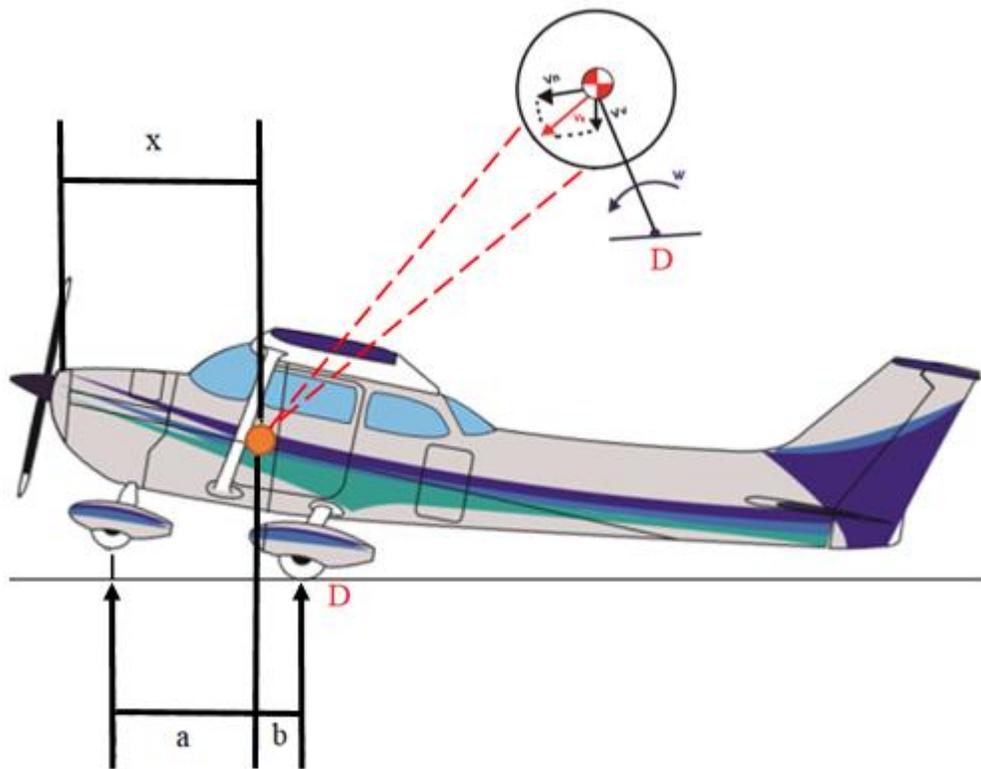


Figura 32. Reacción dinámica, Fuente: Autores.

Para encontrar la reacción dinámica que se genera sobre el tren de nariz es necesario analizar el aterrizaje en dos instantes de tiempo y teniendo en cuenta lo siguiente:

- El valor de la carga antes de que el tren entre en contacto con el suelo es 0.

- El tiempo de análisis comienza en el momento justo de contacto de las llantas con el piso.
- El tiempo cuando el tren entra en contacto con la superficie es igual a 0.

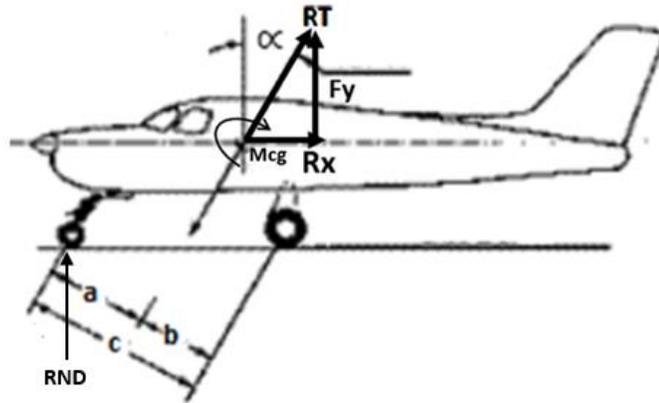


Figura 33 Diagrama Reacción Dinámica Tren de Nariz

Reacción Dinámica en tren de nariz R_{ND} será:

1. $\{t = 0\} \rightarrow$ Antes de que el tren de nariz entre en contacto con el suelo
2. $\{t > 0\} \rightarrow$ Después de que el tren de nariz entra en contacto con el suelo

NOTA: La figura 33 representa la reacción dinámica sobre el tren de nariz que se genera al aterrizar. Cabe aclarar que la reacción total (Rt) actúa sobre el centro de gravedad y no contrarresta el momento en el centro de gravedad.

- Teniendo en cuenta lo anterior a continuación se representa la condición en la cual el tren de nariz aún no entra en contacto con el suelo, con la reacción que se genera en el tren principal y teniendo en cuenta las variables y fuerzas que actúan en el instante de tiempo igual a 0 se tiene:

$$\eta_y = 3 \rightarrow \text{Según FAR 23}$$

$$\eta_y = \frac{R_y}{W}$$

Ecuación 17

En donde:

W , Peso Estándar de aterrizaje

R_y , reacción vertical sobre el tren principal:

$$R_y = \eta_y * W$$

Ecuación 18

R_x , reacción vertical sobre el tren principal igual a 0 debido a que el tren no está en contacto con el suelo.

$$R_x = \mu * \eta_y * W$$

Ecuación 19

La reacción de la fuerza total resultante será (Ogata, 1987).

$$R_T = \sqrt{R_y^2 + R_x^2}$$

$$R_T = \sqrt{(\eta_y^2 * W^2 + (\mu^2 * \eta_y^2 * W^2))}$$

$$R_T = R_y \sqrt{1 + \mu^2}$$

Ecuación 20

De donde μ es el coeficiente de fricción estándar (0.85) (Anderson, 1999).

- La segunda condición es un cuando el tren de nariz entra en contacto con el suelo $\{t=0\}$, por sumatoria de fuerzas se tienen en cuenta los siguientes parámetros:

W , Peso de aterrizaje

R_y , reacción vertical sobre el tren principal:

b , Distancia del Cg al Tren Principal

c , Distancia entre Trenes

R_t , fuerza total resultante será igual a la reacción vertical después de que el tren entra en contacto con el suelo.

$$R_T = R_y$$

$$\eta_y * W * b - R_T * c = 0$$

Despejando la variable R_T se tiene:

$$R_T = R_y = \eta_y * \left(\frac{b}{c}\right) * W$$

Ecuación 21

La ecuación 21 representa la reacción generada sobre el tren de nariz en un instante de tiempo igual a 0 en donde $\eta_y = 3$ alcanzando el valor máximo del impacto en el tren. Debido al momento generado en el centro de gravedad (M_{cg}) se produce una reacción dinámica sobre el tren de nariz (R_{ND}), en el instante en el cual entra en contacto con el suelo. Se puede definir de la siguiente manera:

De la figura 33, por sumatoria de fuerzas:

$$R_T * b = M_{cg},$$

De donde

$$R_T = R_y$$

$$R_{ND} = R_T * b$$

$$R_{ND} = \left(\eta_y * \left(\frac{b}{c}\right) * W\right) * b$$

Ecuación 22

$$R_{ND} = \left(3 * \left(\frac{16,471 \text{ in}}{65,80 \text{ in}}\right) * 2321 \text{ Lb}\right) * 16,471 \text{ in} = 28708,49 \text{ Lb}$$

En la ecuación 22 se observa el Valor máximo dinámico sobre el tren de nariz.

Con el valor máximo dinámico sobre el tren de nariz se encuentra la velocidad angular (w) producida por el radio de giro. En la siguiente figura se observa la representación de la fuerza total durante la aproximación, sin embargo, para un instante en el que el tiempo es igual o cercano a

ceros se genera una fuerza sobre el tren de nariz (F_{nose}) o carga aparente que contrarresta el movimiento de la llanta generado por el impacto cuando entra en contacto con el suelo.

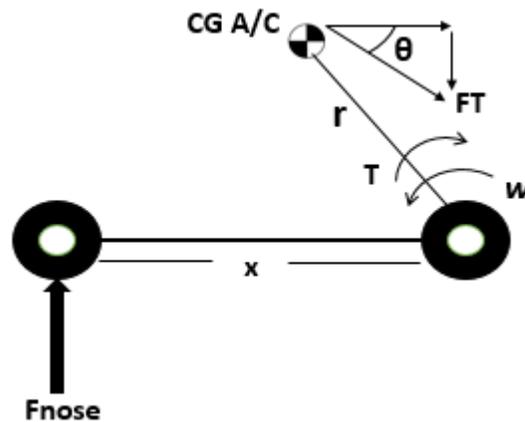


Figura 34 Representación radio de giro y ángulo de aproximación, Fuente: autores.

Teniendo en cuenta la altura del centro de gravedad en Z más la distancia entre el centro de gravedad y el tren de nariz (a) el radio de giro (r) es de 36.456 in o 0.9259 m. La velocidad de aproximación de la aeronave es (V_a) 24.72 m/s θ con un ángulo de aproximación de 3.53° o 0.0616 rad, teniendo en cuenta lo anterior el valor de la velocidad angular es el siguiente:

$$t = \frac{V_a}{r}$$

$$t = \frac{24.72 \text{ m/s}}{0.9259 \text{ m}} = 26,69 \text{ seg}$$

$$w = \frac{\theta}{t} = \frac{3.53^\circ}{26.69 \text{ seg}} = 0,1322 \text{ Grados/seg} = 0,0023 \text{ rad/seg}$$

Ecuación 23

Con la velocidad angular se calcula el momento de inercia de masa:

$m_{a/c}$, masa de la aeronave (1,670 lb)

r , Radio de giro (36,456 in)

$$I_m = m_{a/c} * r^2$$

$$I_m = (1670 \text{ lb} * 36,456^2) = 1,98E6 \text{ lb} * \text{in}^2 = 1,3651E10 \text{ N} * \text{m}^2$$

El momento de inercia se calcula para encontrar el valor de la reacción de la carga aparente de la carga del tren de nariz, la cual representa el instante de tiempo en donde la carga alcanza su valor máximo. Sin embargo al existir una velocidad angular sobre la llanta del tren de nariz, para que la aeronave se detenga y llegue a una condición estática existe un torque (T) que contrarresta el movimiento generado por la velocidad angular como se observa en la figura 34.

6.5. Comportamiento de la Fuerza Dinámica en el Tren de Nariz

La siguiente figura representa el sistema en el cual se observa el comportamiento de la reacción dinámica en los dos instantes de tiempo analizados previamente sobre el tren de nariz. El pico más alto en el diagrama representa el instante en el que la aeronave entra en contacto con la superficie y el valor de la carga generada es el máximo, para esta condición el factor de carga vertical $\eta_y = 3$ dado por FAR 23 el cual representa dicho instante de aterrizaje. Sin embargo, conforme la aeronave se estabiliza y el tiempo es mayor a cero el factor de carga vertical disminuye.

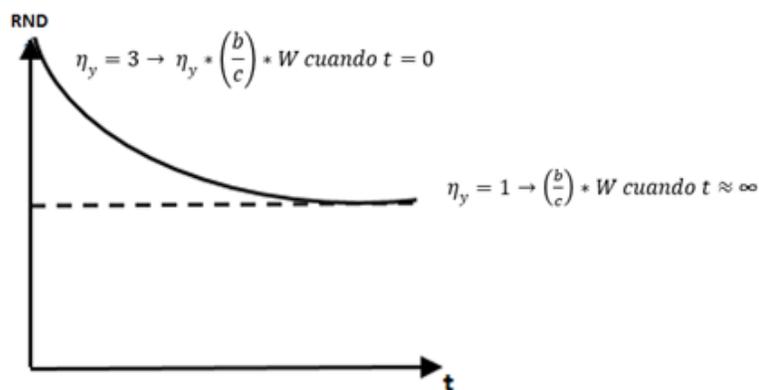


Figura 35 Reacción Dinámica en dos instantes de tiempo sobre el tren de nariz, Fuente: Autores.

W, Peso de aterrizaje

Ry, reacción vertical sobre el tren principal:

b, Distancia del Cg al Tren Principal

c, Distancia entre Trenes

El sistema se comporta como un escalón unitario, sin embargo, la transición del escalón unitario tiene una caída exponencial de forma decreciente como se observa en la figura 35. Teniendo en cuenta lo anterior la respuesta forzada sería la reacción de la llanta cuando la aeronave está en estado estacionario.

La respuesta forzada del sistema se puede definir por sumatoria de fuerzas a partir del tren principal (figura 33) y teniendo en cuenta la figura 35 de la siguiente manera:

$$(W * b) + (R_{ND} * c) = 0$$

$$R_{ND} = W * \left(\frac{b}{c}\right) \approx \eta_y * \left(\frac{b}{c}\right) * W$$

Ecuación 24

La forma $Ae^{\frac{-t}{\tau}}$ representa la respuesta forzada del sistema debido al comportamiento exponencial decreciente, por lo tanto el factor de carga vertical se ve representado por la respuesta forzada del sistema de la siguiente manera:

$$\eta_y * \left(\frac{b}{c}\right) * W = Ae^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{b}{c} * W$$

Ecuación 25

Para un instante de tiempo igual a cero (τ y $t = 0$), la constante A representa la respuesta natural del sistema y no la respuesta forzada del mismo. Despejando A de la ecuación 25 se tiene:

$$A = (\eta_y * \left(\frac{b}{c}\right) * w) - \left(\left(\frac{b}{c}\right) * w\right)$$

La siguiente ecuación representa la respuesta natural del sistema:

$$A = \left(\frac{b}{c}\right) * w * (\eta_y - 1)$$

Ecuación 26

Agrupando las ecuaciones 25 y 26 que representan la respuesta natural del sistema, serán iguales a la fuerza dinámica F_{ND} que se genera sobre el tren de nariz en un instante de tiempo igual a 0 será igual a:

$$F_{ND} = \left(\frac{b}{c}\right) * w * (\eta_y - 1) * e^{\frac{-t}{\tau}} + \left(\frac{b}{c}\right) * w$$

$$F_{ND} = \left[\left(\frac{b}{c}\right) * w\right] \left[(\eta_y - 1)e^{\frac{-t}{\tau}} + 1\right]$$

Ecuación 27

Para un instante de tiempo $t \geq 0$ la fuerza dinámica en el tren de nariz será:

$$F_{ND} = \left(\frac{b}{c}\right) w (\eta_y - 1) e^{\frac{-t}{\tau}} + \left(\frac{b}{c}\right) w$$

Ecuación 28

La variable τ representa el tiempo de estabilización y se obtiene por medio de las condiciones de carga generada. Esta variable pertenece a un sistema de primer orden el cual se comporta exponencialmente y se representa con la siguiente ecuación (Ogata, 1987).

$$t_{stab} = 5\tau$$

Ecuación 29

Para determinar el tiempo de estabilización es necesario conocer la componente de la velocidad horizontal en el cual la aeronave aproxima V_h . Se utilizó como guía el libro Aircraft Performance and Design de Anderson en el cual se tienen en cuenta variables que determinan el aterrizaje (Anderson, 1999).

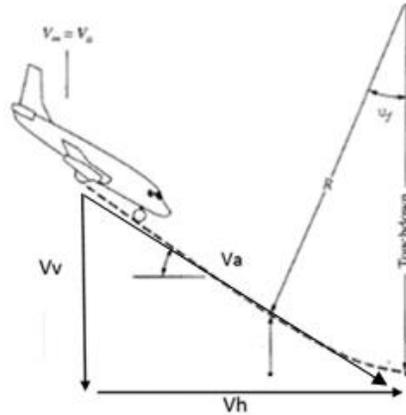


Figura 36. Aproximación Aeronave Tomado de Aircraft Performance and Design (Anderson, 1999).

Para encontrar la componente horizontal que representa el instante en que la aeronave aproxima se tienen en cuenta las especificaciones de la aeronave en las cuales se tienen:

- Velocidad de Descenso Límite - Velocidad Vertical V_v (FAR 23): 3,14 m/s
- Velocidad de Aproximación V_a (Fabricante): 24,72 m/s

Teniendo en cuenta la figura 33 se calcula la componente de la velocidad horizontal con la siguiente ecuación:

$$V_h = \sqrt{V_a^2 - V_v^2} = \sqrt{24,72^2 - 3,14^2} = 24,519 \text{ m/s}$$

Ecuación 30

Teniendo en cuenta que la velocidad en la cual la aeronave se detiene es igual a cero se tiene:

$$V_f = 0$$

$$V_f = at + V_0$$

Ecuación 31

La aceleración se representa con la siguiente ecuación:

$$a = n_x g$$

Ecuación 32

De la ecuación 11 se utiliza el factor de carga calculado:

$$n_x = 0,75$$

Despejando el tiempo de la Ecuación 31 se tiene:

$$t_{stab} = \frac{V_h}{n_x * g} = \frac{24,5 \text{ m/s}}{0,75 * 9,81 \text{ m/s}} = 3,33 \text{ m/s}$$

$$t_{stab} = 3,33 \text{ Seg}$$

Ecuación 33

Por lo tanto la variable τ será igual a:

$$t_{stab} = 5\tau$$

Ecuación 34

Reemplazando el tiempo en la ecuación 34 se tiene:

$$\tau = \frac{3,33 \text{ seg}}{5} = 0,66 \text{ segundos}$$

Finalmente reemplazando en la Ecuación 28 la Fuerza Dinámica en el tren de nariz para cada condición se observa a continuación, sin embargo, se aclara que la fuerza dinámica se calcula en un instante de tiempo igual a cero y solo se tendrá en cuenta en este instante debido a que cuando $t=0$ se representa el valor máximo de carga que soporta el tren de nariz y no posteriormente cuando $t>0$. Sin embargo, cuando $t > 0$ el valor de la carga disminuye conforme se produce la estabilización hasta llegar a una condición estática.

Aterrizaje Nivelado (Cg 47,2 in):

$$F_{ND} = \left(\frac{b}{c}\right) W_{landing} (\eta_y - 1) e^{\frac{-t}{\tau}} + \left(\frac{b}{c}\right) W_{landing} =$$

$$\left(\frac{10,501 \text{ in}}{65,80 \text{ in}}\right) 2539 \text{ lb} (3 - 1) e^{\frac{-0 \text{ seg}}{0,66 \text{ seg}}} + \left(\frac{10,501 \text{ in}}{65,80 \text{ in}}\right) 2539 \text{ lb}$$

$$F_{ND} = 1215,594 \text{ Lb} = 5407,231 \text{ N}$$

Ecuación 35

Aterrizaje de más Crítico o de Emergencia (Cg 41,1 in):

$$F_{ND} = \left(\frac{b}{c}\right) W_{landing} (\eta_y - 1) e^{\frac{-t}{\tau}} + \left(\frac{b}{c}\right) W_{landing} =$$

$$\left(\frac{16,471 \text{ in}}{65,80 \text{ in}}\right) 2321 \text{ lb} (3 - 1) e^{\frac{-0 \text{ seg}}{0,66 \text{ seg}}} + \left(\frac{16,471 \text{ in}}{65,80 \text{ in}}\right) 2321 \text{ lb}$$

$$F_{ND} = 1742,972 \text{ Lb} = 7753,125 \text{ N}$$

Ecuación 36

Conociendo la máxima carga que soporta el tren de nariz cuando la aeronave entra en contacto con el suelo, se puede continuar con el análisis del comportamiento de la horquilla bajo esta fuerza y para cada condición (Aterrizaje nivelado y de Emergencia). El comportamiento del sistema en el tren de nariz se representa mediante un modelo matemático que permite observar la respuesta en el tiempo del sistema respecto a la fuerza aplicada como se observa en el siguiente apartado.

6.6. Modelo matemático

En la obtención del modelo matemático se utilizaron conceptos teóricos de dinámica de sistemas y ley de elasticidad de Hooke, para analizar el tren de aterrizaje se realiza un esquema masa resorte el cual represente la horquilla como objeto de análisis incorporando elementos propios del tren de nariz de la aeronave Cessna 172 como se observa en la figura 34, con el objetivo de analizar el comportamiento de la horquilla bajo la carga de impacto se divide este sistema en cinco secciones como se describe a continuación:

- Sección 1: Constante de amortiguación.

- Sección 2: Constante de la horquilla del soporte izquierdo del eje principal.
- Sección 3: Constante de la horquilla del soporte derecho del eje principal.
- Sección 4: Constante de la horquilla sección de sujeción al amortiguador.
- Sección 5: Constante de la llanta.

Se dividió la sección perteneciente a la horquilla en tres partes debido a que la esta posee una geometría irregular y no se conoce el modo en el que afecte la fuerza de impacto a la pieza.

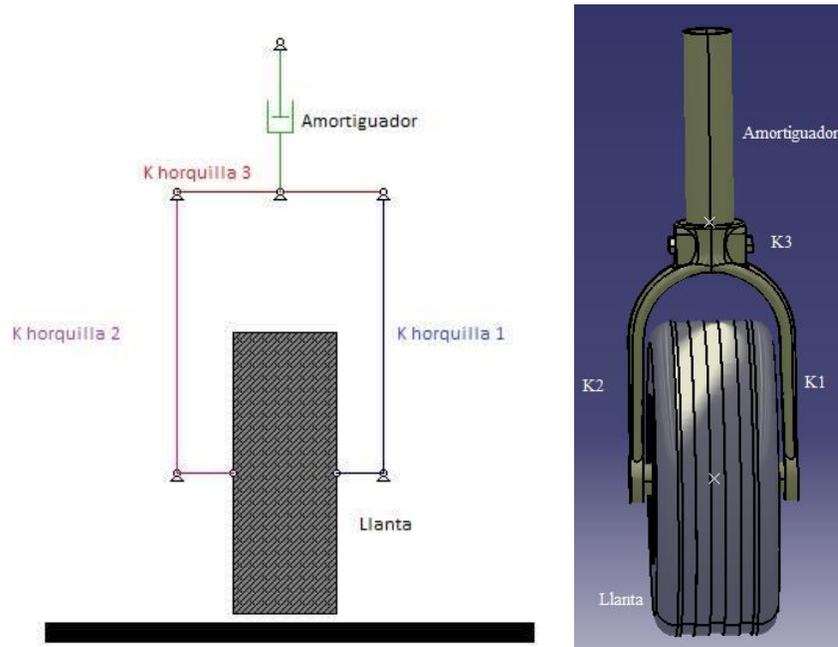


Figura 37. Dibujo de la horquilla, Fuente: Autores.

Con base en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se plantea un sistema inicial masa resorte obedeciendo la ecuación $F = K * x$, en donde se tiene en cuenta cada una de las masas y distancias correspondientes a este amortiguador, la horquilla y la rueda.

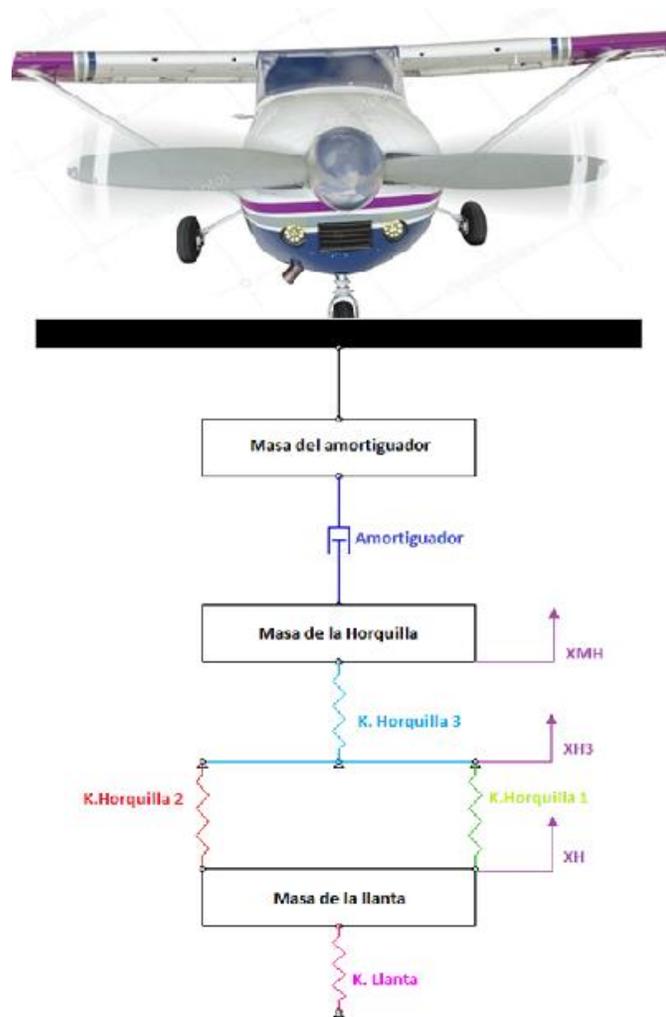


Figura 38. Modelo masa resorte de la horquilla, Fuente: Autores.

La Figura 38 muestra cada uno de los parámetros que se tendrán en cuenta para el planteamiento del modelo matemático, en primer lugar se encuentran representadas en cada recuadro las masas independientes de cada componente, el símbolo en la parte superior de la Figura 38 representa el amortiguador, el símbolo de flecha representa cada una de las distancias pertenecientes a la horquilla (XH = distancia vertical de los lados de sujeción de la horquilla, $XH3$ =distancia vertical de la sección de la horquilla 3, XMH = distancia vertical de la masa de la horquilla), cada uno de los resortes representa una constante independiente; $K.Horquilla 1$ ($K1$) representa la Constante de la horquilla para la sección 1, $K.Horquilla 2$ ($K2$) representa la

Constante de la horquilla para la sección 2, $K_{\text{Horquilla 3}}$ (K_3) representa la Constante de la horquilla para la sección 3 y para representar la constante de la llanta esta se expresa como (K_{Llanta}).

Con la finalidad de reducir las tres constantes de la horquilla se plantea la simplificación de esta como se observa en la Figura 39 teniendo en cuenta la carga de impacto aplicada (F_{ENT}) al tren de nariz.

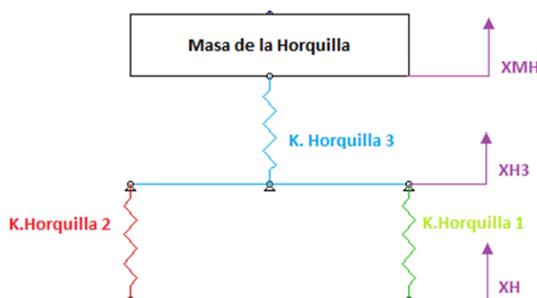


Figura 39. Modelo base de la horquilla, Fuente: Autores.

Debido a simetría vertical que posee la horquilla, la constante de la horquilla 1 ($k_{\text{Horquilla1}}$) la cual se denotará desde este momento como (K_1) y la constante de la horquilla 2 ($K_{\text{Horquilla2}}$) la cual se denotara desde este momento como (K_2) se hace uso de la ecuación del resorte ($F = K * x$) sumando de manera simultánea la fuerza que experimenta cada sección de la horquilla, por tanto:

$$F_{ENT} = K_1(x_H - x_{H3}) + K_2(x_H - x_{H3})$$

Ecuación 37

Donde F_{ENT} es la fuerza equivalente de la suma de las dos secciones de la horquilla expresadas en términos de sus constantes K_1 y K_2 .

Simplificando la ecuación 37 se obtiene;

$$F_{ENT} = (K_1 + K_2) * (x_H - x_{H3})$$

Para las dos secciones verticales (K1 y K2) del esquema de la Figura 39, es posible encontrar una equivalente a las constantes de estos resortes, por tanto, la constante equivalente de estas dos secciones (K_{eq1}) es:

$$K_{EqH1} = K_{1H} + K_{2H}$$

Ecuación 38

Se simplifica la ecuación con base en la Figura 40 en donde se puede observar el comportamiento para la horquilla se asemeja a una resistencia en paralelo obteniendo así un nuevo valor para K_{EqH1} .

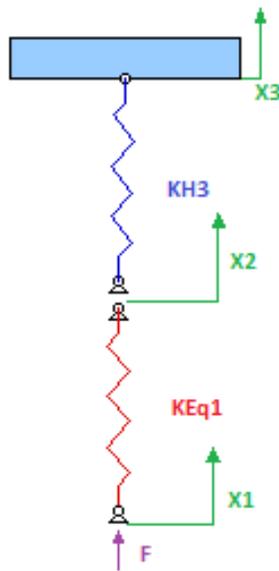


Figura 40. Diagrama simplificado. Fuente: Autores.

Simplificando la ecuación 38;

$$K_{EqH1} = 2K_1$$

Replanteando la ecuación 37 y teniendo en cuenta la distancia que ejerce la masa de la horquilla (x_{XMH}) e integrando en la ecuación la constante 3 de la horquilla (KH3) la cual corresponde a la sujeción superior con el amortiguador del tren de nariz se obtiene:

$$F = K_{H3}(x_2 - x_3) + K_{Eq1}(x_1 - x_2)$$

Con base en la Figura 40 se aplica la fórmula matemática para una resistencia equivalente simplificando la ecuación anterior;

$$F = \frac{K_{H3} * K_{Eq1}}{K_{H3} + 2K_1}$$

Ecuación 39

Tomando la ecuación 39 y conociendo que $K_{EqH1} = 2K_1$ la constante del resorte para la horquilla general se puede definir como;

$$K_{HORQ} = \frac{K_{H3} * 2K_1}{K_{H3} + 2K_1}$$

$$K_{HORQ} = \frac{2K_{H3} * K_1}{K_{H3} + 2K_1}$$

Ecuación 40

De la ecuación 40 se desconoce la variable K_1 y K_{H3} por lo que para la obtención de K_1 no se tendría en cuenta el efecto de paralelo y la deformación de la amortiguación que este tiene al ser sometida a la carga de impacto.

En primer lugar, se toma la ecuación de esfuerzo como base para el planteamiento matemático.

$$\sigma = E \left(\frac{L - L_o}{L_o} \right)$$

Ecuación 41

Otro modo de representar la ecuación 41 es:

$$\sigma_i = \frac{F}{A}$$

Ecuación 42

Ya que en la ecuación 42 se define el esfuerzo como una variable dependiente del área, se busca el modo de representarla en términos del radio y las distancias a analizar, debido a que es un área

base con respecto a un movimiento a lo largo de un eje longitudinal que varía un radio inicial con respecto a un radio final para encontrar una ecuación que represente el área de esta sección se dibuja la pieza como se observa en la Figura 41.

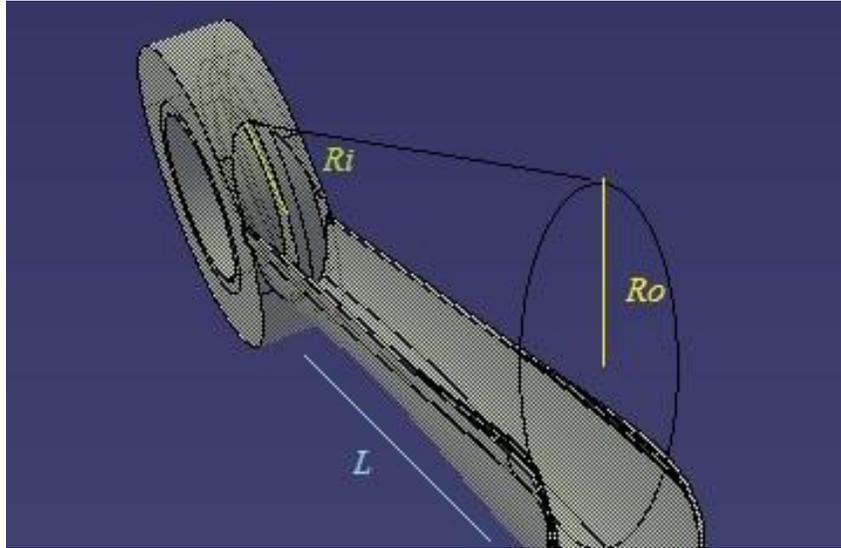


Figura 41. Sección transversal de la horquilla, Fuente: Autores.

Para realizar el planteamiento del área de la Figura 41 se especifican los siguientes parámetros:

- $R_o = \text{Radio externo}$
- $R_i = \text{Radio interno}$
- $L = \text{Longitud de la horquilla}$
- $X = \text{Distancias entre radios}$
- $\emptyset = \text{Diametro de la sujecion del eje}$

En primer lugar, se establece como área circular la sección de sujeción inferior de la horquilla con el eje de la Figura 42.

$$A_o = \frac{\pi}{4} \emptyset^2$$

Ecuación 43

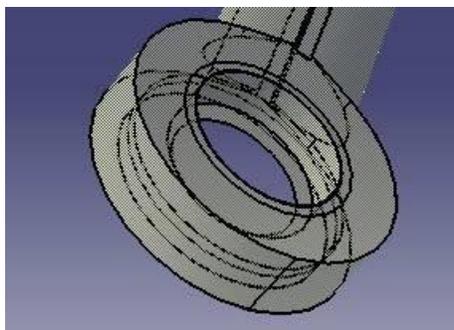


Figura 42. Área de la sujeción inferior de la horquilla con el eje, Fuente: Autores.

Continuando con el planteamiento de la ecuación se establece la Figura 43 como una guía para desarrollar la ecuación de la siguiente sección, primeramente, se plantea la ecuación de la pendiente.

$$a = mx + b$$

Ecuación 44

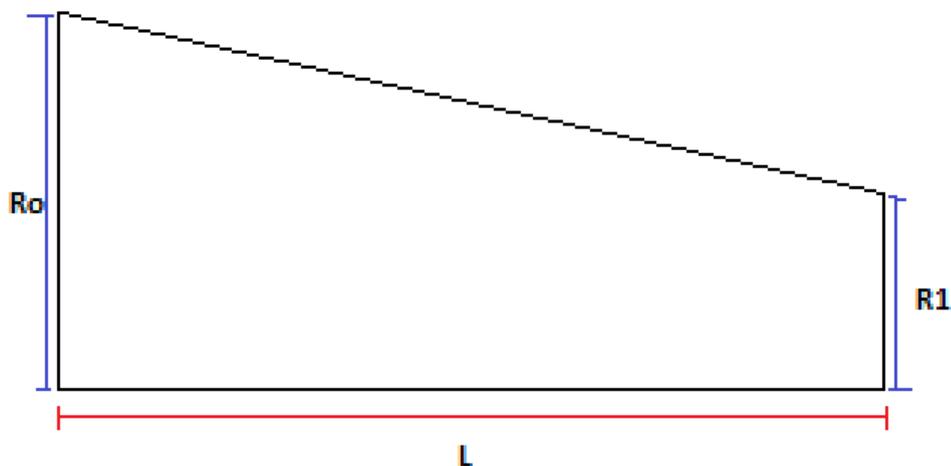


Figura 43. Sección de sujeción y soporte de la horquilla, Fuente: Autores.

Con base en la ecuación 44 se simplifica de acuerdo a la Figura 43 como;

$$R_1 = m * L + R_0$$

Ecuación 45

Simplificando la ecuación anterior se obtiene el valor de m;

$$\frac{R_1 - R_o}{L} = m$$

Remplazando en la ecuación 45 y cortando la sección en dos partes se obtiene la función:

$$f(x) = \frac{R_1 - R_o}{L} * \left(\frac{x}{2}\right) + R_o$$

Teniendo en cuenta que la distancia puede variar a diferentes puntos de la sección se toma $x = L$, obteniendo;

$$f(x) = \frac{R_1 - R_o}{2} + R_o$$

El área a la mitad para esta sección de la horquilla es evaluada como un círculo por lo que;

$$A\left(\frac{L}{2}\right) = \pi \left[\frac{R_1 - R_o}{2} + R_o \right]^2$$

Seguido a esto se evalúa el área de la sección en su totalidad obteniendo;

$$A(L) = \pi \left[\left(\frac{R_1 - R_o}{2} \right) * x + R_o \right]^2$$

Finalmente se obtiene como resultado la ecuación que define el área transversal de la horquilla en donde se tiene en cuenta el área de la sujeción inferior de la horquilla con el eje y el área de la sección de sujeción y soporte de la horquilla.

$$A_{TRANS} = \left\{ \frac{\pi}{4} \phi^2 + \pi \left[\left(\frac{R_1 - R_o}{2} \right) x + R_o \right] \right\}$$

Ecuación 46

Obteniendo el área de la sección transversal se plantea la ecuación de esfuerzo con la finalidad de obtener el valor para K1, es preciso explicar que como la sección de la representación de los resortes K1 y K2 al ser parte de la horquilla que soportan una carga de compresión, una ecuación de carga por compresión se aplica en estas partes de la horquilla de la siguiente forma.

$$\sigma_i = E * \varepsilon_i = \frac{F}{A}$$

Ecuación 47

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_o}$$

Ecuación 48

$$\varepsilon = \frac{L - L_o}{L_o}$$

Remplazando en la ecuación 48;

$$\frac{F}{A} = E \frac{L - L_o}{L_o}$$

Ecuación 49

Despejando la fuerza de la ecuación 49 se obtiene;

$$F = \frac{EA}{L_o} * \Delta L$$

De esta ecuación $K = EA/L$,

Utilizando la ecuación base del modelo ($F = K * x$) se despeja K_1 obteniendo;

$$K_1 = \frac{E * \left\{ \frac{\pi}{4} \phi^2 + \pi \left[\left(\frac{R_1 - R_o}{L} \right) x + R_o \right] \right\}}{L}$$

Ecuación 50

Para simplificar la ecuación 50 se reemplazan las diferentes variables;

E = Modulo de Young

ϕ = Diámetro de la horquilla parte inferior del eje

R_1 = Radio de la horquilla parte inferior

R_o = Radio de la horquilla parte superior

x = Promedio de distancias

$$K_1 = \frac{205 \times 10^9 Pa * \left\{ \frac{\pi}{4} (0,05511m)^2 + \pi \left[\left(\frac{0,0075m - 0,015495m}{0,25082m} \right) x + 0,015495m \right] \right\}}{0,25082m}$$

$$K_1 = \frac{205 \times 10^9 \text{ Pa} * \left\{ \frac{\pi}{4} (0,05511 \text{ m})^2 + \pi [-0,03187544 * x + 0,015495 \text{ m}] \right\}}{0,25082 \text{ m}}$$

Se realiza el promedio de cada una de las distancias entre radios seccionando la horquilla en nueve partes como se observa en la Figura 44 se realiza el cálculo de k para cada una de las distancias obteniendo como resultado tres promedios, siendo el tercero el más exacto como se observa en la tabla 11, aclarando que las unidades de X están en m y que K1 por ser una constante no posee unidades.

Tabla 11. Valores de K1 para cada una de las secciones.

SECCIÓN	X (m)	K1
1	0,06333	3,6552,E+10
2	0,0876	3,4566,E+10
3	0,11313	3,2476,E+10
4	0,13515	3,1365,E+10
5	0,1544	2,9099,E+10
6	0,17848	2,7128,E+10
7	0,20592	2,4882,E+10
8	0,22822	2,3057,E+10
9	0,25082	2,1207,E+10

El proceso anterior fue realizado para la horquilla a diferentes secciones;

Tabla 12. K1 de la horquilla evaluando diferentes secciones.

SECCIONES	PROMEDIO K1
9	29043000000
12	29261336947
15	28720447735
17	29069000000
19	28818846654
32	28235786019
36	28204000000
43	28342135625
49	28236699347
60	28306514033
67	28195623621
71	28195000000

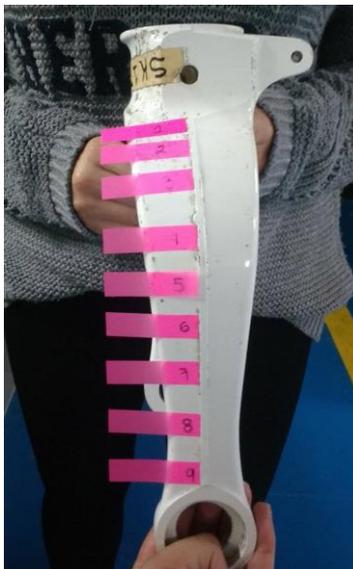


Figura 44. Horquilla seccionada en 9 distancias.

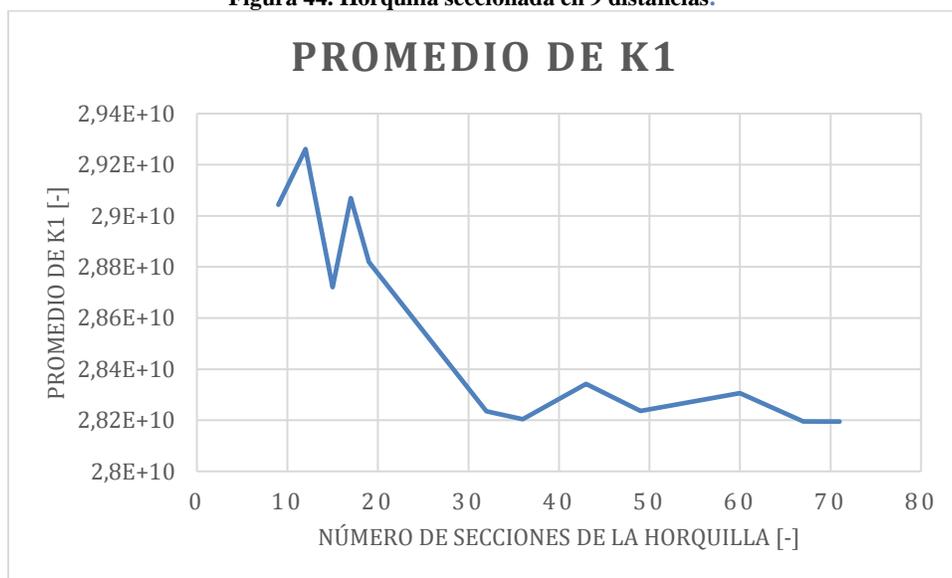


Figura 45. Promedio de K1 evaluado en diferentes secciones.

Con la finalidad de obtener un valor de x aproximado se realiza una gráfica de promedio del valor de K_1 vs secciones seleccionadas en la Figura 45.

$$K_1 = \frac{205 \times 10^9 \text{ Pa} * \left\{ \frac{\pi}{4} (0,05511 \text{ m})^2 + \pi [-0,03187544 \text{ m} * 0,16544176 \text{ m} + 0,015495 \text{ m}] \right\}}{0,25082 \text{ m}}$$

$$K_1 = 2,81948 \times 10^{10} \text{ N}$$

Con la obtención de K_1 se realiza el planteamiento para encontrar K_{H3} que corresponde a la constante de la sujeción superior de la horquilla con el amortiguador, para esto se comienza desde el concepto de una viga sometida a cargas como se observa en la Figura 46.

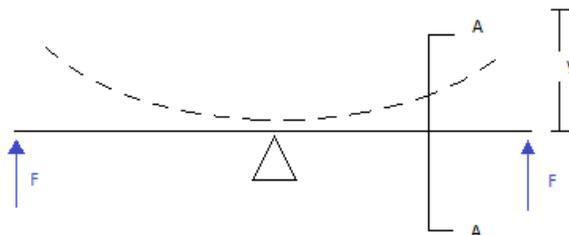


Figura 46. Viga sometida a cargas verticales.

Se plantea un diagrama de momento flector en donde se busca encontrar la deflexión máxima de la viga en voladizo que representa las cargas a las que está sometida la horquilla, a continuación se plantea una formula con base en la Figura 47 ;

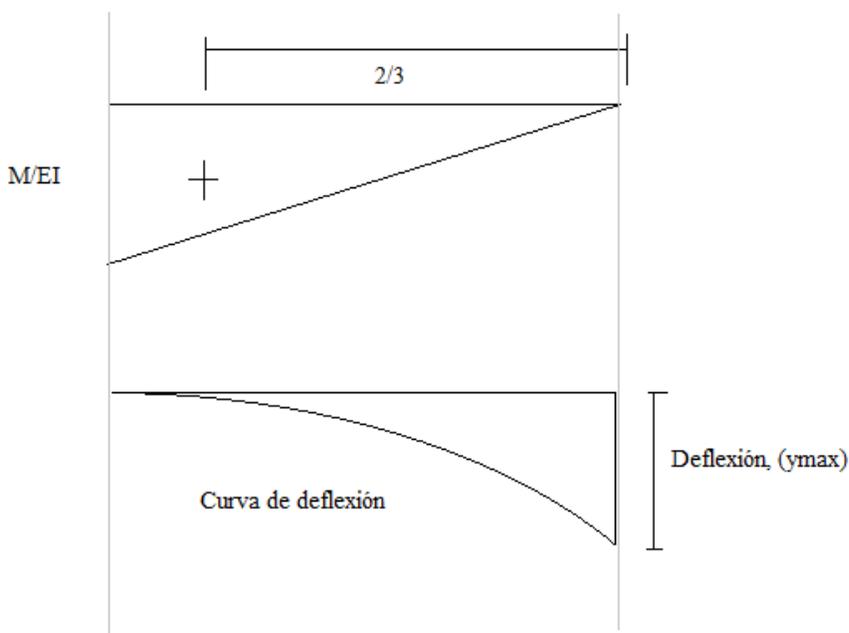


Figura 47. Diagrama de momento flector

Donde;

M =momento flector

L = base del diagrama de momento flector

I= Momento de inercia

E=Modulo de elasticidad

$$y_{max} = \frac{M}{EI}$$

Ecuación 51

Con base en la ecuación 51 se supone una distancia de $2/3$ para la viga, desde el concepto de área de un triángulo se obtiene la siguiente ecuación;

$$A_{\Delta} = \frac{b * h}{2}$$

Al reemplazar según la Figura 47, se obtiene;

$$y_{max} = \left(\frac{\frac{M}{EI}}{2} \right) * \frac{2}{3} L$$

Simplificando la ecuación anterior;

$$y_{max} = \frac{2 * F * L * L * L}{2 * 3 * E * I} = \frac{F * L^3}{3EI}$$

Simplificando se obtiene;

$$F = \frac{3 * E * I}{L^3} * y_{max}$$

Teniendo en cuenta la ecuación base $F = K * x$

$$K_{H3} = \frac{3 * E * I}{L^3}$$

Ecuación 52

Para encontrar el momento de inercia correspondiente para la ecuación 52, se plantea el momento de inercia para un círculo;

$$I = \frac{\pi}{4} R^4$$

Ecuación 53

Para encontrar el momento de inercia se deduce el radio según el área transversal de la horquilla es;

$$R_{(L)} = mx + R_o$$

Ecuación 54

Puntos:

$$x = 0$$

$$R = R_o$$

$$x = L$$

$$R = R_1$$

$$m = \frac{R_1 - R_o}{L}$$

Ecuación 55

Reemplazando la ecuación 55

$$R_{(L)} = \left(\frac{R_1 - R_o}{L} \right) x + R_o$$

Reemplazando en la ecuación 53, y con

$$I = \frac{\pi}{4} \left(\left(\frac{R_1 - R_o}{L} \right) x + R_o \right)^4$$

$$I = \frac{\pi}{4} \left(\left(\frac{0,0075 - 0,015495}{0,25082} \right) x + 0,015495 \right)^4$$

$$I = \frac{\pi}{4} (-0,03187x + 0,015495m)^4$$

Se realiza un promedio de distancias para las 9 secciones evaluadas anteriormente y se reemplaza en x;

$$I = \frac{\pi}{4} (-0,03187 * 0,1654417 + 0,015495m)^4$$

$$I = 1,6608x10^{-8}m^4$$

Reemplazando en la ecuación 47

$$F = \frac{3 * E * 1,6608x10^{-8}}{L^3} * y_{max}$$

De la ecuación anterior se deduce;

$$F = K * x$$

$$F = \frac{3 * E * 1,6608x10^{-8}}{L^3} * y_{max}$$

$$K = \frac{3 * E * 1,6608x10^{-8}}{L^3}$$

Para simplificar la ecuación de K_{H3} se reemplazan las diferentes variables;

E= Modulo de Young

L = Largo de la Horquilla

$$K_{H3} = \frac{3 * 205x10^9 Pa * 1,6608x10^{-8}m^4}{0,25082m^3}$$

$$K_{H3} = 40722,111$$

Luego de encontrar K_{H3} se reemplaza en la ecuación para K de la horquilla general (KH) como se observa a continuación;

$$K_H = \frac{2K_{H3} * K_1}{K_{H3} + 2K_1}$$

Ecuación 56

$$K_H = \frac{(2 * 40722,111) * 2,81948x10^{10}}{40722,111 + (2 * 2,81948x10^{10})}$$

$$K_H = 40722,082$$

A continuación se realiza el cálculo de la Constante del resorte del sistema de amortiguación teniendo en cuenta la presión del gas, para esto se debe tener en cuenta el valor de la carga

estática máxima y la carga estática mínima este será calculado con la ecuación 57 y 58 para el tren principal .(Currey, 1988).

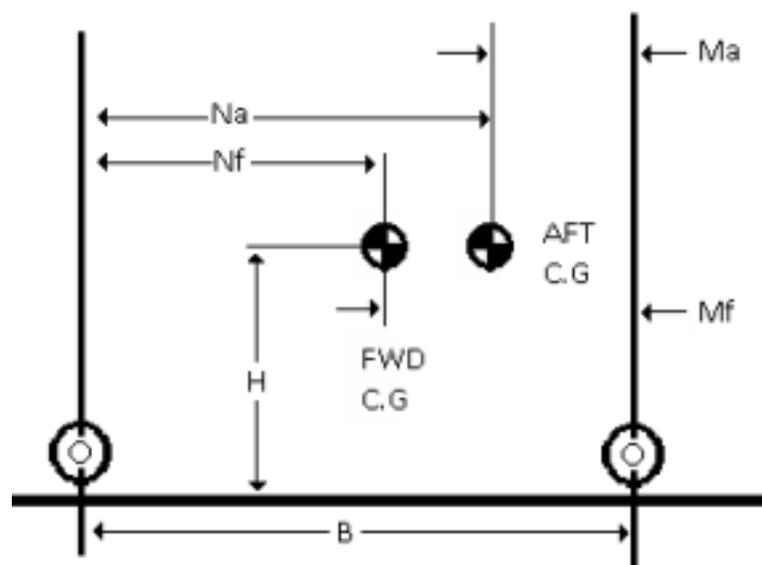


Figura 48. Esquema de la distribución del centro de masa de la aeronave. (Currey, 1988)

Según la Figura 48 la fórmula para el cálculo de las cargas estáticas máxima y mínima está dada por las siguientes ecuaciones;

$$\text{Carga estática máxima: } W_1 * \frac{N_a}{B}$$

Ecuación 57

$$\text{Carga estática mínima: } W_2 * \frac{N_f}{B}$$

Ecuación 58

Donde W_1 es el peso de la aeronave en N para el centro de gravedad más trasero en donde se tiene en cuenta equipaje y pasajeros como se observa en la tabla 9 configuración 6, W_2 es el peso en vacío de la aeronave en N N_a es la distancia del centro de masa más trasero hasta el eje de nariz, B es la distancia entre los ejes del tren de nariz y el principal, N_f es la distancia del centro de masa mas delantero hasta el tren delantero obteniendo como resultado;

Carga estática máxima:

$$W_1 * \frac{N_a}{B} = 11342,96 \frac{134,38m}{167,132m} = 9120,138 N$$

Carga estática mínima:

$$W_2 * \frac{N_f}{B} = 7397,39 \frac{122,24m}{167,132m} = 5410,435 N$$

$$W_{max} = 9120,138 N$$

$$W_{min} = 5410,435 N$$

Seguido a esto se calcula un área de contacto de la llanta, por lo que se requiere peso de la aeronave y la presión interna, la ecuación 59 y 60 son tomadas de (J. A. Moreno et al., 2017).

$$W = P_n A_c$$

Ecuación 59

$$\frac{W}{P_n} = A_c$$

$$\frac{9120,138N}{213737 Pa} = A_c$$

$$A_c = 0,04 m^2$$

$$A_c = 0,025 m^2$$

Luego se despeja el Radio de ruedo el cual indica que tanto se flexiona la rueda de una aeronave cuando se encuentra cargada.

$$A_c = 2,3\sqrt{vD_n} * \left(\frac{D_n}{2} - R_r\right)$$

Ecuación 60

$$v = 0,1257 m$$

$$D_n = 0,3606 m$$

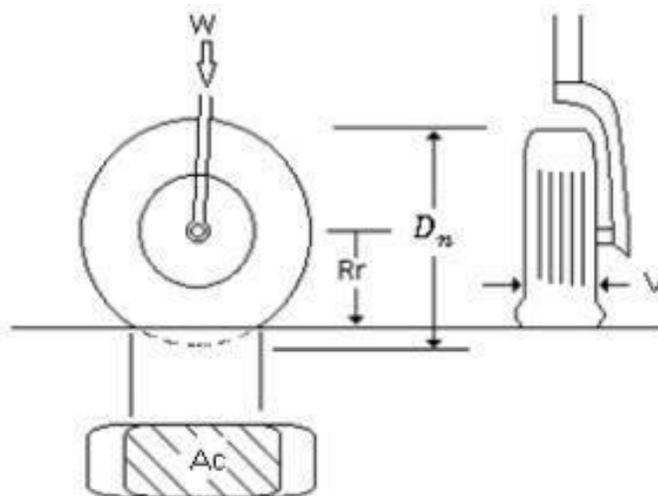


Figura 49. Esquema de nomenclatura del neumático (J. A. Moreno et al., 2017).

Obteniendo el radio de ruedo máximo y mínimo, se puede calcular cuál es la distancia que se deforma la rueda cuando se le aplica una carga.

$$R_{max} = 0,1290m$$

$$R_{min} = 0,1249m$$

Con los valores obtenidos se puede calcular cuál es la distancia que se deforma la rueda cuando se le aplica una carga el $D_{o\ max}$ y $D_{o\ min}$ se obtienen mediante el catálogo de Goodyear (The Goodyear Tire & Rubber Co., 2001)

A continuación, se calcula la deflexión del neumático;

$$S_t = \frac{Dm/2 - (R_{rmax} - R_{rmin})}{2}$$

Ecuación 61

$$S_t = \frac{0,3536/2 - (0,1290 - 0,1249)}{2}$$

$$S_t = 0,086\ m$$

A continuación, se calcula el diámetro medio del neumático;

$$D_m = \frac{(D_{omax} + D_{omin})}{2}$$

Ecuación 62

$$D_m = \frac{(0,3606 + 0,3467)}{2}$$

$$D_m = 0,3536 \text{ m}$$

Con el objetivo de conocer la constante del resorte usada en el modelo dinámico del sistema de amortiguación, se presenta la Figura 50.

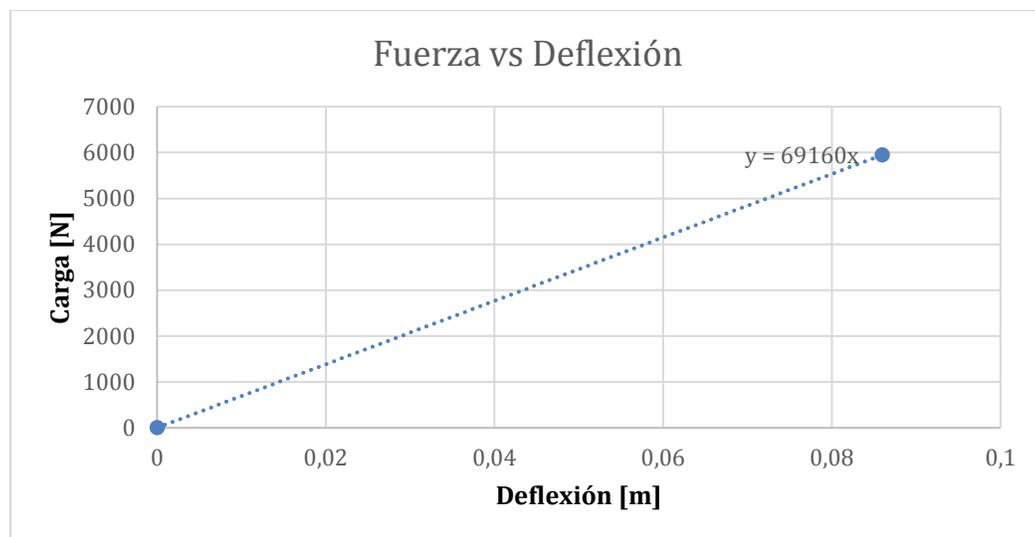


Figura 50. Gráfica carga vs deflexión del neumático.

Utilizando la fórmula de la pendiente se encuentra el valor para la constante (J. Moreno, Torres, & Sierra, 2017).

$$K_g = 69160 \frac{N}{m}$$

A fin de simplificar el modelo con los valores obtenidos para la constante de la horquilla y la constante de amortiguación se representa como se ve en la Figura 51.

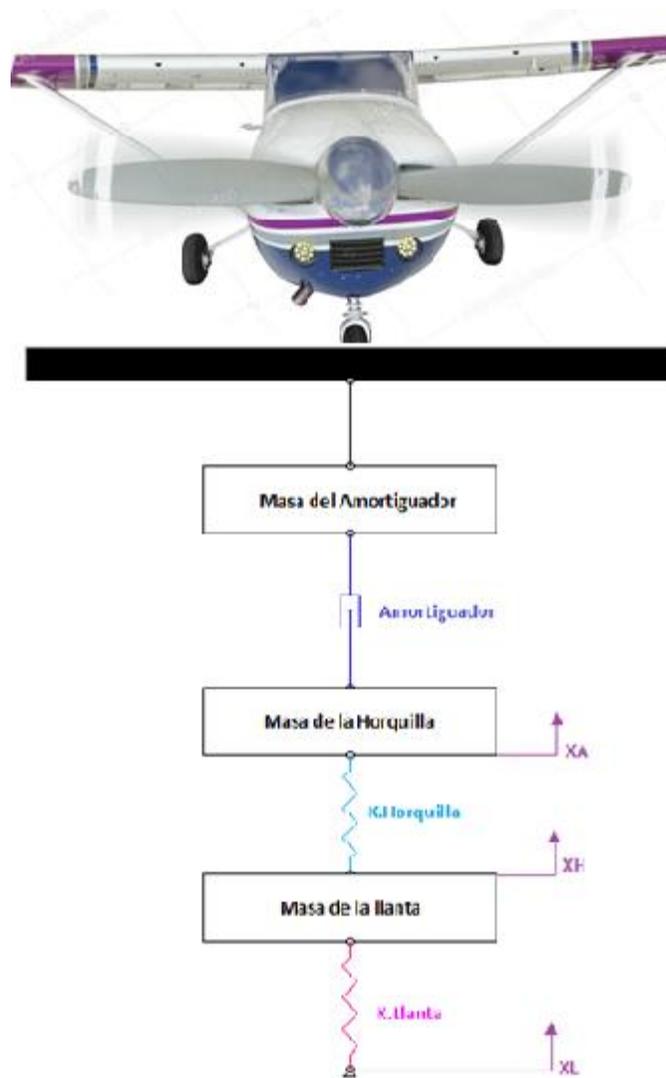


Figura 51. Modelo masa resorte de la horquilla simplificado.

Del mismo modo se plantea un modelo simplificado teniendo en cuenta cada uno de los componentes del tren de nariz, en donde la masa se representa por un bloque, el símbolo ubicado en la parte superior representa el amortiguador, el símbolo de flecha representa cada una de las distancias pertenecientes a la horquilla (X_H = distancia vertical de los lados de sujeción de la horquilla, X_{H3} =distancia vertical de la sección de la horquilla 3, X_{MH} = distancia vertical de la masa de la horquilla).

Teniendo en cuenta el concepto de $F = K * x$ y $F = m * a$ se plantea el modelo matemático que rige el comportamiento de la horquilla delantera del Cessna 172S, representado en la ecuación 63.

$$F = K_g \frac{d(x_L - x_H)}{dt} + M_L \frac{d^2(x_L - x_H)}{dt^2} + K_H(x_H - x_A) + M_H \frac{d^2(x_H - x_D)}{dt^2}$$

Ecuación 63

Se reemplazan los valores numéricos de las siguientes variables para simplificar la ecuación;

K_g = Constante del resorte del sistema de amortiguación teniendo en cuenta la presión del gas

M_L = Masa de la llanta.

K_H = Constante de amortiguación

M_H = Masa de la horquilla.

Por consiguiente, se obtiene como resultado la ecuación simplificada como se observa a continuación:

$$F = 69160 \frac{d(x_L - x_H)}{dt} + 2,99 Kg \frac{d^2(x_L - x_H)}{dt^2} + 40722,082(x_H - x_A) + 2,380kg \frac{d^2(x_H - x_D)}{dt^2}$$

Ecuación 64

A fin de encontrar una función de transferencia para analizar el sistema masa resorte en Matlab simulink se plantean tres funciones de transferencia partiendo de la ecuación 64.

Aplicando transformada de Laplace a la ecuación 64 se obtiene;

$$69160[s(x_L - x_H) - x_L(0) + x_H(0)] + 2,99\{s^2[(x_L(s) - x_H(s))] - s[(x_L(0) - x_H(0))] + [(x_L(0) - x_H(0))]\} + 40722.082[x_H(s) - x_A(s)] + 2.380 [s^2[(x_A(s) - x_H(s))]] = F_{(s)}$$

Simplificando la ecuación

$$69160[s(x_L - x_H)] + 2,99\{s^2[(x_L(s) - x_H(s))]\} + 40722,082[x_H(s) - x_A(s)]$$

$$+ 2,380 \left[s^2[(x_A(s) - x_H(s))] \right] = F(s)$$

$$x_L = (69160s + 2,99s^2)$$

$$x_A = (-40722,082 + 2,380s^2)$$

$$x_H = (-69160s + 2,99s^2 + 40722,082 - 2,380s^2)$$

$$G_{(s)H} = \frac{x_H}{f(s)} = \frac{1}{5,34s^2 - 69160s + 40722,082}$$

$$G_{(s)L} = \frac{x_L}{f(s)} = \frac{1}{2,99s^2 + 69160s}$$

$$G_{(s)A} = \frac{x_A}{f(s)} = \frac{1}{2,38s^2 - 40722,082}$$

Ecuación 65

7. Presentación y Análisis de Resultados

7.1. Simulación en working models

Working models es una herramienta de diseño conceptual que le permite crear simulaciones que reemplazan los cálculos imprecisos, lentos y poco precisos (Addlink, 2018).

Con la finalidad de representar el sistema masa resorte propuesto con anterioridad y verificar de otro modo el comportamiento de la horquilla al ser expuesta a una carga de impacto en condición nivelada y de emergencia, se realiza un modelo a escala 1:3 de la horquilla para esto principalmente se realizó el dibujo con medidas reales en el software CATIA como se observa en la Figura 52.

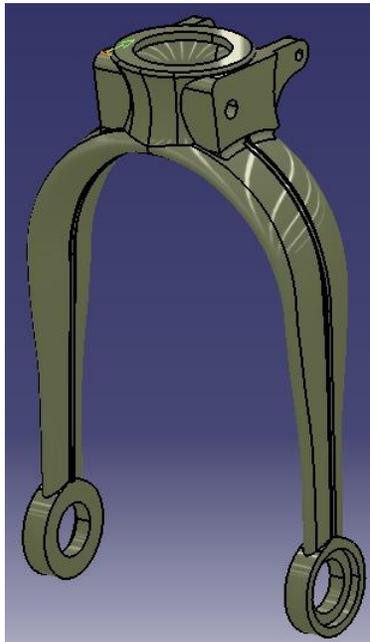


Figura 52. Horquilla delantera del Cessna 172 en CATIA, Fuente: Autores.

Debido a que este programa trabaja con archivos en 2D se guardó la geometría de CATIA como un dibujo en formato DFX y se introdujo al programa acoplándolo a cada uno de los elementos principales como se observa en la Figura 53.

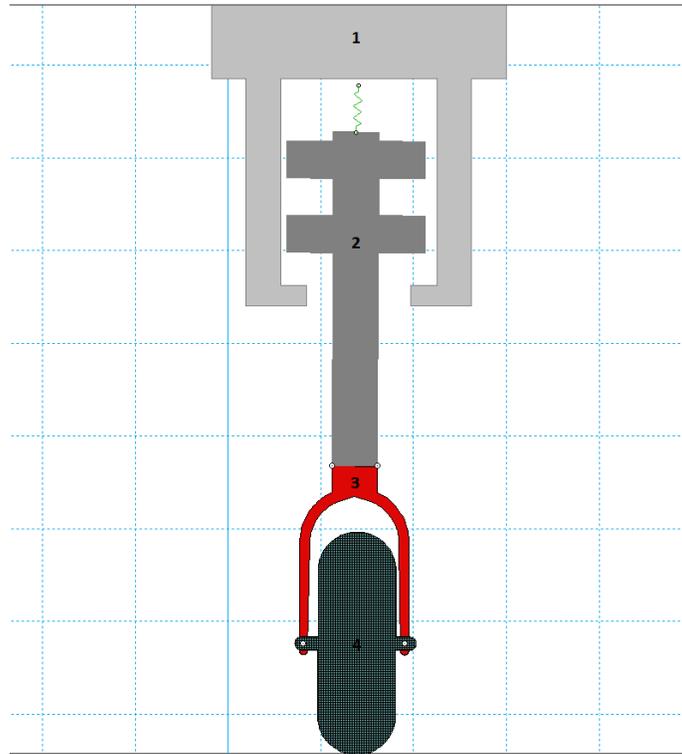


Figura 53. Dibujo del tren de aterrizaje en working models, Fuente: Autores.

En la figura anterior se observa el modelo propuesto para representar el tren de nariz en working models, a continuación, se identifican cada una de sus partes;

- Sección 1: Masa de la aeronave en condición estática la cual es calculada anteriormente.
- Sección 2: Amortiguador con resorte acoplado el cual representa la amortiguación del elemento.
- Sección 3: Horquilla delantera del Cessna 172S.
- Sección 4: Rueda

Con la finalidad de obtener una respuesta en el tiempo para el comportamiento de la horquilla delantera se utiliza la opción propiedades Figura 54, en donde se establecen cada uno de los valores de masa los cuales tienen un valor de;

- Sección 1: 754 kg para un aterrizaje nivelado y de 324 kg para un aterrizaje de emergencia.

- Sección 2: 69160 N/m.
- Sección 3: 2,38 kg.
- Sección 4: 2,99 kg.

Y material para los diferentes componentes del tren los cuales son;

- Sección 1: Steel.
- Sección 2: Steel.
- Sección 3: Steel.
- Sección 4: Rubber.

Manualmente se identificó en la escala por defecto del programa el valor para la altura a la cual se aproxima generalmente según FAR 23 la aeronave a tierra es 0,35 m. Debido a que working models varia la escala cuando se realiza un acercamiento a la pieza se decide establecer esta altura por una aproximación geométrica.

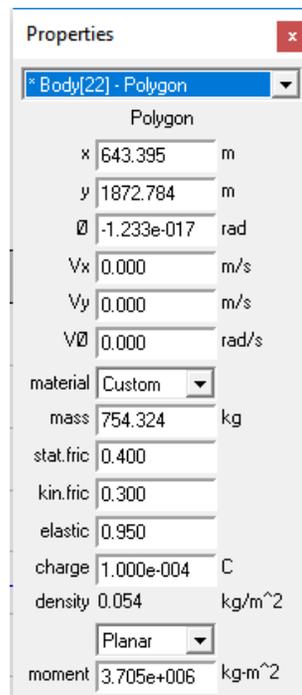


Figura 54.Propiedades en working models, y escala.

Finalmente, en la opción *measure* se introduce una gráfica de aceleración vs tiempo en donde se analiza el comportamiento para un aterrizaje nivelado como se observa en la Figura 56, obteniendo un tiempo de estabilización general de la horquilla es de 17s para una masa de 754 kg. De igual forma se analiza el comportamiento para un aterrizaje de emergencia como se observa en la Figura 55, obteniendo un tiempo de estabilización general de la horquilla es de 15s para una masa de 551,195kg.

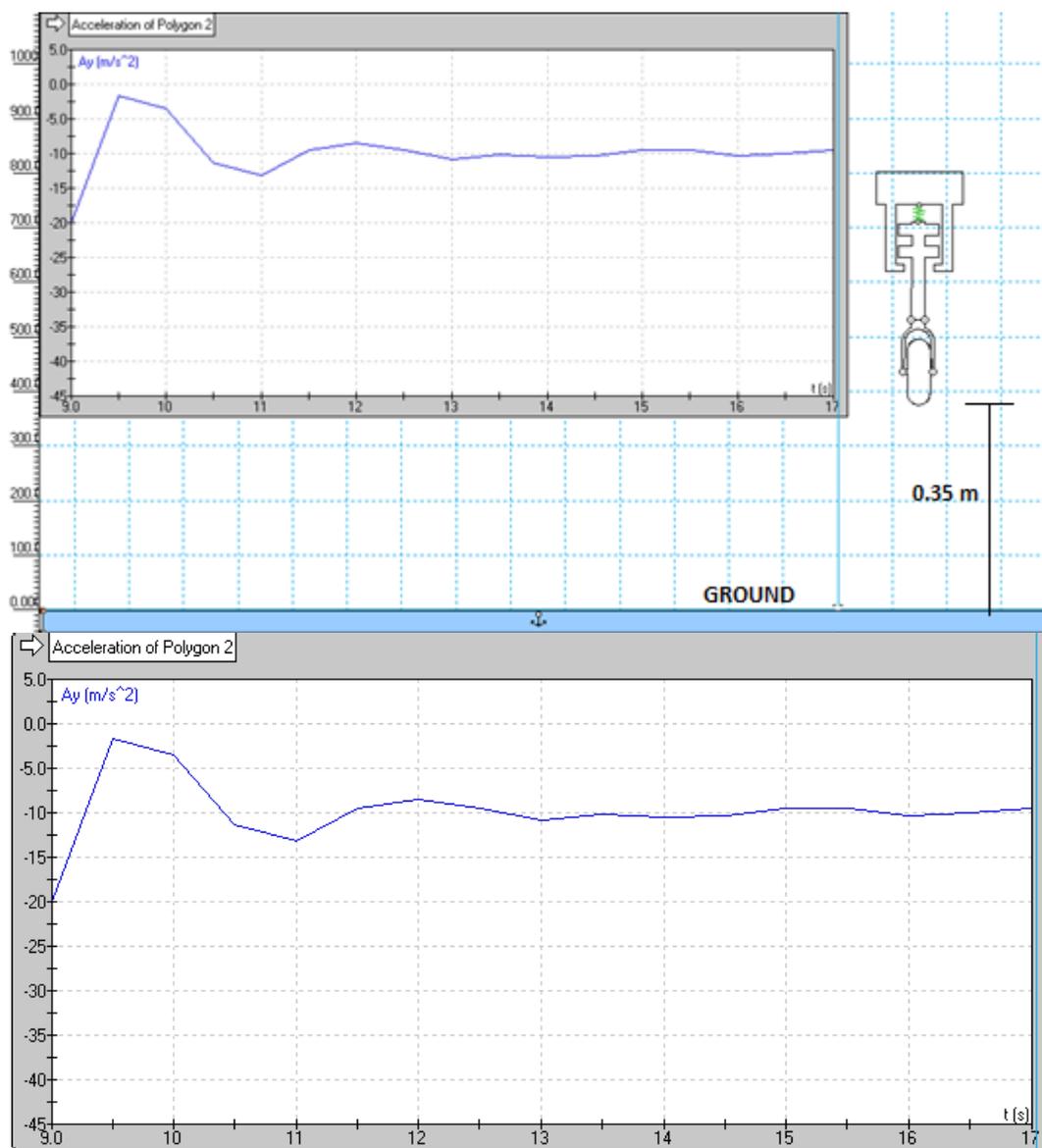


Figura 55. Grafica aceleración vs tiempo para un aterrizaje de emergencia.

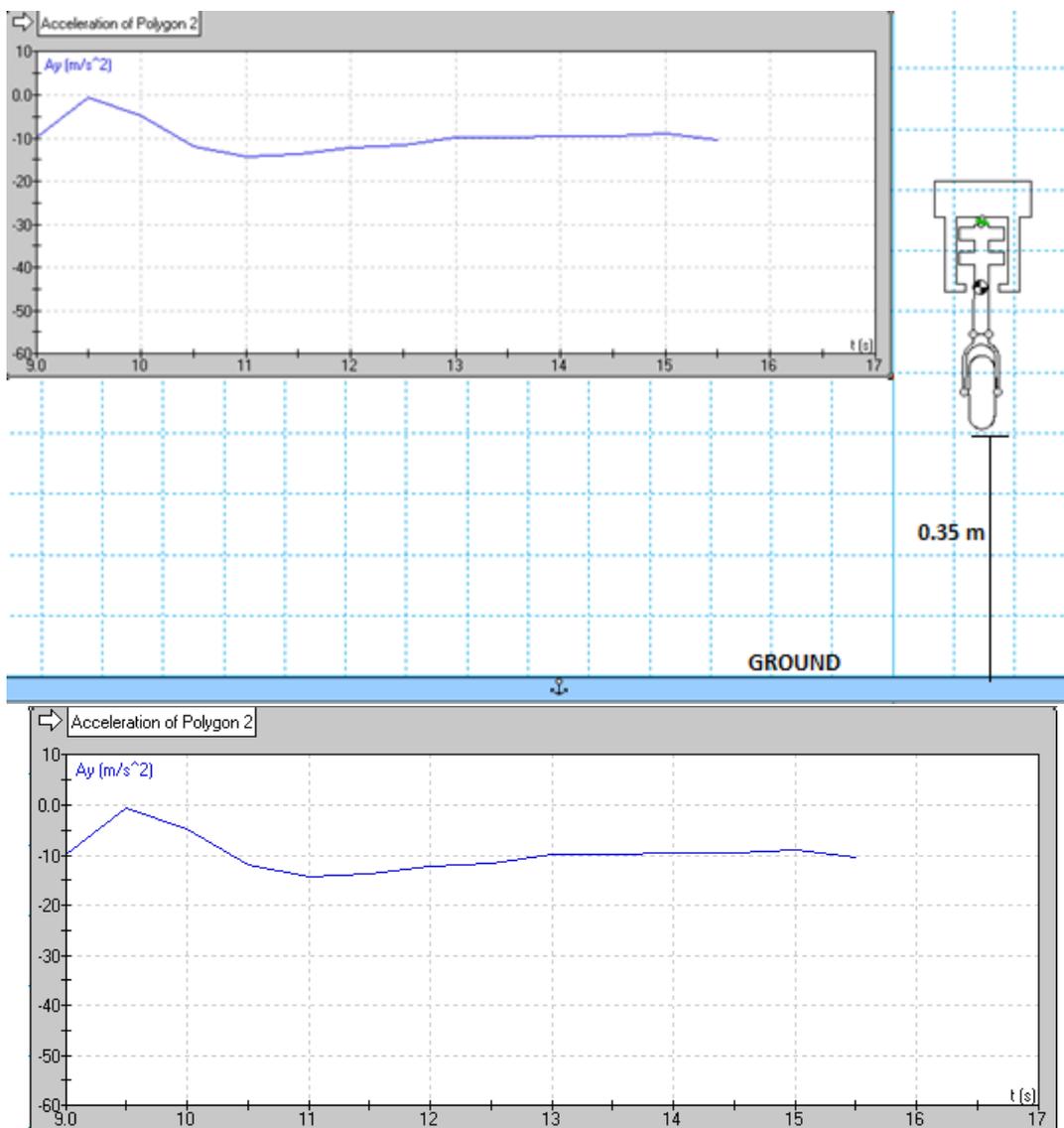


Figura 56. Grafica aceleración vs tiempo para un aterrizaje nivelado.

7.2. Diagrama de bloques en el software simulink

Con la finalidad de obtener una respuesta en el tiempo al modelo matemático se plantea un diagrama de bloques que permita simular el comportamiento de la horquilla delantera del Cessna 172S en un tiempo determinado, en primer lugar, se plantea la ecuación diferencial como un sistema masa resorte amortiguado como se observa en la Figura 57.

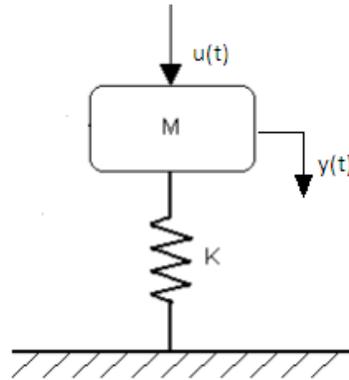


Figura 57. Sistema masa resorte, Fuente: Autores.

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F$$

Ecuación 66

Despejando la aceleración

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}(F - b\dot{x} - kx)$$

Teniendo en cuenta que el valor de viscosidad no se incluye en el cálculo de la constante de amortiguación,

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}(F - kx)$$

Ecuación 67

El modelo matemático realizado para el cálculo de la fuerza de impacto en cada una de las condiciones de aterrizaje se ve representado a continuación en la por el diagrama de bloques el cual se verifica porque se estabiliza en el valor de la carga estática para el tren de nariz calculada con anterioridad esto se puede observar en la Figura 58

La ecuación 67 es aplicada en Matlab simulink por medio de un modelo en el que se introduce un bloque constante con un valor de 5430,655823N este número equivale al valor de la fuerza para un aterrizaje nivelado esto es calculado anteriormente, luego se coloca el botón de ganancia la cual

representa el $1/m$ de la ecuación 67, las dos constantes se tienen en cuenta para hallar cada una de las ganancias, los recuadros de integrar se utilizan para hallar la aceleración.

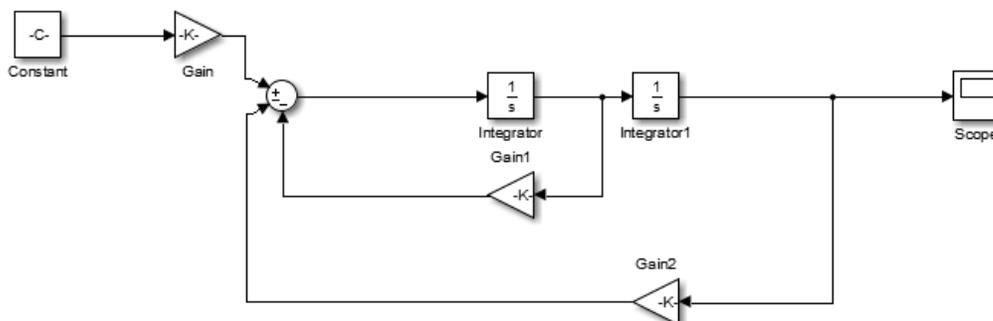


Figura 58. Diagrama de bloques, Fuente: Autores

Otro modo de representar la Figura 58 es el modelo planteado en la Figura 59 en donde se tiene un step con el valor de la fuerza, la función de transferencia acorde al modelo y la salida representado por el scope.

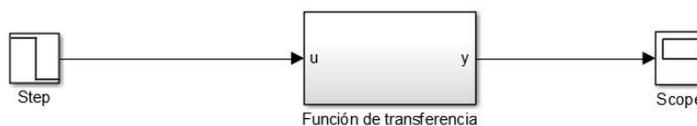


Figura 59. Función de transferencia, Fuente; Autores.

- El nodo de suma relaciona la parte izquierda y derecha del diagrama en la figura 49, teniendo en cuenta que la constante de amortiguación depende de la presión del gas.
- Los bloques $\frac{1}{s}$ permiten integrar la señal de entrada
- La señal tipo step, hace referencia al desplazamiento de entrada al sistema debido a una irregularidad en el camino.

Con el objetivo de encontrar una gráfica de fuerza vs tiempo se introducen cada uno de los valores en los bloques teniendo en cuenta que la fuerza para un aterrizaje nivelado calculada anteriormente en la sección 6.5 es de 5407,231N y para un aterrizaje de emergencia es de

7753,125N cada una de las constantes se ubican en el bloque de ganancia obteniendo como resultado;

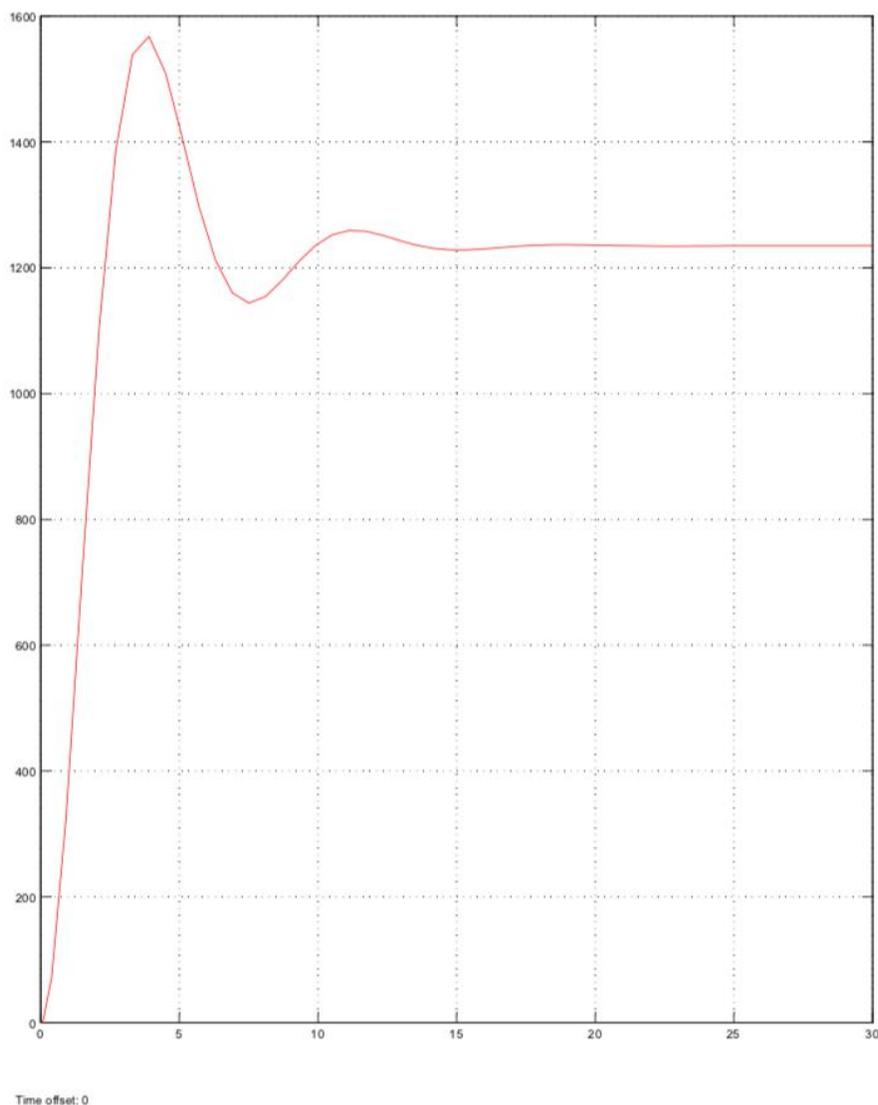


Figura 60.Gráfica Fuerza [N] vs. Tiempo [s] para un aterrizaje nivelado.

Para establecer un tiempo de estabilización se define un porcentaje de 2% arriba y abajo de la onda ya que en este instante la oscilación es de +25lb y -25lb en este instante la horquilla no es sensible a esa amplitud y no cambia su comportamiento significativamente. En la Figura 60 se observa un sistema subamortiguado en donde el máximo pico del valor es de 1500 N esto

equivale a la fuerza que soporta la horquilla al impactar con el suelo, con un tiempo de estabilización general de 16 s.

La grafica se estabiliza en un valor de 1210N el cual es correcto ya que no puede estabilizarse en 0 debido a que la aeronave tiene un valor correspondiente a la reacción estática calculada con anterioridad en la sección 6.3.1 la cual en una condición estática en tierra tiene un valor de 1180,547N, obteniendo un porcentaje de error del 2,494%.

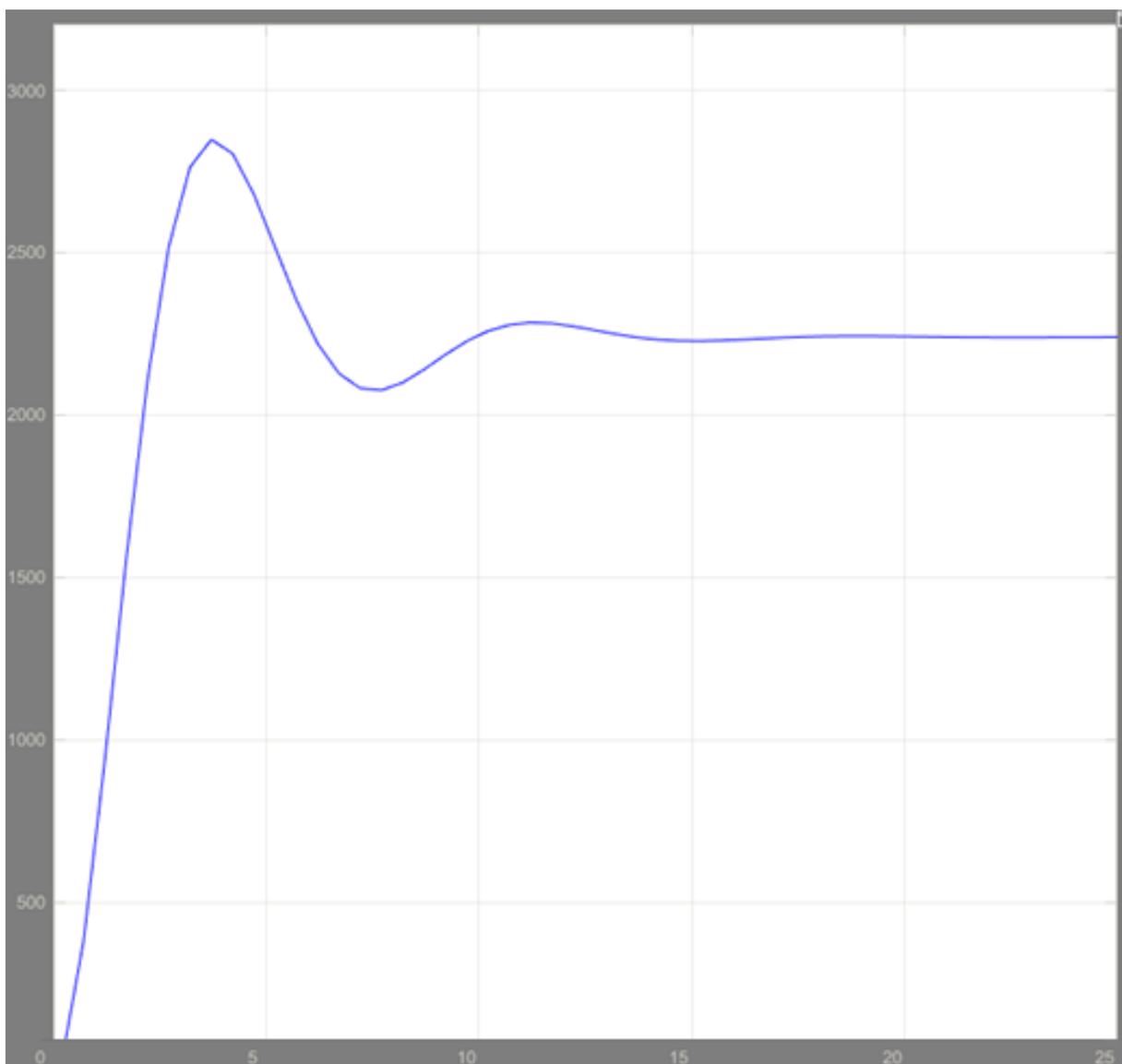


Figura 61. Gráfica Fuerza [N] vs. Tiempo [s] para un aterrizaje de emergencia.

En la Figura 61 se observa un sistema subamortiguado en donde el máximo pico del valor para la fuerza es de 2800 N esto equivale a la fuerza que soporta la horquilla al impactar con el suelo en una condición de emergencia, con un tiempo de estabilización aproximado de 20 s.

La grafica se estabiliza en un valor de 2300 N lo cual es lógico según la carga calculada para la reacción estática calculada con anterioridad en la sección 6.3.1 la cual en una condición estática en tierra tiene un valor de 2584,37 N, obteniendo un porcentaje de error del 11%.

Con el objetivo de visualizar el comportamiento de la fuerza en un instante de tiempo en condición de aterrizaje nivelado y de emergencia se plantea;

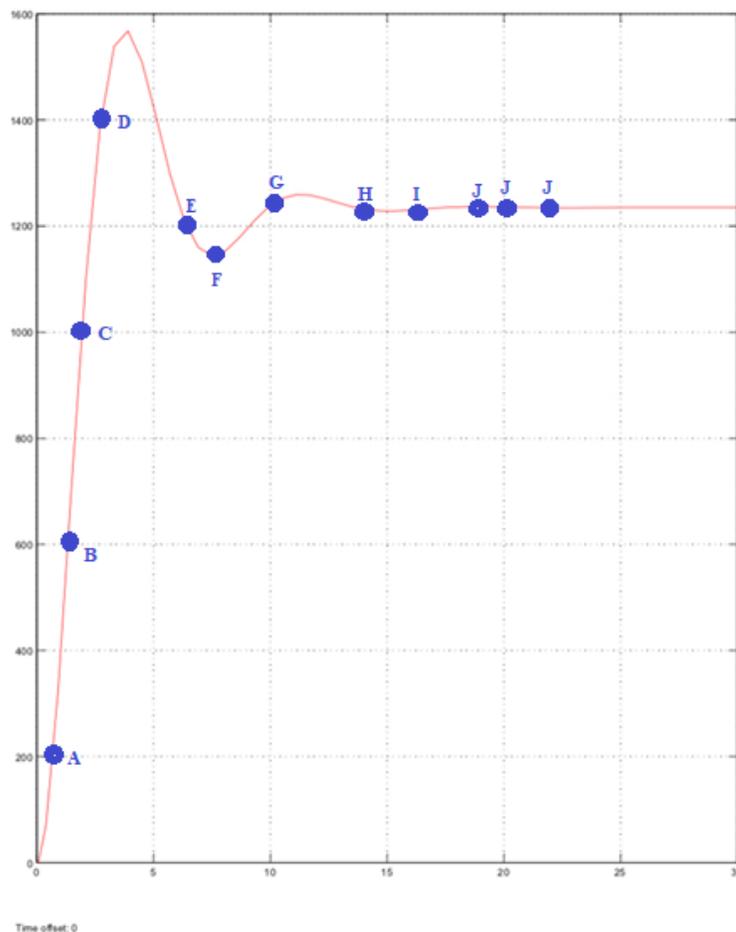


Figura 62. Gráfica Fuerza [N] vs. Tiempo [s] para un aterrizaje nivelado, seccionado.

Tabla 13. Fuerza y tiempo para un Aterrizaje nivelado.

ITEM	FUERZA (N)	TIEMPO (S)
A	200	0,8
B	600	1
C	1000	1,5
D	1400	2,5
E	1200	6,5
F	1195	7,5
G	1240	10
H	1230	14
I	1220	15
J	1210	18
J	1210	20
J	1210	22

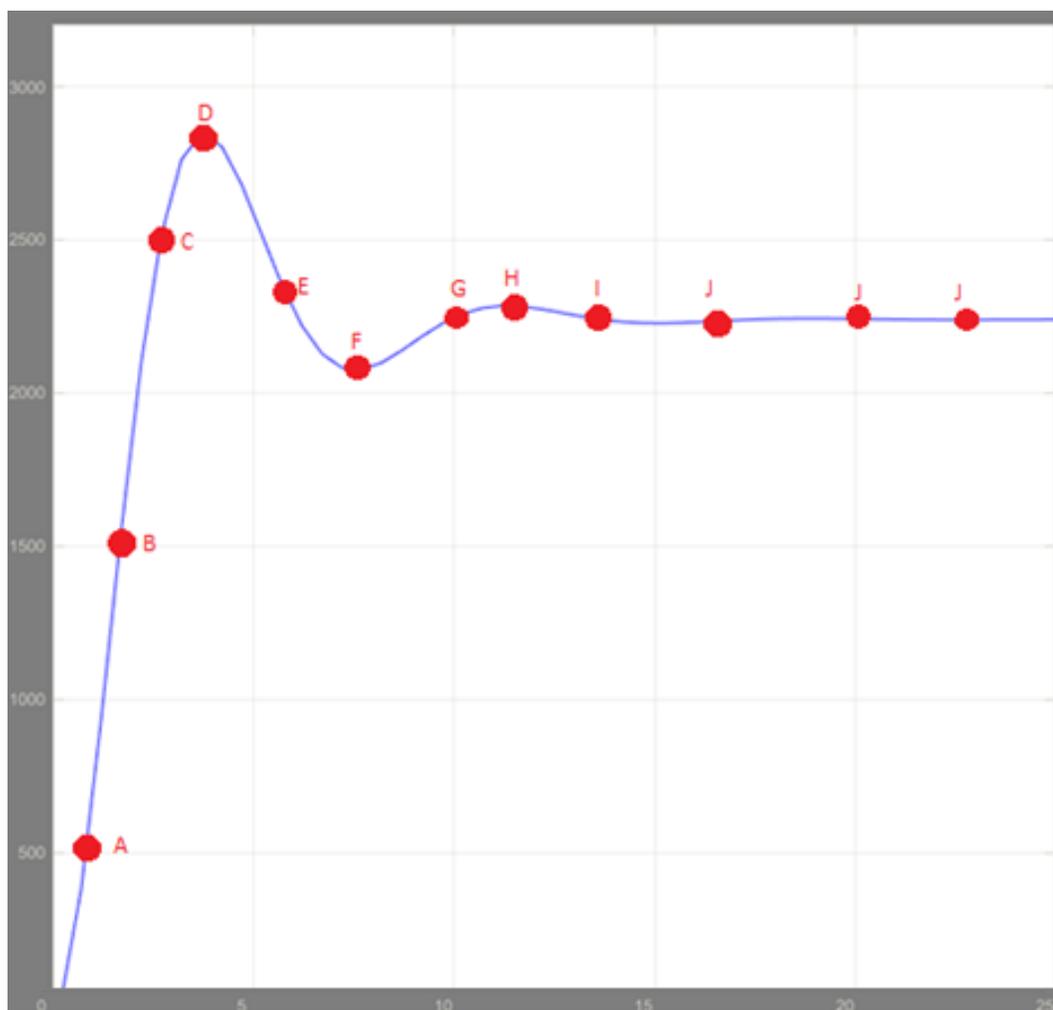


Figura 63. Gráfica Fuerza [N] vs. Tiempo [s] para un aterrizaje de emergencia, seccionado.

Tabla 14. Fuerza y tiempo para un Aterrizaje de emergencia.

ITEM	FUERZA (N)	TIEMPO (S)
A	500	0,8
B	1500	1
C	2500	2,5
D	2800	3.5
E	2400	5.2
F	2100	7.5
G	2250	10
H	2350	12
I	2320	14
J	2300	17
J	2300	20
J	2300	23

7.3. Simulación de la Horquilla por Medio de Elementos Finitos

7.3.1. Simulación de la horquilla en Conjunto.

La simulación de la horquilla se realizó en conjunto con el tubo del amortiguador y el buje que conecta la horquilla con el rin delantero, se definió su material original (AISI 4130) y se ingresaron todas sus propiedades en el módulo de **Engineering Data** en **Ansys Workbench**. Las propiedades del Acero 4130 son las siguientes:

Tabla 15 Extracto de las Propiedades Mecánicas del Acero 4130 (Aceros fortuna, 2014)

ACERO 4130	
PROPIEDAD	VALOR
Densidad	7.85 g/cm ³
Conductividad Térmica	42.7 W/Mk
Calor Especifico	0.477 J/g°C
Relación de Poisson	0.27-0.30
Resistencia a la tracción (Yield)	460 MPa
Módulo de Elasticidad	190-210 GPa
Resistencia a la tracción (Ultimate)	560 MPa

7.3.2. Análisis de Sensibilidad de Malla

El análisis de sensibilidad de malla permite determinar que el número de nodos y elementos usados durante la simulación sea el adecuado para obtener una alta calidad en los resultados. Para escoger la malla más apropiada es necesario analizar la estructura en tres estados de refinamiento que serán: Malla por defecto (coarse), Malla media y Malla Fina, el análisis de sensibilidad se realizará únicamente a la horquilla. El propósito de realizar este análisis es buscar que los resultados de esfuerzo sean independientes de la cantidad de elementos de la malla.

Debido a que la simulación debe realizarse en el material original fue necesario crear la librería del mismo en la sección **Engineering Data**, en la cual se definieron las propiedades del Acero 4130 para posteriormente definirlo como el material a utilizar por defecto en la sección **Geometry** de Ansys Workbench.

Se seleccionó un punto en la horquilla en el cual se realizó el análisis observando la variación de los datos de respuesta mientras se varía la calidad de la malla para las tres condiciones. Se especificarán los números de nodos y elementos para cada condición utilizando el módulo **Static Structural** de Ansys Workbench para realizar el análisis.

Las siguientes figuras representan el punto escogido para realizar el análisis en las tres condiciones mencionadas previamente, la razón por la cual se escogió este punto de análisis es debido a que es una zona en donde se genera mayor concentración de esfuerzos cuando se aplica la carga de impacto.

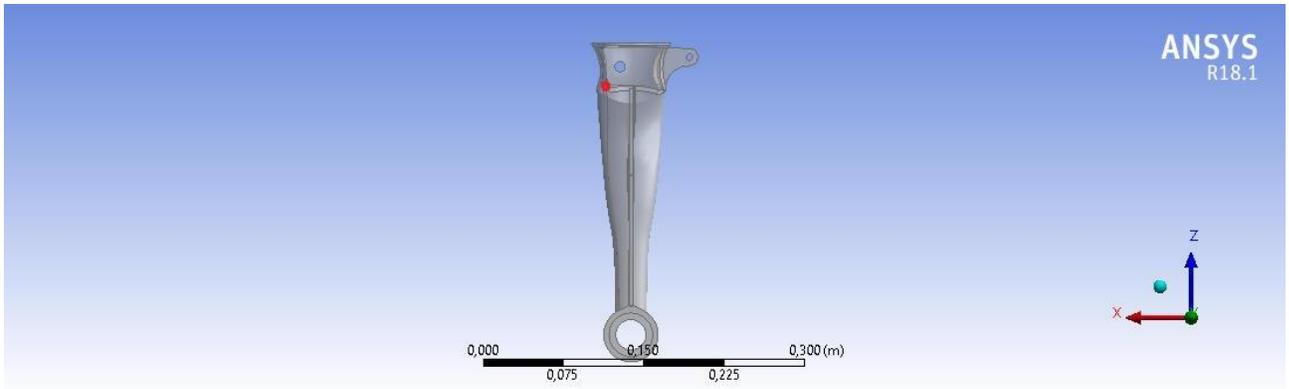


Figura 64. Punto de análisis vista lateral.

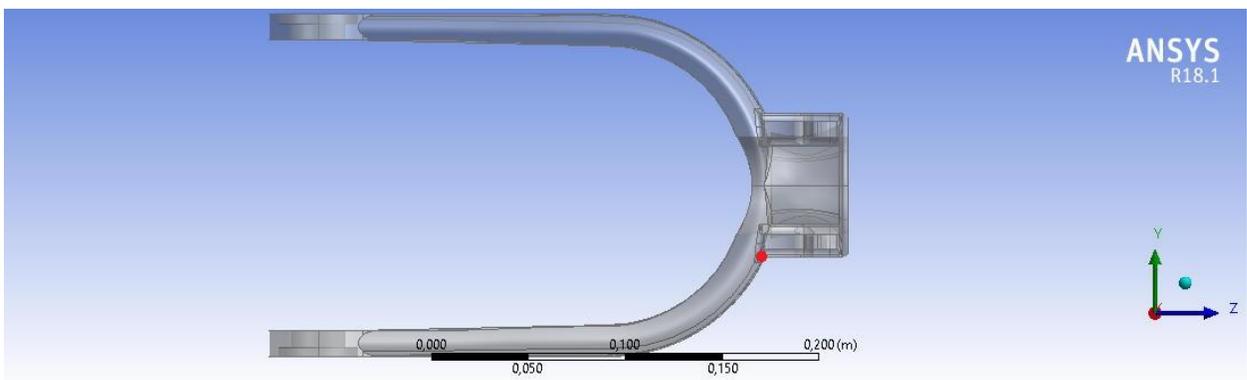


Figura 65. Punto de análisis vista frontal.

En la sección **Model** del apartado **Static Structural** se procede a realizar el enmallado para cada condición las cuales tienen las siguientes características:

- Malla por defecto (Coarse), hace referencia al enmallado con cero relevancias y refinamiento cero.
- Malla Media, hace referencia al enmallado con relevancia de 100 puntos y refinamiento cero.
- Malla Fina, hace referencia al enmallado con relevancia de 100 puntos y refinamiento fino.

Para obtener resultados más precisos es necesario establecer las restricciones más apropiadas que permitan simular un comportamiento real en la horquilla al aplicar una carga sobre este elemento. Se utilizó la herramienta **Fixed Support** con la cual se crearon soportes fijos en el orificio superior que conecta el conjunto superior con la horquilla como se observa en la siguiente figura:

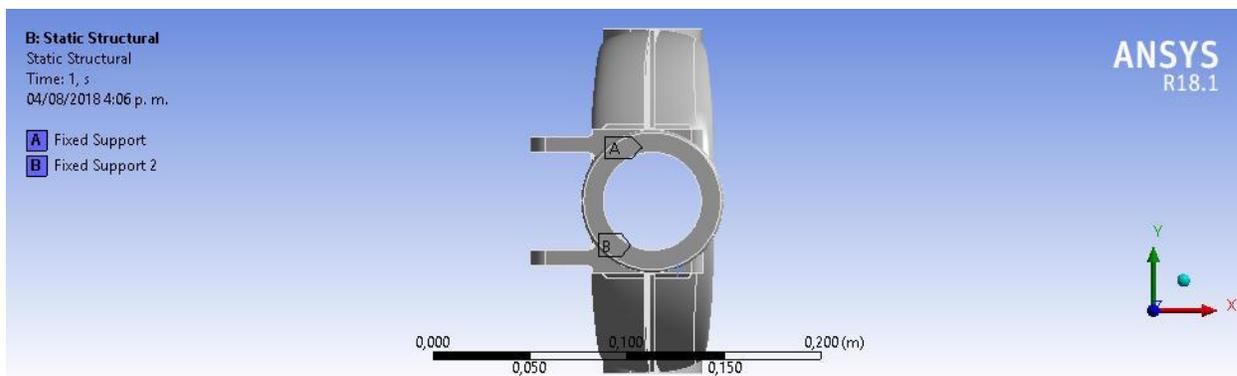


Figura 66. Restricciones para la Horquilla

Con las restricciones definidas se aplica la carga previamente encontrada para aterrizaje nivelado y más crítico o de emergencia (Ecuación 35 y 36) la cual se ubica en la sección inferior en donde se encuentra el tubo eje que conecta la horquilla, con el rin de la llanta delantera como se observa en la siguiente figura:

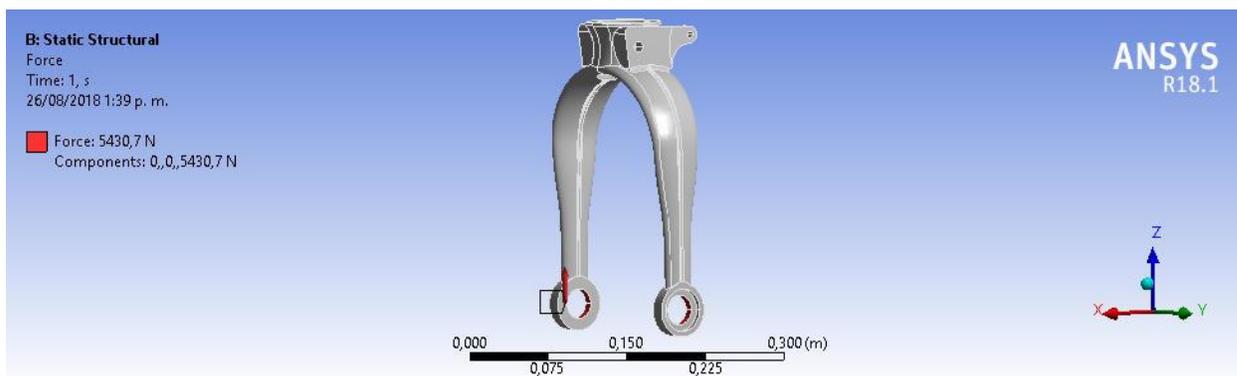


Figura 67. Zona de fuerza aplicada en la horquilla

Finalmente, para cada la condición de aterrizaje nivelado y de emergencia se aplica la carga calculada previamente con pesos de despegue de 2539 N y 2321 N respectivamente (Ecuación 35 y 36) y se analiza el esfuerzo en el punto específico establecido (Figura 61 y 62), que permitirá realizar una comparación final con respecto al valor del esfuerzo en cada condición de aterrizaje.

Se procede a realizar el análisis para encontrar el valor del esfuerzo normal en cada uno de los tipos de enmallados definidos previamente, los resultados obtenidos para el esfuerzo normal en un cuadro de 5 a 10 segundos de duración para las condiciones de aterrizaje Nivelado y de Emergencia son las siguientes:

Tabla 16 Resultados obtenidos análisis de sensibilidad de malla

RESULTADOS ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE MALLA			
ATERRIZAJE NIVELADO			
TIPO DE MALLA	# ELEMENTOS	# NODOS	σ normal (Pa)
Por Defecto	11445	20051	4,7749E6
Media	31802	50018	4,9575E6
Fina	59226	93965	4,9580E6
ATERRIZAJE DE EMERGENCIA			
Por Defecto	11445	20051	6,5689E6
Media	31802	50018	6,6547E6
Fina	59226	93965	6,6553E6

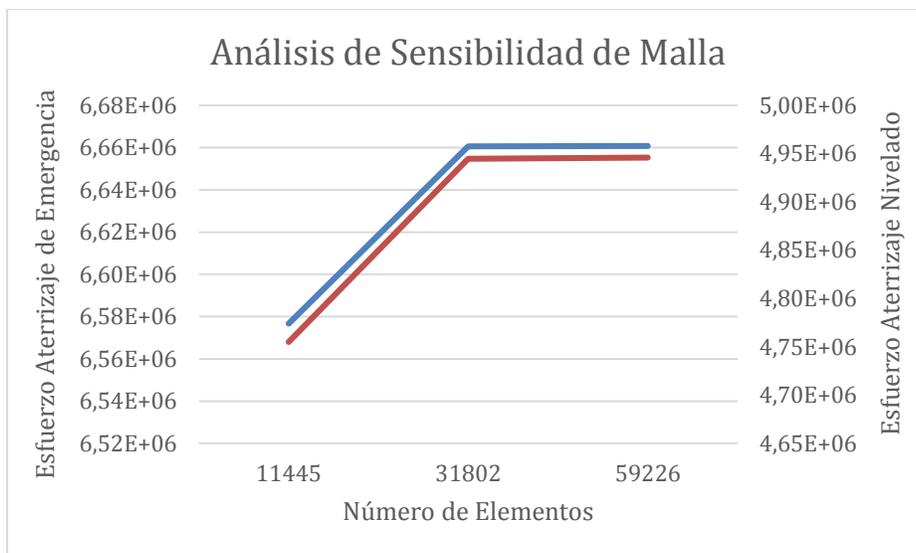


Figura 68 Resultados Análisis de Sensibilidad de Malla

Los anteriores resultados evidencian que el esfuerzo encontrado en los tres tipos de enmallados y para las dos condiciones de aterrizaje, tiende a estabilizarse a medida que el número de elementos aumenta. Sin embargo, este aumento no varía de manera considerable ni abrupta, teniendo en cuenta lo anterior y para facilidades de la simulación se escogió el enmallado tipo Fino, de tal manera que los resultados obtenidos sean los esperados.

7.3.3. Análisis Estructural de la Horquilla en Conjunto

Para simular un comportamiento real en la horquilla se decidió realizar el análisis en conjunto con el Tubo de amortiguador de choque y su tornillo sujetador, los cuales permiten conectar la horquilla con el ensamble superior del tren. Así mismo se incluyó el Tubo eje que se conecta con el rin de la llanta delantera como se observa en la siguiente figura.

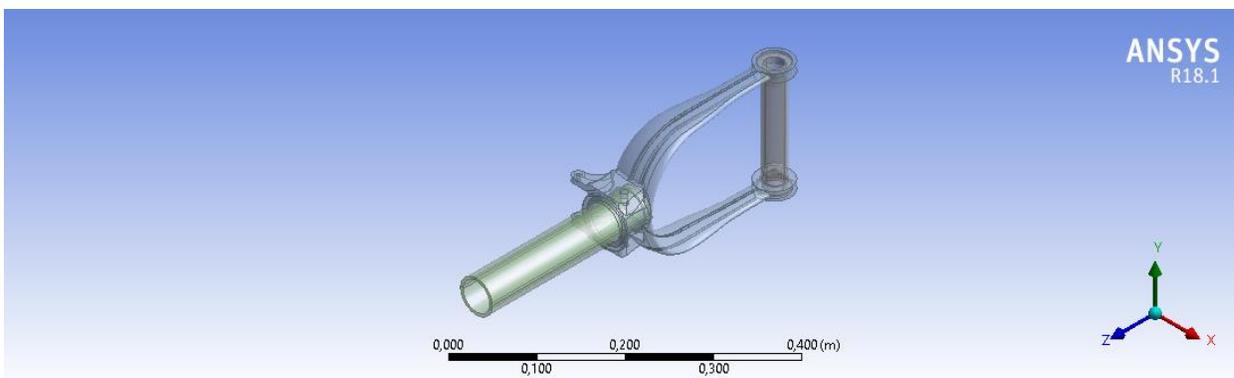


Figura 69 Conjunto Horquilla

Los elementos mencionados anteriormente poseen las siguientes características:

- **Tubo de Amortiguador de Choque:** Manufacturado en acero sólido 4130 que presenta una alta calidad y se encuentra térmicamente tratado hasta 300Bhn (262-321). Posee un balance óptimo entre dureza y durabilidad. Tiene alta resistencia al deslizamiento a altas temperaturas y no presenta fragilidad al revenido.
- **Tornillo Sujetador:** Manufacturado en Cromo-Molibdeno (Acero 4140).

Tabla 17 Extracto de las Propiedades Mecánicas del Acero 4140 (Aceros fortuna, 2014)

ACERO 4140	
PROPIEDAD	VALOR
Densidad	7,85 g/cm ³
Conductividad Térmica	42,6 W/mK
Relación de Poisson	0,30
Resistencia a la tracción (Yield)	655 MPa
Módulo de Elasticidad	200 Gpa

- **Tubo Eje:** Manufacturado en Aleación de Titanio. (Ti-3Al-2.5V ó Ti-5Al-2.5V)

En la sección **Engineering Data** de Ansys Workbench se ingresan las propiedades de los materiales para cada elemento a analizar mencionadas anteriormente. Se utilizó el apartado **Static Estructural** con el fin de realizar la simulación y conocer el comportamiento del conjunto sometido a las cargas previamente calculadas en instantes de tiempo determinados por el modelo matemático aplicado.

Debido a que horquilla se encuentra en roce con el Tubo del amortiguador, el tornillo sujetador y el tubo eje, es necesario establecer el tipo de contacto entre las paredes de cada elemento ya sea por deslizamiento, fijo o por fricción. Inicialmente ubicándose en la parte superior de la horquilla se tiene el primer contacto entre el orificio de inserción del tubo y las caras del mismo, siendo de comportamiento pivotante como se observa en la figura 70:

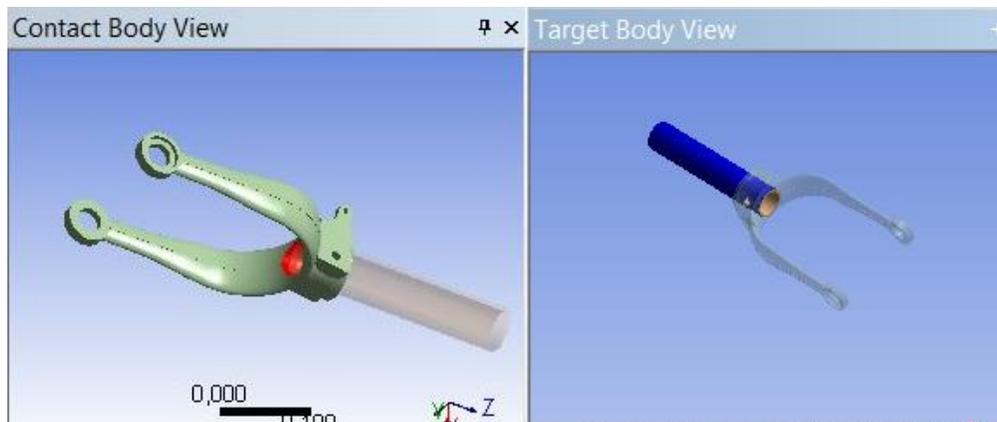


Figura 70 Contacto Horquilla y Tubo

El segundo contacto existe entre el tubo del amortiguador con su tornillo sujetador el cual tiene como función restringir movimiento alguno siendo de comportamiento fijo como se observa en la figura 71:

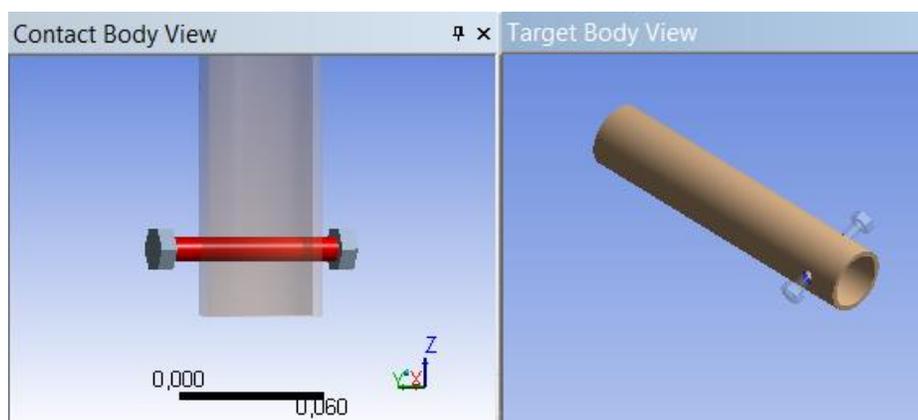


Figura 71 Contacto Tubo y Tornillo

El último contacto se genera en la parte inferior de la horquilla entre el tubo eje y las caras de cada uno los orificios de inserción, el contacto es pivotante debido a la distribución de la fuerza

que se genera al momento del impacto (Figura 72). Por último, se realiza el enmallado utilizando malla de tipo Fino mencionada en la sección anterior para las condiciones de aterrizaje nivelado y de emergencia como se observa en la figura 73.

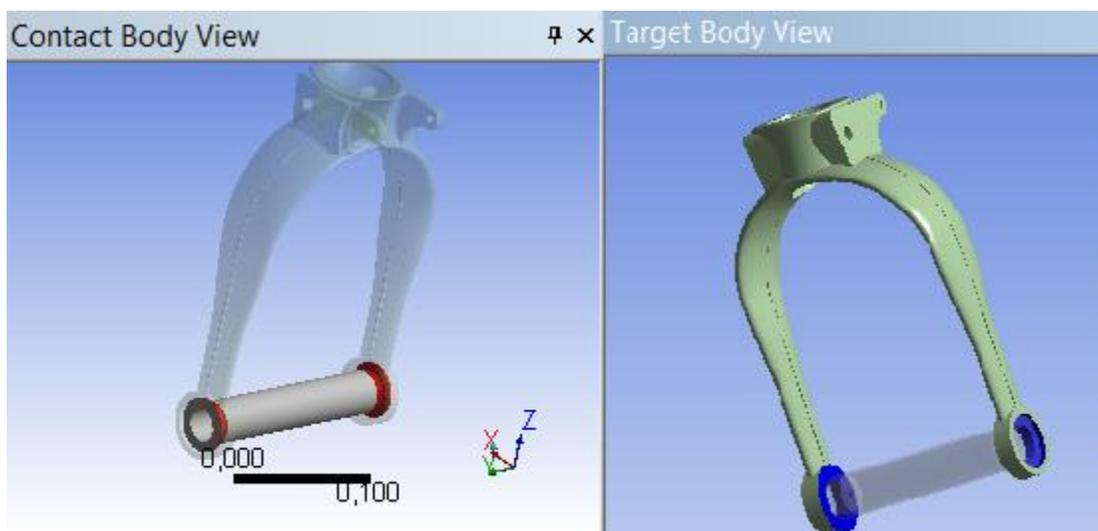


Figura 72 Contacto Horquilla y Tubo eje

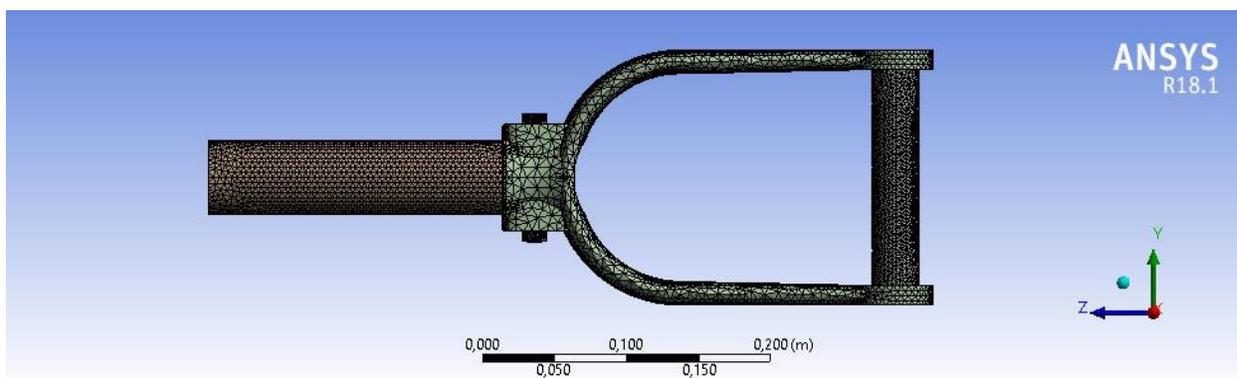


Figura 73 Enmallado horquilla y Conjunto

La malla generada para todo el conjunto cuenta con 171787 Nodos y 100155 Elementos y es de tipo tetraédrica.

En el apartado **Static Structural** se proceden a definir las restricciones para el elemento, al igual que en el análisis de sensibilidad de malla las restricciones se aplican en las caras del orificio superior que conecta la horquilla con el tubo del amortiguador como se observa en la figura 74:

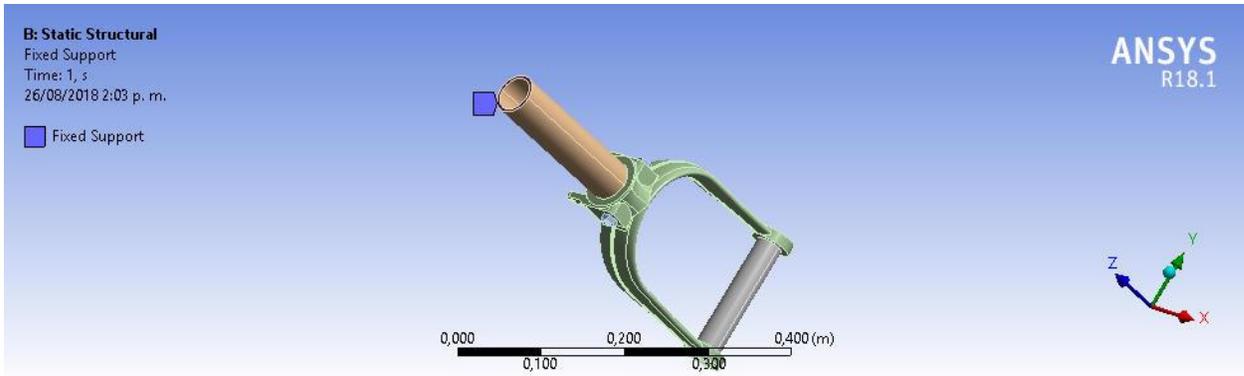


Figura 74 Restricciones Horquilla en conjunto

A partir de los resultados obtenidos del modelo matemático aplicado para aterrizaje nivelado y de emergencia (Figura 60 y figura 61), se define la carga de impacto variable que debe ser aplicada en instantes de tiempo específicos los cuales representan el periodo en el cual la aeronave se estabiliza, la carga se aplicó en la parte inferior de la horquilla en donde se une esta sección con el tubo eje como se observa en la figura 75. La carga variable se define a partir de las gráficas obtenidas por el modelo aplicado, de manera que en el segundo cero se aplicó la carga máxima calculada en la ecuación 35 y 36. A partir del segundo 5 al segundo 10 se tomó la carga que se obtuvo de la gráfica del modelo para cada condición durante esos instantes de tiempo como se observa en las tablas 13 y 14 para cada condición de aterrizaje.

Se utilizó la herramienta **Tabular Data** de Ansys Workbench para ingresar la carga variable en las siguientes condiciones de aterrizaje:

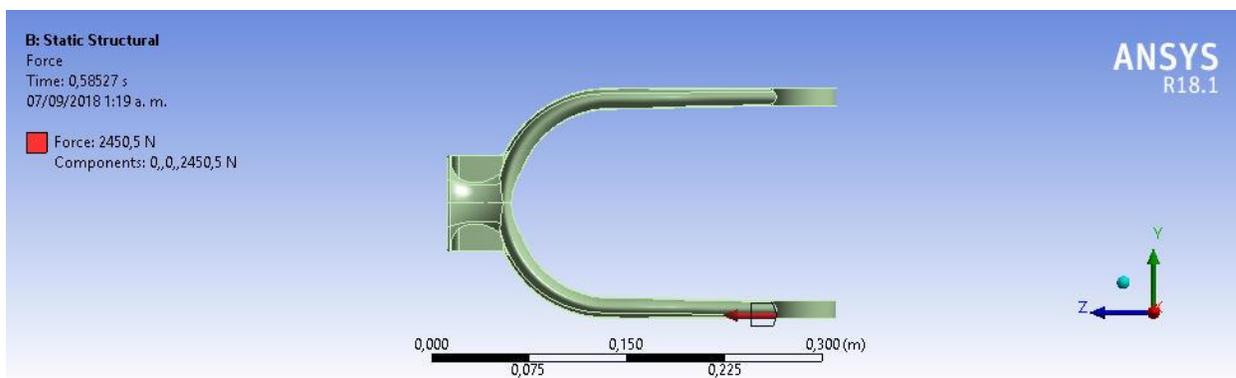


Figura 75 Carga aplicada al conjunto

- **ATERRIZAJE NIVELADO** (Carga Inicial Aplicada: 1215,594 Lb – 5407,231 N), tomando como referencia la gráfica de estabilización obtenida del modelo matemático de la figura 60 y teniendo en cuenta la tabla 13 se tomó el valor de la fuerza respectivo desde el segundo 0 hasta el segundo 15 como se observa en la siguiente figura:

Tabular Data						
	Steps	Time [s]	X [N]	Y [N]	Z [N]	
1	1	0,	0,	0,	5407,2	
2	1	1,	0,	0,	600,	
3	N/A	5,	0,	0,	1390,	
4	N/A	10,	0,	0,	1240,	
5	N/A	15,	0,	0,	1220,	

Figura 76 Fuerza Variable Aterrizaje Nivelado

- **ATERRIZAJE DE EMERGENCIA** (Carga Inicial Aplicada: 1742,972 Lb – 7753,125 N) tomando como referencia la gráfica de estabilización obtenida del modelo matemático de la figura 61 y teniendo en cuenta la tabla 14 se tomó el valor de la fuerza respectivo desde el segundo 0 hasta el segundo 15 como se observa en la siguiente figura:

Tabular Data						
	Steps	Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> X [N]	<input checked="" type="checkbox"/> Y [N]	<input checked="" type="checkbox"/> Z [N]	
1	1	0,	0,	0,	7753,1	
2	1	1,	0,	0,	1500,	
3	N/A	5,	0,	0,	2300,	
4	N/A	10,	0,	0,	2250,	
5	N/A	15,	0,	0,	2330,	

Figura 77 Fuerza Variable Aterrizaje de Emergencia

Definidas todas las herramientas necesarias se procede a realizar la simulación con el fin de observar el comportamiento de la horquilla en conjunto bajo parámetros como, deformación total, factor de seguridad y esfuerzos principales. Finalmente, los resultados obtenidos para cada condición de aterrizaje son los siguientes:

7.3.3.1. Deformación total del Conjunto

Para el momento de analizar la deformación total que está sufriendo la estructura se debe tener en cuenta que la horquilla se encuentra sometida en la parte superior a tensión y en la parte inferior a compresión. Para cada condición de aterrizaje cuando el tiempo es igual a cero se obtuvieron los siguientes resultados:

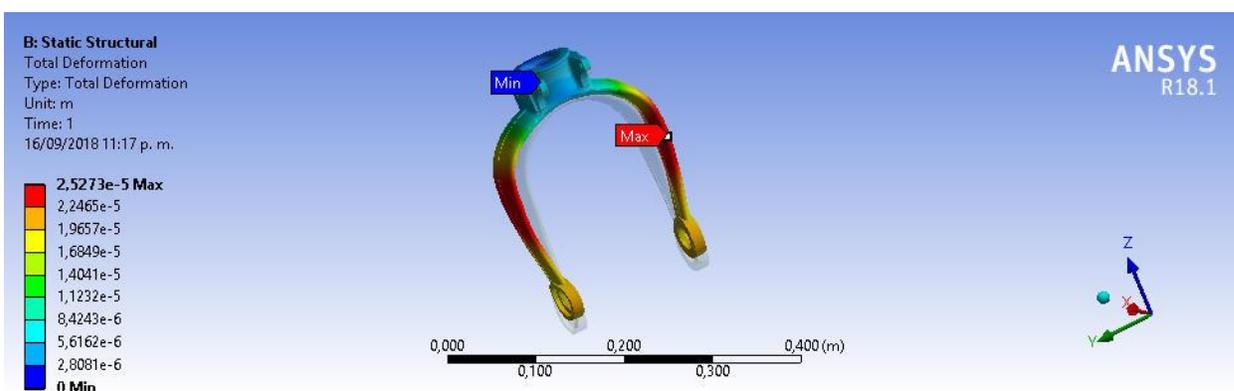


Figura 78 Deformación Total aterrizaje Nivelado

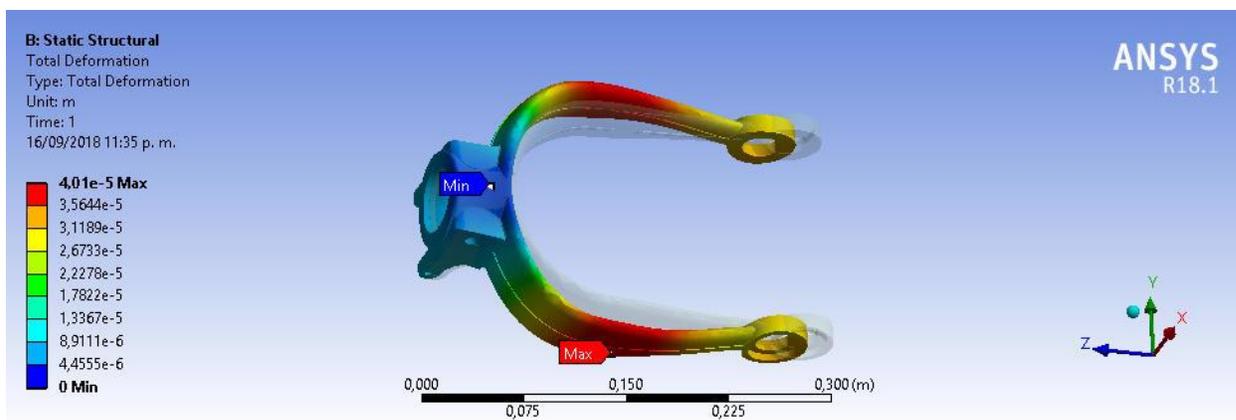


Figura 79 Deformación Total Aterrizaje de Emergencia

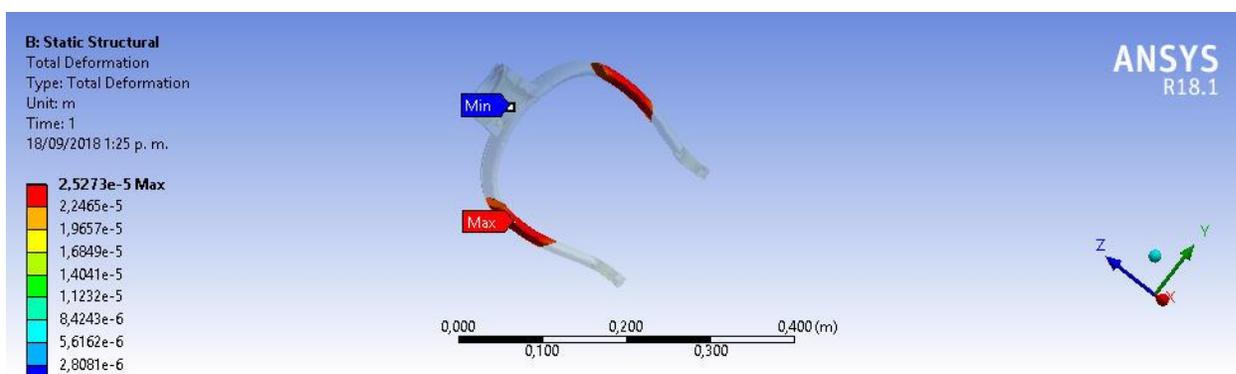


Figura 80 Zona de mayor deformación

Para un instante de tiempo $t=0$ seg y asumiendo que la deformación es proporcional a la fuerza aplicada se observa que la mayor deformación se presenta en el área central de la horquilla, sin entrar en contacto o restringir algún otro elemento. Para el aterrizaje nivelado el valor máximo de la deformación es $2,5273 \text{ E-}5 \text{ m}$ siendo un valor menor con respecto al aterrizaje de emergencia $4,01\text{E-}5 \text{ m}$, lo anterior evidencia que a mayor carga mayor deformación sobre el elemento. Finalmente se observa que el elemento sufre una deformación mínima de $2,8081\text{E-}6$ y $4,455\text{E-}6$ para cada aterrizaje respectivamente, ante la carga de impacto aplicada. Se observa que la pieza mantiene su geometría y la deformación mínima se da en una zona que no llega a afectar el sistema de amortiguación (figura 80) y soporte del tren de nariz funcionando de manera eficiente.

7.3.3.1. Esfuerzos Principales del Conjunto

Se obtuvieron resultados para Esfuerzo normal, Esfuerzo Equivalente (Von Mises) y Esfuerzo Cortante para cada condición de aterrizaje como se observa en las siguientes figuras:

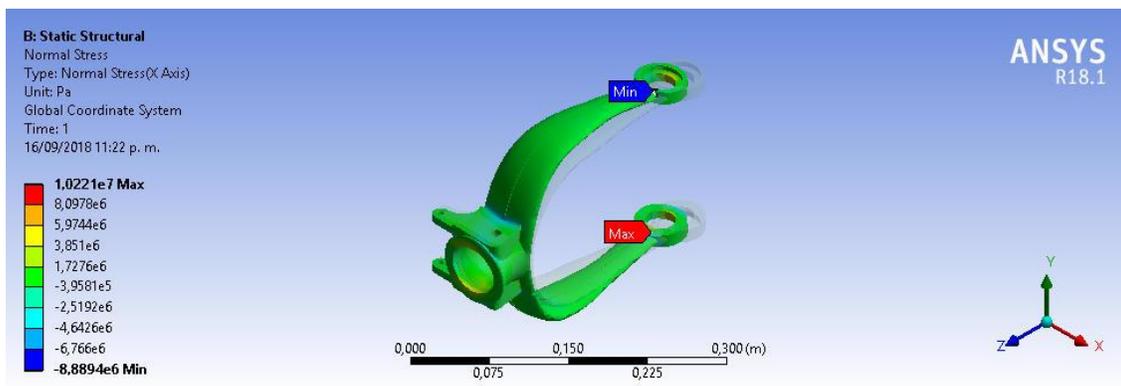


Figura 81 Esfuerzo Normal Aterrizaje Nivelado

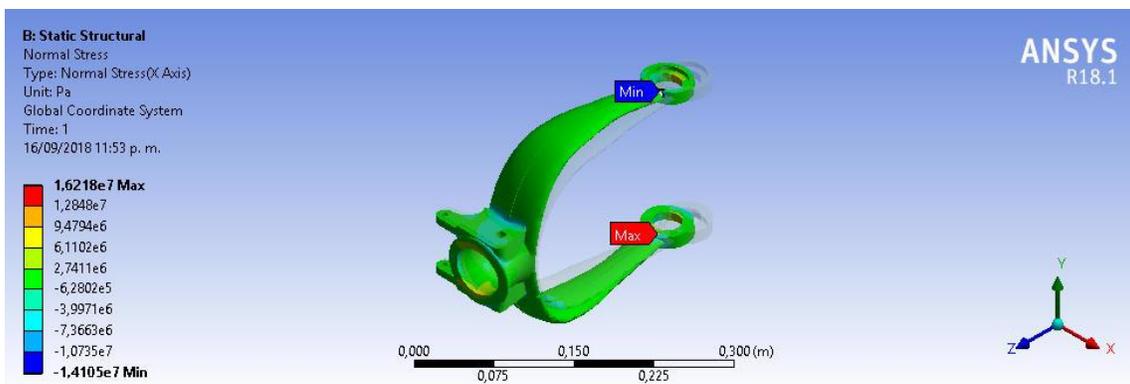


Figura 82 Esfuerzo Normal Aterrizaje de Emergencia

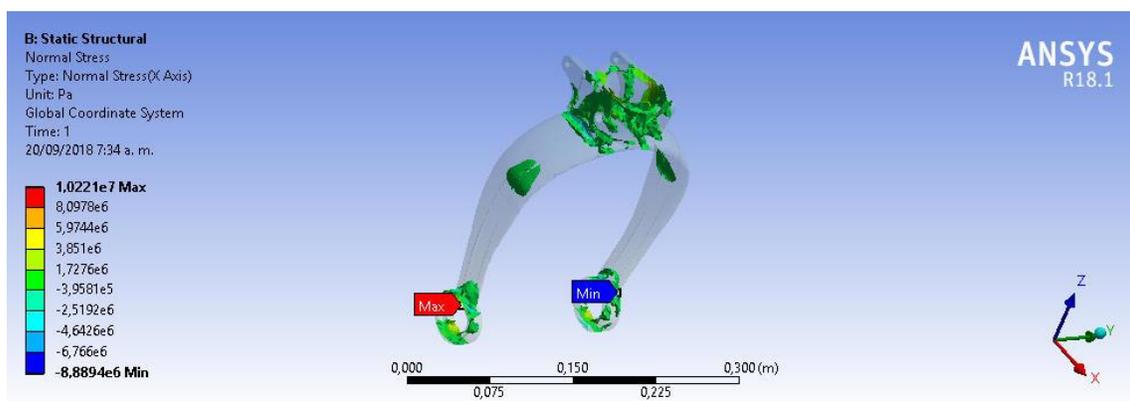


Figura 83 Zona de mayor esfuerzo Normal

Teniendo en cuenta que el esfuerzo normal representa la carga aplicada por unidad de área se puede observar que a lo largo del conjunto analizado el esfuerzo es constante. Sin embargo, se presenta un esfuerzo máximo de $1,0221\text{E-}7$ Pa y $1,621\text{E-}7$ Pa en aterrizaje nivelado y de emergencia en la zona de unión con el Tubo eje siendo el esfuerzo mayor, el obtenido para la condición de aterrizaje de emergencia. Se puede observar que el diseño de la horquilla permite que la carga se distribuya de manera uniforme evitando la concentración de esfuerzos en un punto específico con lo cual se puede concluir que su diseño contribuye a una buena operación del sistema del tren de nariz.

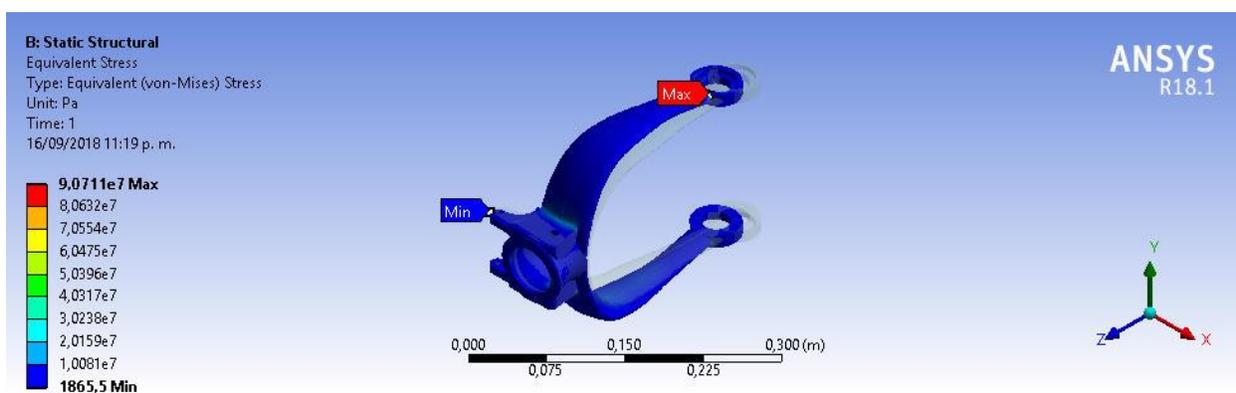


Figura 84 Esfuerzo Equivalente Aterrizaje Nivelado

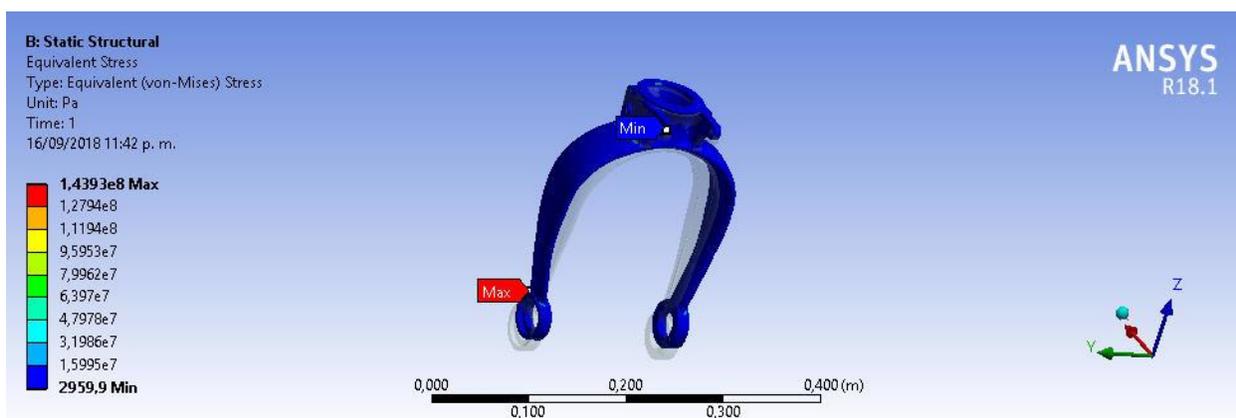


Figura 85 Esfuerzo Equivalente Aterrizaje de Emergencia

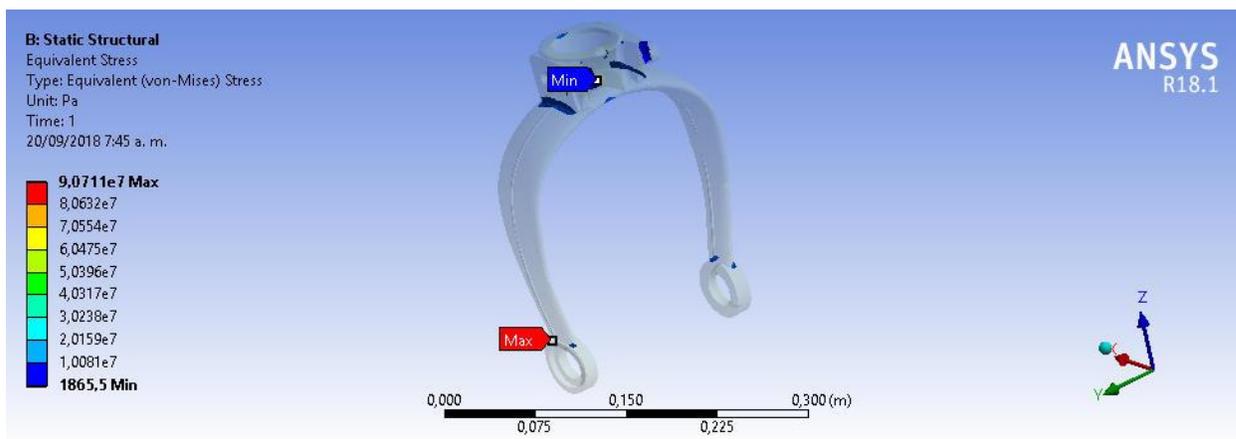


Figura 86 Zona de mayor esfuerzo equivalente

El esfuerzo equivalente representa la combinación de esfuerzos principales en un instante de tiempo dado para determinar en qué puntos ocurre el esfuerzo máximo y se generan fallas. Para las dos condiciones analizadas previamente se observa que el esfuerzo se comporta de manera similar, las regiones en donde se genera un mayor esfuerzo equivalente se encuentran ubicadas en la parte superior de la horquilla hasta la unión con el Tubo eje siendo de $9,0711E7$ Pa y $1,439E8$ Pa para aterrizaje nivelado y de emergencia respectivamente.

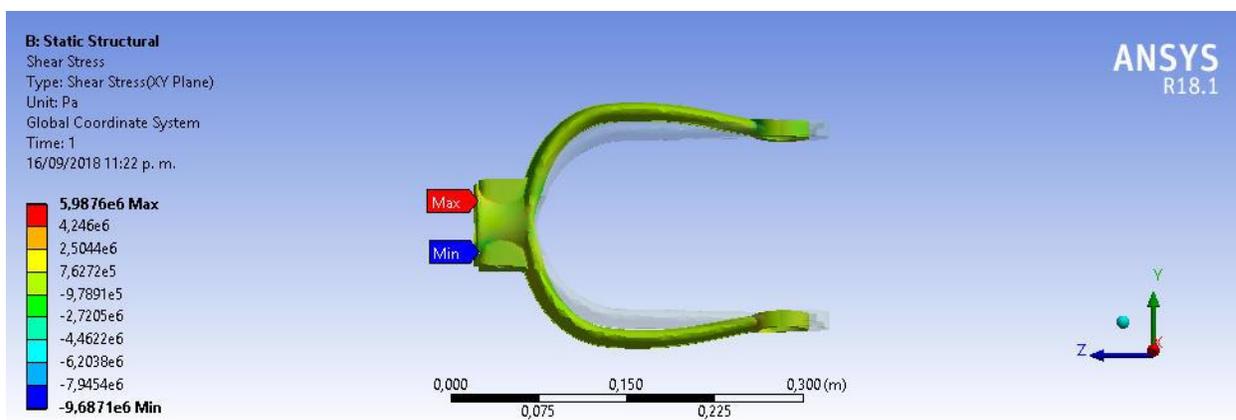


Figura 87 Esfuerzo Cortante Aterrizaje Nivelado

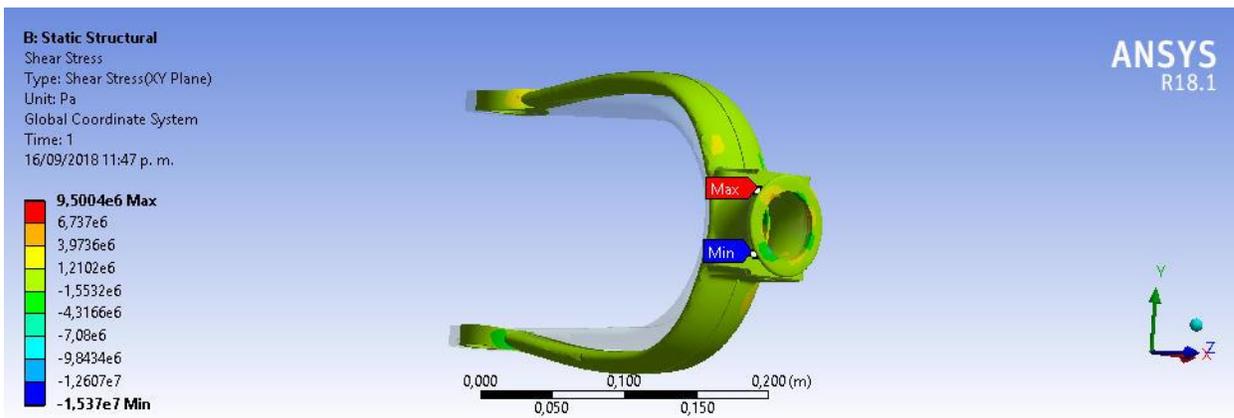


Figura 88 Esfuerzo Cortante Aterrizaje de Emergencia

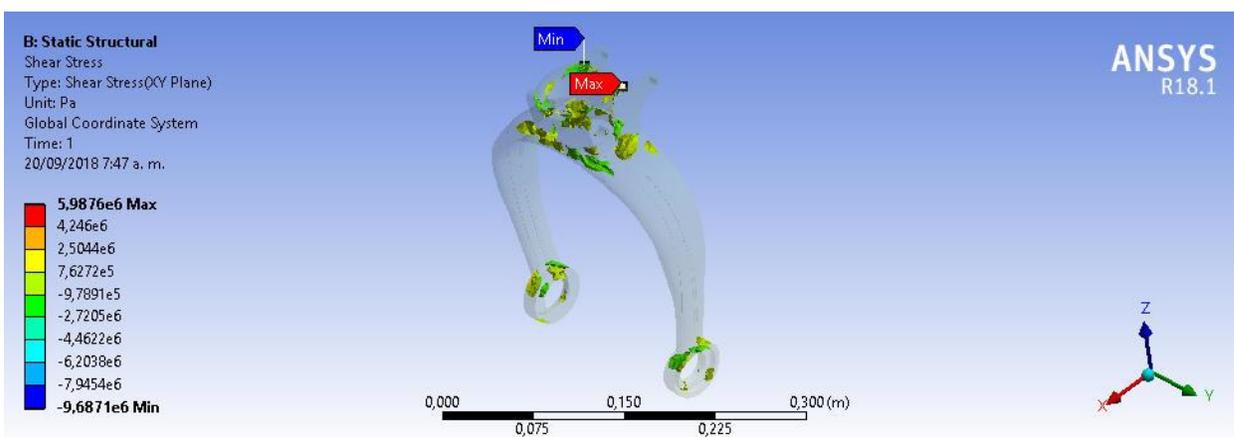


Figura 89 Zona de mayor esfuerzo cortante

Con los resultados obtenidos para el esfuerzo cortante se observa que debido a la compresión que se genera después del impacto, el área que se encuentra mayormente afectada es la sección superior de la horquilla hasta la unión con el Tubo eje. En ambas condiciones se puede observar que se comportan de manera similar con un esfuerzo máximo de $5,9876E6$ Pa y $9,5004E6$ Pa para aterrizaje nivelado y de emergencia respectivamente. Sin embargo, debido a que la carga aplicada en la condición de aterrizaje de emergencia es mayor con respecto al nivelado el esfuerzo cortante también lo es, sin embargo la configuración de la horquilla en cuanto a sus soportes y uniones

permite que se mantenga fija evitando desviaciones que contribuyen a generar este tipo de esfuerzos.

7.3.3.1. Factor de Seguridad

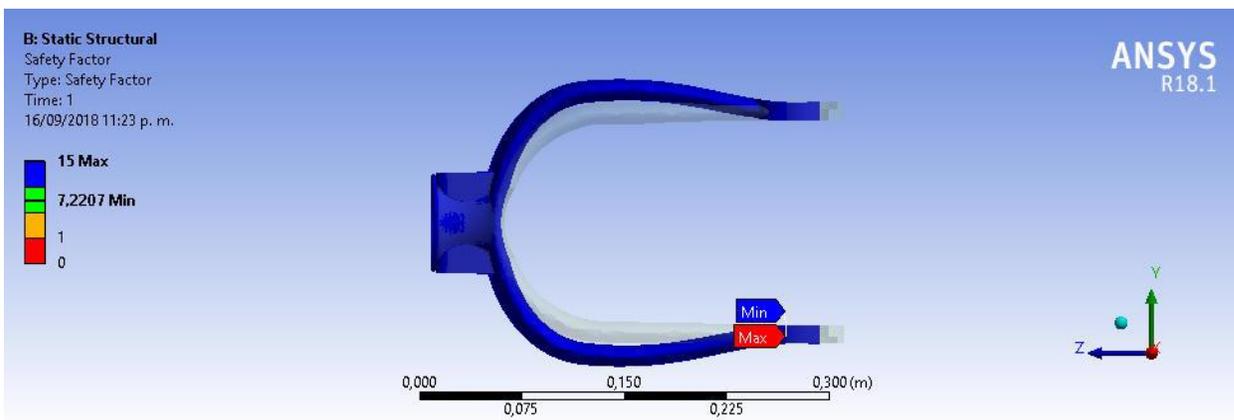


Figura 90 Factor de Seguridad Aterrizaje Nivelado

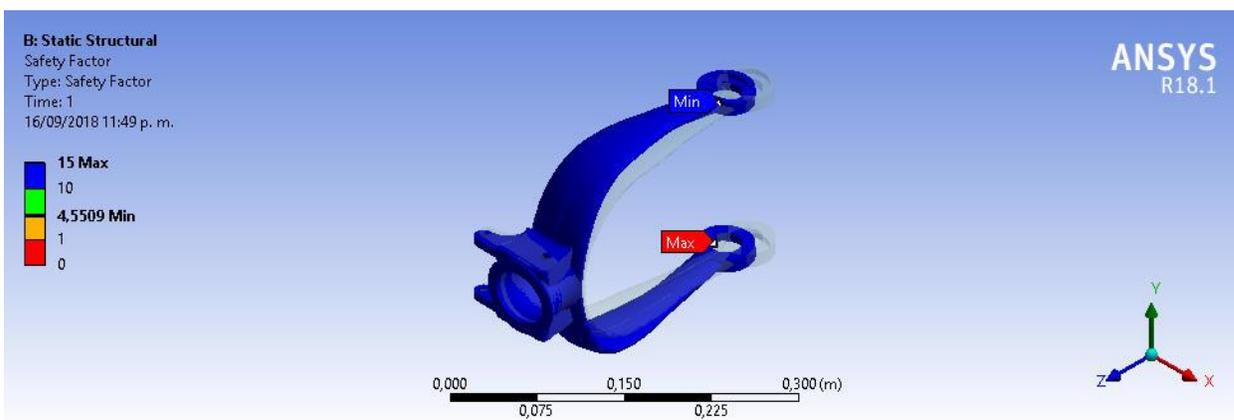


Figura 91 Factor de Seguridad Aterrizaje de Emergencia

En la figura 92 se observa que el factor de seguridad máximo es uniforme a lo largo de todo el elemento, el factor mínimo para ambos aterrizajes se encuentra entre 4,55 y 7,22 y representan un elemento totalmente seguro. No se observan cambios significativos de contorno a través de la horquilla debido a la uniformidad en toda la pieza.

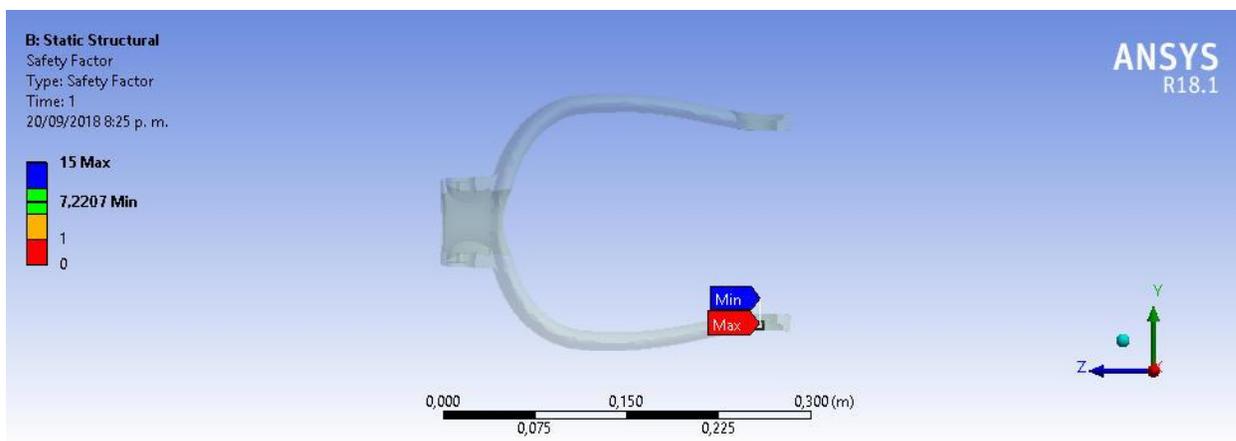


Figura 92 Factor de seguridad uniforme para cada condición de aterrizaje

Para el aterrizaje nivelado se puede observar que el conjunto posee gran margen de seguridad de 15 al someterse a la carga encontrada con respecto al aterrizaje de emergencia, sin embargo, este último a pesar de tener un margen menor se encuentra dentro de los límites de seguridad con un valor de máximo 15. Al obtener un margen de seguridad por encima de los límites se puede concluir que la horquilla es bastante segura debido a que se analizó frente a cargas reales, en donde se observa que su geometría y configuración funcionan eficientemente de manera individual y en conjunto. En su desempeño real se evidencia que aporta un óptimo rendimiento a la operación del tren de nariz en la aeronave ya sea en condiciones normales o de emergencia como se demostró en el desarrollo del proyecto, siendo una pieza confiable que aporta a la seguridad operacional.

8. Conclusiones

- El análisis por elementos independientes a partir de dinámica de sistemas permitió plantear un modelo de la horquilla acertado dando como resultado un tipo de respuesta subamortiguado, en el cual se tuvieron en cuenta variables como la masa de cada elemento y la constante de amortiguación tanto de la llanta como de la horquilla.
- El tiempo de estabilización del modelo en Working model es de 3,4 s para un aterrizaje nivelado y de 3,6 para un aterrizaje de emergencia, lo que comparado con el tiempo de estabilización establecido con anterioridad en los cálculos realizados tiene un porcentaje de error de 2% y 8% respectivamente, es recomendable que para la obtención de resultados más exactos en Matlab simulink se considere la altura de caída establecida por FAR 23.
- La ecuación diferencial del esquema como un sistema masa resorte no consideró el efecto de amortiguación lo cual aumenta el tiempo de estabilización de la respuesta, dando como resultado un tiempo de n final de 16s para un aterrizaje nivelado y de 20s para un aterrizaje de emergencia.
- Mediante la determinación de los pesos, fuerzas y ubicaciones de los centros de gravedad, se pudo encontrar que la fuerza del tren de nariz para la condición de aterrizaje nivelado y de emergencia es 5573,639 N y 7978,374 N respectivamente, esta fuerza se genera en el instante en el cual la aeronave entra en contacto con el suelo con un tiempo de estabilización teórico de 3,33 seg.
- La cantidad de elementos seleccionados para realizar el análisis de la horquilla fueron 59226 Elementos y 93965 nodos y son independientes de la malla.

- Con los resultados obtenidos y bajo las cargas de impacto aplicadas para la condición de aterrizaje nivelado y de emergencia (5407,231 N y 7756,125 N respectivamente) se observa que el material que constituye la horquilla (Acero 4130) es un material que posee óptimas condiciones, se observa que la deformación máxima es de $2,5273E-5$ m y $4,01E-5$ m para cada condición.
- Se observó de manera general que la carga de impacto determinada para el aterrizaje de emergencia (7756,125 N) es mayor con respecto a la condición de aterrizaje nivelado (5407,231 N) por lo tanto los valores de deformación y esfuerzos son mayores. El esfuerzo normal, equivalente y cortante son $1,02E7$, $9,07E7$ y $5,99E6$ Pa y $1,62E7$, $1,44E8$ y $9,50E6$ Pa para las condiciones de aterrizaje nivelado y de emergencia respectivamente.
- Se observó que el factor de seguridad para las condiciones de aterrizaje nivelado y de emergencia a lo largo de la geometría de la horquilla es constante con un valor máximo de 15. Sin embargo existe una zona crítica en la parte inferior de la horquilla en la zona en donde se conecta con el tubo eje de la pieza el cual posee un valor mínimo de 7,2207 y 4,55 respectivamente.

9. Bibliografía

- Aceros fortuna. (2014). *ACEROS GRADO MAQUINARIA / Manuales*. Retrieved from <http://www.acerosfortuna.com.mx/manualMTP/aceros-grado-maquinaria/>
- Addlink. (2018). Software : Working Model 2D. Retrieved August 7, 2018, from <https://www.addlink.es/productos/working-model-2d>
- Aire. (2016). Cessna. Retrieved September 20, 2018, from <http://www.escueladevueloaire.com/equipo.html>
- Anderson, J. D. (1999). *aircraft performance and design*. Retrieved from <https://soaneemrana.org/onewebmedia/AIRCRAFT PERFORMANCE AND DESIGN1.pdf>
- Ansys. (2018). About ANSYS. Retrieved September 7, 2018, from <https://www.ansys.com/about-ansys>
- ANSYS. (2017). FEA Simulation Software | ANSYS Structural Analysis. Retrieved August 7, 2018, from <https://www.ansys.com/products/structures>
- Castaño, F. (2017). Materiales Utilizados en la Industria Aeronáutica - Fernando Castaño Membrives. *Materiales Utilizados En La Industria Aeronautica*, 35. Retrieved from <https://es.scribd.com/doc/140981268/Materiales-Utilizados-en-la-Industria-Aeronautica-Fernando-Castano-Membrives>
- Cessna. (1998). *Skyhawk Information Manual 172SIM*. Retrieved from <http://www.gaceflyingclub.com/Member Download/172S Skyhawk Information Manual Searchable.pdf>
- Chartier, B., & Tennant, S. (2007). *LANDING GEAR SHOCK ABSORBER*. Retrieved from <http://www.123seminaronly.com/Seminar-Reports/2013-02/94681148-Landing-Gear-Shock-Absorber.pdf>

- Currey, N. S. (1988). *Aircraft Landing Gear Design: Principles and Practices*. Washington DC: American Institute of Aeronautics and Astronautics. <https://doi.org/10.2514/4.861468>
- Dowling, S. (2017a). El Cessna 172 Skyhawk, un avión tan seguro que se sigue fabricando casi idéntico 60 años después - BBC News Mundo. Retrieved August 19, 2018, from <https://www.bbc.com/mundo/noticias-39207463>
- Dowling, S. (2017b). Los secretos del Cessna 172 Skyhawk, el avión que lleva 60 años en el aire - LA NACION. Retrieved from <https://www.lanacion.com.ar/1992863-el-cessna-172-skyhawk-un-avion-tan-seguro-que-se-sigue-fabricando-como-hace-60-anos>
- FAA. (2018). *DEPARTMENT OF TRANSPORTATION*. E.E.U.U. Retrieved from [http://rgl.faa.gov/Regulatory_and_Guidance_Library/rgMakeModel.nsf/0/a444abc8f3357f6c86257ea4004e8ae6/\\$FILE/3A12_Rev_84.pdf](http://rgl.faa.gov/Regulatory_and_Guidance_Library/rgMakeModel.nsf/0/a444abc8f3357f6c86257ea4004e8ae6/$FILE/3A12_Rev_84.pdf)
- Federal Aviation Administration. (2009). TC DATA SHEET NO. 3A12.
- Federal Aviation Administration. (2018). TYPE CERTIFICATE DATA SHEET NO. 3A12. Retrieved August 7, 2018, from https://www.faa.gov/regulations_policies/advisory_circulars/index.cfm/go/document.list/parenttopicid/0/display/cancelled/changenummer/0/currentpage/10/sortresults/1/sortcolumn/officenummer/sortorder/asc
- Fernandes, L. (2012). *Failure analysis of a nose landing gear fork*. Retrieved from https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/1126295043834745/resumo_70943.pdf
- Gonzales, O., & Martinez, G. (2014). *DISEÑO Y ANÁLISIS DE UN TREN DE ATERRIZAJE TRICICLO PARA AVIÓN NO TRIPULADO UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS*. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/270579102_Disenio_y_analisis_de_un_tren_de_at

errizaje_triciclo_para_avion_no_tripulado_utilizando_elementos_finitos

Goyer, R. (2012). Cessna 172: Still Relevant | Flying Magazine. Retrieved from

<https://www.flyingmag.com/aircraft/pistons/cessna-172-still-relevant#page-2>

Hernández, R. (2007). *ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UN TREN DE ATERRIZAJE FIJO DE*

UN AVIÓN ULTRALIGERO. Retrieved from

https://tesis.ipn.mx/jspui/bitstream/123456789/10260/1/1421_2007.pdf

Moreno, J. A., Torres, D., & Sierra, C. (2017). *DISEÑO DE UN SISTEMA DE*

AMORTIGUACIÓN TRIANGULADO Y ELECTROMECAÁNICO, CON SELECTOR

MANUAL PARA AERONAVES CATEGORIAS FAR 23. Retrieved from

<http://biblioteca.usbbog.edu.co:8080/Biblioteca/BDigital/162142.pdf>

Moreno, J., Torres, M., & Sierra, C. (2017). *DISEÑO DE UN SISTEMA DE AMORTIGUACIÓN*

TRIANGULADO Y ELECTROMECAÁNICO, CON SELECTOR MANUAL PARA

AERONAVES CATEGORIAS FAR 23 JAVIER.

Network, A. safety. (2014). Accident Cessna 172S Skyhawk N510ND, 05 Apr 2014. Retrieved

August 19, 2018, from <https://aviation-safety.net/wikibase/wiki.php?id=165480>

Niezgoda, T., Malachowski, J., & Kowalski, M. (2002). Numerical simulation of landing gear

dynamics. *Mecánica Computacional*, 0(1), 2579–2586. Retrieved from

<https://cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/view/1107/1059>

Niezgoda, T., Malachowski, J., & Kowalski, W. (2010). *Numerical simulation of landing gear*

dynamics. Retrieved from <http://digitalcommons.unf.edu/etd/215>

Ogata, K. (1987). *DINÁMICA DE SISTEMAS*. Retrieved from

http://www.matcuer.unam.mx/~victor/Sistemas/dinamica_de_sistemas.pdf

Oleo-pneumatic damper. (1977). Retrieved from <https://patents.google.com/patent/US4082255>

Peña, N., Mondragón, L., & Castillo, M. (2005). ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE FUSELAJE Y TREN DE ATERRIZAJE DE UNA AERONAVE DEPORTIVA EN PROCESO DE CONSTRUCCIÓN (FI-156 STORCH).

Specification & Description Exhibit "A" MODEL 172S. (2012). Retrieved from www.se.cessna.com

Sullivan, W. (2010, September). A history of the Cherokee. *General Aviation News*, 10.

Retrieved from <https://generalaviationnews.com/2010/09/23/a-history-of-the-chokeee/>

Textron. (1998). *PILOT OPERATING HANDBOOK*. Retrieved from

[http://www.gaceflyingclub.com/Member Download/172S Skyhawk Information Manual Searchable.pdf](http://www.gaceflyingclub.com/Member%20Download/172S%20Skyhawk%20Information%20Manual%20Searchable.pdf)

The Goodyear Tire & Rubber Co. (2001). Aircraft tire data book.

Wanttaja, R. (2013). *Cherokee Accidents and Safety Review A Statistical Analysis*. Retrieved from <http://www.wanttaja.com/pa28.pdf>