

## RAE

1. **TIPO DE DOCUMENTO:** Trabajo de grado para optar por el título de INGENIERO AERONÁUTICO.
2. **TÍTULO:** ANÁLISIS DE ESTABILIDAD ESTÁTICA Y CONTROL DE LA AERONAVE DE PROPULSIÓN HUMANA SUE-SUA.
3. **AUTORES:** Gina Paola Leyton Moreno y Camilo Ariza Barrero.
4. **LUGAR:** Bogotá, D.C.
5. **FECHA:** Abril de 2013.
6. **PALABRAS CLAVE:** Estabilidad estática y control, aerodinámica, XFLR5, CATIA, mecanismos de movimiento, superficies de control, biplano, momentos de bisagra, estabilidad longitudinal, estabilidad direccional, estabilidad lateral, cuernos, servo motores.
7. **DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO:** El objetivo general de este proyecto es el de determinar la estabilidad estática y control de la aeronave a propulsión humana SUE-SUA. Todo esto para establecer si la aeronave con la configuración actual es aeronavegable. Igualmente, se presenta el diseño general de los mecanismos de control y su instalación.
8. **LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN:** Línea de Investigación de la USB: Tecnologías Actuales y Sociedad. Sub línea de la Facultad de Ingeniería: Instrumentación y control de Procesos. Campo Temático del Programa: Diseño y Construcción de Aeronaves.
9. **FUENTES CONSULTADAS:** Nelson Robert C: Flight Stability and Automatic Control. Second Edition; Bandu N. Pamadi: Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes; SPENCER Bernard and SLEEMAN, William C, Jr: Low-Speed Longitudinal Characteristics of an airplane configuration including effects of Canard and wing trailing-edge Flap Controls in combination. NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION WASHINGTON. September 1962; SPEARMAN, M. Leroy, and Driver, Cornelius: Effects of Canard Surface Size on Stability and Control Characteristics of Two Canard Airplane Configurations at Mach Numbers of 1.41 and 2.01. NACA RM L57LI7a, 1958; MUNK, M.M. The aerodynamic Forces on Airship Hulls, NACA TR 184, 1924; MULTHOFF, H. Aerodynamics of Fuselage, NACA TM-1036, 1942; Stability and Control analysis in XFLR5 v6", A. Deperrois, Presentation document, September 2010. [http://xflr5.sourceforge.net/docs/XFLR5\\_and\\_Stability\\_analysis.pdf](http://xflr5.sourceforge.net/docs/XFLR5_and_Stability_analysis.pdf).
10. **CONTENIDOS:** Las competencias Kremer realizadas por la Sociedad Real Aeronáutica (RAeS - Royal Aeronautical Society) de Inglaterra, han promovido a lo largo de su historia la creación de aeronaves altamente eficientes en diferentes configuraciones

que han sido construidas y voladas por un grupo de entusiastas para demostrar que la armoniosa combinación de ingenio y avances tecnológicos permiten desafiar los retos más exigentes de la ingeniería. Para el piloto las exigencias y los factores humanos envueltos son únicos: no solamente debe producir suficiente potencia para despegar y permanecer en el aire durante todo el circuito, sino que además debe tener la capacidad de controlar perfectamente la aeronave, estar pendiente de los instrumentos en la cabina y saber controlar la fatiga. Estas condiciones particulares sumadas a la dificultad inherente en el control de aeronaves que vuelan muy lento no son comunes en la aviación civil y exige un alto grado de habilidad. El grupo de investigación AeroTech trabaja en el proyecto de investigación institucional enfocado al diseño y construcción de la aeronave de propulsión humana Sue Sua para participar en el Kremer International Marathon. Varios trabajos de grado han apoyado esta iniciativa, el primero dirigido al diseño preliminar con especial énfasis en aerodinámica y rendimiento, el segundo enfocado al diseño de la estructura y el presente dirigido al análisis de estabilidad y control. Se espera que los resultados presentados en el presente documento contribuyan de manera significativa al avance del proyecto institucional y al logro del objetivo principal: ganar la competencia.

- 11. METODOLOGÍA:** El enfoque de este proyecto es empírico analítico, debido a que se realizará un análisis de la estabilidad estática y control de la aeronave, al igual que se obtendrán las características aerodinámicas con el software XFRL5 y finalmente se diseñarán los mecanismos de movimiento de las superficies de control.
- 12. CONCLUSIONES:** Por medio del programa de VLM XFLR5, se estimaron características aerodinámicas del diseño preliminar del Sue-Sua como curvas de sustentación, centro aerodinámico (1.7m), coeficientes de momento ( $C_{m_{ac}} = -0.416$ ), coeficiente máximo de sustentación ( $CL_{max} = 1.328$ ), máximo ángulo de ataque ( $\alpha = 8 \text{ grados}$ ) así como la máxima eficiencia aerodinámica  $L/D_{max} = 26.816$  que se da en un ángulo de ataque con una magnitud igual a  $\alpha = 4.5 \text{ grados}$ . Esta información se empleo para realizar el análisis de estabilidad y control. Luego de esto, se realizo el análisis de estabilidad y control de la aeronave a partir de las características y valores obtenidos respecto al programa XFLR5 también de datos obtenidos por el programa Javaprop para la contribución de la hélice. Finalmente con los datos obtenidos, se diseñaron cada uno de los mecanismos de movimiento de las superficies de control, analizando los momentos de bisagra que se generaron en cada una de las superficies y diseñando los tipos de cuernos a utilizar y los servo motores aptos para el correcto funcionamiento de éstas. La aeronave es inestable longitudinalmente debido a que la pendiente de la curva de coeficiente de momento respecto al ángulo de ataque es positiva y porque corta al eje vertical en un valor

negativo debido a la contribución de la hélice y fuselaje que la desestabilizan en este eje. A partir del análisis de resultados plantearon posibles soluciones una de ellas aumentar la longitud de la superficie del canard o cambiar el centro de gravedad logrando así estabilizar a aeronave longitudinalmente. Para lograr que la aeronave vuele sin deflexión alguna respecto al elevador el centro de gravedad tendrá que estar ubicado a una distancia máxima del 25% de la cuerda media aerodinámica. Direccionalmente la aeronave es estable ya que la contribución del estabilizador vertical y los paneles verticales, generan una pendiente positiva respecto al ángulo de sideslip. Lateralmente la aeronave es estable sin embargo el estabilizador vertical desestabiliza la aeronave en este eje. De acuerdo al control lateral de la aeronave la deflexión de los alerones tiene que tener una magnitud menor a cero ( $\delta\alpha < 0$ ) para que la aeronave sea estable en este eje. Para el diseño de los mecanismos de control de la aeronave, fue importante calcular los momentos generados sobre el elevador, alerones y timón de dirección, los cuales son 1.371 Nm, 1.047 Nm y 4.073 Nm, respectivamente. Estos se calcularon para la condición más crítica que corresponde a la máxima deflexión y al momento producido por el peso de la superficie. Igualmente se diseñaron cuernos *T-style*, en los cuales la distancia entre el punto de bisagra y el acople con la varilla de control en el elevador, los alerones y en el timón de dirección son de 82 mm, 23 mm y 80 mm, respectivamente. Al diseñar los cuernos, se aseguró que la distancia de recorrido de los servos motores, fuera la misma distancia de recorrido de las superficies de control, teniendo en cuenta las deflexiones máximas de cada una de éstas. En los elevadores, alerones y timón de dirección se obtuvo una distancia de recorrido del cuerno de 0.01414 m, con una deflexión de 10°, 39° y 10.2°, respectivamente. El torque indispensable para el debido funcionamiento de cada servo motor depende de la fuerza proporcionada por la deflexión de las superficies de control. Los momentos generados por los elevadores, los alerones y el timón de cola son de 0.243 Nm, 0.847 Nm y 0.732, respectivamente. Los servos a utilizar manejan torques de 0.49 Nm y 0.92 Nm. Las fuerzas necesarias para mover las superficies se hallaron según el momento total generado por la sumatoria del momento de bisagra y el producido por el peso de las mismas, la longitud del cuerno y el ángulo de deflexión de éstas. Los servos pueden ser movidos por el piloto a través de un micro controlador con palancas tipo Joystick y alimentados por una batería LiPo. Finalmente conociendo el voltaje (7.8 V) y la corriente otorgadas por la batería, es necesario utilizar un micro controlador para regular el voltaje de salida y así alimentar los sistemas correctamente.

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD ESTÁTICA Y CONTROL DE LA AERONAVE DE PROPULSIÓN  
HUMANA SUE-SUA**

**GINA PAOLA LEYTON MORENO  
CAMILO ARIZA BARRERO**

**UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
INGENIERÍA AERONÁUTICA  
BOGOTÁ D.C.  
2013**

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD ESTÁTICA Y CONTROL DE LA AERONAVE DE PROPULSIÓN  
HUMANA SUE-SUA**

**GINA PAOLA LEYTON MORENO  
CAMILO ARIZA BARRERO**

**TESIS**

**Director:**

**JAIME ALBERTO ESCOBAR, MEng**

**UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
INGENIERÍA AERONÁUTICA  
BOGOTÁ D.C.**

**2013**

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD ESTÁTICA Y CONTROL DE LA AERONAVE DE  
PROPULSIÓN HUMANA SUE-SUA**

**GINA PAOLA LEYTON MORENO  
CAMILO ARIZA BARRERO**

**UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
INGENIERÍA AERONÁUTICA  
BOGOTÁ D.C.  
2013**

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD ESTÁTICA Y CONTROL DE LA AERONAVE DE  
PROPULSIÓN HUMANA SUE-SUA**

**GINA PAOLA LEYTON MORENO  
CAMILO ARIZA BARRERO**

**TRABAJO DE GRADO**

**Director:  
JAIME ALBERTO ESCOBAR, MSC**

**UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
INGENIERÍA AERONÁUTICA  
BOGOTÁ D.C.**

**2013**

Nota de aceptación:

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Bogotá D.C. Marzo de 2013

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradecemos a nuestro asesor de tesis Jaime Alberto Escobar, por brindarnos un gran apoyo durante el desarrollo de la tesis, gracias a él fue posible culminar exitosamente este trabajo de grado, el cual presentó muchos retos, los cuales se solventaron por medio de una amplia investigación.

A nuestro padres, muchas gracias por brindarnos un apoyo incondicional durante esta etapa de nuestras vidas, a nuestros hermanos por el acompañamiento y a nuestros amigos Fabián Felipe Trujillo y Diana Sofía Fontal por el aporte a este trabajo de grado.

## TABLA DE CONTENIDOS

1	INTRODUCCIÓN.....	15
2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
2.1	ANTECEDENTES .....	16
2.2	DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	18
3	JUSTIFICACIÓN.....	19
4	OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN .....	20
4.1	Objetivo General .....	20
4.2	Objetivos Específicos.....	20
5	ALCANCES Y LIMITACIONES DEL PROYECTO.....	21
5.1	Alcances .....	21
5.2	Limitaciones .....	21
6	MARCO DE REFERENCIA .....	23
6.1	MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL.....	23
6.1.1	Estabilidad Estática y longitudinal .....	23
6.1.2	ESTABILIDAD ESTÁTICA DIRECCIONAL .....	35
6.1.3	Estabilidad lateral .....	43
7	METODOLOGÍA.....	53
7.1	ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN.....	53
7.2	LÍNEA DE INVESTIGACIÓN DE USB/ SUB-LÍNEA DE FACULTAD/ CAMPO TEMÁTICO DEL PROGRAMA.....	53
8	VARIABLES.....	54
8.1	Variables Independientes.....	54
8.2	Variables Dependientes .....	54
9	DESARROLLO DE INGENIERÍA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	55
9.1	ESTABILIDAD LONGITUDINAL .....	60
9.1.1	Contribución del motor.....	60
9.1.2	Contribución de las alas .....	65
9.1.3	Contribución del canard.....	70
9.1.4	Contribución del fuselaje .....	74

9.1.5	CONTROL LONGITUDINAL.....	80
9.2	ESTABILIDAD DIRECCIONAL .....	81
9.2.1	Contribución del ala.....	81
9.2.2	Contribución del fuselaje .....	81
9.2.3	Contribución del Canard .....	83
9.2.4	Contribución del estabilizador vertical .....	83
9.2.5	Contribución de la hélice .....	87
9.2.6	CONTROL DIRECCIONAL.....	88
9.3	ESTABILIDAD LATERAL.....	90
9.3.1	Contribución del ala.....	90
9.3.2	Contribución del estabilizador vertical .....	92
9.3.3	Contribución de la hélice .....	94
9.3.4	CONTROL LATERAL .....	95
9.4	DISEÑO DE LOS MECANISMOS DE MOVIMIENTO DE LAS SUPERFICIES DE CONTROL .....	97
9.4.1	Momento de bisagra en el elevador .....	99
9.4.2	Momento de bisagra en el alerón .....	114
9.4.3	Momento de bisagra en el Timón de Dirección .....	125
10	CONCLUSIONES.....	139
11	RECOMENDACIONES .....	142
12	BIBLIOGRAFÍA .....	143
13	ANEXOS .....	144
13.1	Anexo A .....	144
13.2	Anexo B.....	153
13.2.1	Figuras para el momento de bisagra en el elevador, alerones y timón de cola	153
13.3	ANEXO C.....	162

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1. Coeficiente de Momento de Cabeceo vs Ángulo de Ataque</b> .....	23
Figura 2. Coeficiente de Momento de Cabeceo vs Ángulo de Ataque de una aeronave estable.....	24
Figura 3. Diagrama esquemático de la geometría del elevador y la distribución de presiones.....	31
<b>Figura 4. Factor de cuerda y envergadura para los elevadores.</b> .....	32
Figura 5. Factores de corrección empíricos para la efectividad de lift del elevador. ....	32
Figura 6 Efecto del nose balance para el control del momento de bisagra. ....	34
Figura 7 Ángulos de yaw y sideslip .....	37
Figura 8 Factor empírico KN .....	38
<b>Figura 9 Variación del KRI con el número de Reynolds del fuselaje.</b> .....	38
Figura 10 Parámetro empírico k.....	40
Figura 11 Contribución del flechamiento del ala para $C_{l\beta}$ .....	46
<b>Figura 12 Corrección del factor <math>KMA</math></b> .....	47
Figura 13 Corrección factor $K_f$ .....	48
<b>Figura 14 Contribución de la relación de aspecto para <math>C_{l\beta}</math></b> .....	49
Figura 15 Contribución del ala con diedro para $C_{l\beta}$ .....	50
<b>Figura 16 Corrección del efecto del ala con diedro</b> .....	51
Figura 17 Estimación de la Strip Theory para la efectividad del alerón.....	52
Figura 18 Distancias establecidas del SUE SUA para el análisis de estabilidad estática .....	57
Figura 19. Contribución de la hélice a la estabilidad longitudinal .....	65
Figura 20. Variación del coeficiente de sustentación de las alas en función del ángulo de ataque .....	67
Figura 21. Coeficiente de momento respecto al ángulo de ataque debido a la contribución del ala longitudinalmente. ....	70
Figura 22 Variación del coeficiente de sustentación del canard en función del ángulo de ataque .....	72
Figura 23 Coeficiente de momento respecto al ángulo de ataque debido a la contribución del canard longitudinalmente. ....	74
Figura 24 Coeficiente de momento respecto al ángulo de ataque debido a la contribución del fuselaje longitudinalmente.....	77
Figura 25 Coeficiente de momento total respecto al ángulo de ataque.....	78
Figura 26 Comportamiento de la superficie de control con diferentes deflexiones. ....	80
Figura 27 Coeficiente de momento respecto al sideslip debido a la contribución alafuselaje en la estabilidad direccionalmente. ....	83

Figura 28 Coeficiente de momento respecto al <i>sideslip</i> debido a la contribución del estabilizador vertical direccionalmente.....	85
Figura 29. Pendiente de sustentación de los paneles verticales. ....	86
Figura 30. Contribución de los paneles verticales a la estabilidad direccional.....	87
Figura 31. Coeficiente de momento respecto al sideslip debido al momento total. ....	88
Figura 32 Deflexión del timón de dirección en función del ángulo de sideslip.....	90
Figura 33. Coeficiente de momento respecto al sideslip debido al momento del alafuselaje a la estabilidad lateral. ....	92
Figura 34 Coeficiente de momento respecto al <i>sideslip</i> debido al estabilizador vertical a la estabilidad lateral.....	93
Figura 35. Contribución de los paneles verticales a la estabilidad lateral. ....	94
Figura 36. Coeficiente de momento a la estabilidad lateral respecto al <i>sideslip</i> debido al momento total. ....	95
Figura 37. Momento de cabeceo respecto a la deflexión del alerón. ....	96
Figura 38 Elevador del SUE SUA en Solid Edge. ....	98
Figura 39 Alerón del SUE SUA en Solid Edge.....	98
Figura 40 Rudder del SUE SUA en Solid Edge.....	99
Figura 41 Momento generado por el peso de la superficie.....	108
Figura 42 Momento de bisagra contrario al momento generado por el peso de la superficie.....	108
Figura 43 Momentos de bisagra y generado por el peso en el mismo sentido.....	109
Figura 44 Brazo de servo estándar Futaba.....	110
Figura 45 Mecanismo de movimiento del elevador.....	110
Figura 46 Servo Futaba S3152.....	113
Figura 47 Cuerno T-Style para el elevador.....	113
Figura 48. CI vs ángulo de Deflexión del alerón.....	117
Figura 49 Corrección del camber inducido para los coeficientes de momento de bisagra con respecto a la deflexión del alerón.....	118
Figura 50. Corrección del camber inducido para los coeficientes de momento de bisagra con respecto al ángulo de ataque.....	121
Figura 51 Cuerno Nylon T-style para el alerón.....	124
Figura 52 Servo Hitec HS-5625MG-Digital High Speed.....	124
Figura 53. Variación del coeficiente de momento de bisagra en el Timón de Dirección con respecto al ángulo de ataque.....	127
Figura 54. Variación del coeficiente de momento de bisagra con relación de cuerdas del timón de dirección.....	128
Figura 55. Variación del coeficiente de momento de bisagra con relación de cuerdas del timón de dirección con respecto al ángulo de deflexión.....	130
Figura 56. Variación del coeficiente de momento de bisagra con relación de cuerdas del Timón de cola.....	131

Figura 57. Cuerno Nylon T-style para el Rudder.....	134
Figura 58. Ubicación de los servos motores en el Canard.....	135
Figura 59. Ubicación del servo motor en el Rudder. ....	136
Figura 60. Ubicación de los servos motores en el alerón.....	137
Figura 61. Ubicación de los servos motores en el SUE-SUA.....	138

## TABLAS

Tabla 1 Características de la hélice .....	61
Tabla 2 Datos obtenido en Javaprop.....	61
Tabla 3 .Datos de entrada para calcular la contribución de la hélice .....	63
Tabla 4 Datos de entrada del ala equivalente .....	66
Tabla 5 Datos de entrada para calcular la contribución del ala a la estabilidad longitudinal .....	68
Tabla 6 Propiedades de la madera tipo balsa. ....	97
Tabla 7 Propiedades Físicas de cada superficie. ....	97
Tabla 8 Especificaciones Servo Futaba S3152.....	112
Tabla 9 Especificaciones Servo Hitec HS-5625 MG .....	125

## NOMENCLATURA

$\alpha$  : ángulo de ataque.  
 $\beta$  : ángulo de sideslip.  
 $\rho$  : densidad del aire.  
 $S_1$ : área de referencia-ala inferior.  
 $S_2$ : área de referencia-ala superior.  
 $S$ : Superficie alar total del biplano.  
 $n$ : Número de revoluciones por minuto  
 $J$ : Relación de avance  
 $V$ : Velocidad de avance  
 $d$ : Diámetro hélice  
 $C_T$ : Coeficiente de empuje  
 $T$ : Empuje  
 $\rho$ : Densidad  
 $C_P$ : Coeficiente de potencia  
 $P$ : Potencia  
 $\eta$ : Eficiencia  
 $v$ : Velocidad axial  
 $p$ : Presión  
 $C_L$ : Coeficiente de sustentación  
 $C_D$ : Coeficiente de arrastre  
 $m$ : Número de palas  
 $\eta_{el}$ : Eficiencia del elemento  
 $rpm$ : Revoluciones por minuto  
 $Re$ : Número de Reynolds  
 $\frac{W}{S}$ : Carga alar  
 $Pr$ : Potencia requerida  
 $(C_L)_{max}$ : Coeficiente de sustentación máximo  
 $W$ : Peso

$C_{D0}$ : Coeficiente de arrastre parásito

$k_2 - k_1$ : Factor de corrección para la relación de finura del cuerpo.

$\bar{c}$ : Cuerda aerodinámica media.

$W_f$ : Anchura media de las secciones del fuselaje.

$\alpha_{0w}$ : Ángulo de cero lift del ala con respecto a la línea de referencia del fuselaje.

$i_f$ : Incidencia de la línea de camber del fuselaje con respecto a la línea de referencia en el centro de cada incremento del fuselaje.

$V_f$ : Volumen del fuselaje

$\Delta x$ : Longitud de los incrementos del fuselaje.

$C_t$ : Cuerda en la punta.

$C_r$ : Cuerda en la raíz.

$b$ : Envergadura.

$C_{mac}$ : Coeficiente de momento respecto al centro aerodinámico.

$X_{ac}$ : Distancia respecto al Datum line y el centro aerodinámico

$X_{cg}$ : Distancia respecto al Datum line y el centro de gravedad de la aeronave.

$\alpha_w$ : Ángulo de ataque del ala.

$Z_{cg}$ : Desplazamiento vertical del centro de gravedad.

$i_w$ : Ángulo entre el ala y la línea de referencia del fuselaje.

$S_c$ : Área de referencia del Canard.

$\epsilon$ : Upwash.

$\eta$ : Eficiencia del Canard.

$V_l$ : Volumen del Canard.

$\tau$ : Eficiencia del elevador.

$\delta\epsilon$ : Deflexión del elevador.

BR: Balance de radio

$(C_{\eta\beta})_{\Gamma}$ : Efecto del Diedro en el ala para la contribución direccional

$(C_{\eta\beta})^{\wedge}$ : Efecto del flechamiento en el ala para la contribución direccional.

$K_N$ : Factor de interface del ala-fuselaje.

$K_{RI}$ : Factor empírico en función del número de Reynolds.

$S_{B,S}$ : Área del fuselaje.

$L_f$ : Longitud del fuselaje.

$D_{f,max}$ : Ancho máximo del fuselaje.

$h$ : Altura máxima del fuselaje.

$h_1$ : Altura del fuselaje a un cuarto (1/4) de la longitud del fuselaje total.

$h_2$ : Altura del fuselaje a tres cuartos (3/4) de la longitud del fuselaje total.

$Z_w$ : Distancia vertical desde la cuerda de la raíz del ala equivalente hasta la línea de referencia del fuselaje.

$A_{v(B)}/A_v$ : Ratio de la cola vertical respecto a la relación de aspecto.

$K_h$ : Factor empírico que depende de el área de referencia del Canard y la cola vertical.

$d$ : Diámetro del fusejale.

$A_v$ : Pendiente de sustentación en función de la relación de aspecto efectiva.

$Z_v$ : Distancia vertical desde el centro de gravedad de la aeronave y el centro aerodinámico de la cola vertical.

$L_v$ : Distancia horizontal desde el centro de gravedad de la aeronave y el centro aerodinámico de la cola vertical.

$b_{cga}$ : Ubicación del centro de gravedad en el alerón.

$b_{cgr}$ : Ubicación del centro de gravedad en el rudder.

$b_{cge}$ : Ubicación del centro de gravedad en el elevador.

$C_{h\alpha a}$ : Coeficiente de momento de bisagra en función del ángulo de ataque del alerón.

$C_{h\delta a}$ : Coeficiente de momento de bisagra en función de la deflexión del alerón.

$C_{h\delta e}$ : Coeficiente de momento de bisagra en función de la deflexión del elevador.

$C_{h\alpha e}$ : Coeficiente de momento de bisagra en función del ángulo de ataque del elevador.

$C_{h\delta r}$ : Coeficiente de momento de bisagra en función de la deflexión del rudder.

$M_{ha}$ : Momento de bisagra generado en el alerón.

$M_{he}$ : Momento de bisagra generado en el elevador.

$M_{hr}$ : Momento de bisagra generado en el rudder.

$M_{pa}$ : Momento debido al peso del alerón.

$M_{pe}$ : Momento debido al peso del elevador.

$M_{pr}$ : Momento debido al peso del rudder.

$M_{Ta}$ : Momento total en el alerón.

$M_{Te}$ : Momento total en el elevador.

$M_{Tr}$ : Momento total en el rudder.

## 1 INTRODUCCIÓN

Las competencias Kremer realizadas por la Sociedad Real Aeronáutica (RAeS - Royal Aeronautical Society) de Inglaterra, han promovido a lo largo de su historia la creación de aeronaves altamente eficientes en diferentes configuraciones que han sido construidas y voladas por un grupo de entusiastas para demostrar que la armoniosa combinación de ingenio y avances tecnológicos permiten desafiar los retos más exigentes de la ingeniería.

Para el piloto las exigencias y los factores humanos envueltos son únicos: no solamente debe producir suficiente potencia para despegar y permanecer en el aire durante todo el circuito, sino que además debe tener la capacidad de controlar perfectamente la aeronave, estar pendiente de los instrumentos en la cabina y saber controlar la fatiga. Estas condiciones particulares sumadas a la dificultad inherente en el control de aeronaves que vuelan muy lento no son comunes en la aviación civil y exige un alto grado de habilidad.

El grupo de investigación AeroTech trabaja en el proyecto de investigación institucional enfocado al diseño y construcción de la aeronave de propulsión humana Sue Sua para participar en el Kremer International Marathon. Varios trabajos de grado han apoyado esta iniciativa, el primero dirigido al diseño preliminar con especial énfasis en aerodinámica y rendimiento, el segundo enfocado al diseño de la estructura y el presente dirigido al análisis de estabilidad y control.

Se espera que los resultados presentados en el presente documento contribuyan de manera significativa al avance del proyecto institucional y al logro del objetivo principal: ganar la competencia.

## 2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 2.1 ANTECEDENTES

La Sociedad Real Aeronáutica (RAeS - Royal Aeronautical Society) promueve la Kremer International Marathon Competition que busca premiar al primer equipo que complete el circuito establecido alrededor de dos puntos separados una distancia de 4051 metros en menos de una hora con una aeronave cuya potencia sea suministrada por la fuerza del piloto. El propósito detrás de la competencia es estimular el desarrollo de aeronaves altamente eficientes y ultralivianas.

Además de retar a ingenieros e investigadores con desafíos para la competencia, el concurso también busca despertar interés en el diseño, producción y desarrollo de aeronaves de propulsión humana que puedan comercializarse con fines recreativos. Para alcanzar este propósito, los fabricantes deben garantizar la seguridad, confiabilidad y operación en condiciones meteorológicas visuales pero no necesariamente ideales (i.e. viento en calma o moderado sin ráfagas, alta presión atmosférica, baja temperatura, etc.)

Los avances alcanzados en los últimos años en materiales, aerodinámica y estructura ha permitido que no se requiera de un atleta con muy buen estado físico para propulsar y volar la aeronave; cualquier persona en condiciones físicas normales es en teoría un piloto potencial de aeronaves tipo HPA. Otro de los objetivos primordiales del RAeS es promover el vuelo con propulsión humana para que se convierta en deporte olímpico.<sup>1</sup>

La gran mayoría de los diseños en este tipo de aeronaves coinciden en una configuración tipo monoplano; algunas de las excepciones son las presentadas por Virginia Institute of Technology y el grupo de investigación AeroTech de la Universidad

---

<sup>1</sup> <http://aerosociety.com/About-Us/specgroups/Human-Powered> [09/15/2011 12:36]

de San Buenaventura que proponen aeronaves tipo biplano. Esta segunda configuración quizás no ha sido muy popular por dos razones principales: la escases de estudios recientes sobre aerodinámica de multiplanos y la creencia general en el medio de que este tipo de configuraciones es estructuralmente eficiente, pero aerodinámicamente muy ineficiente. Los biplanos y multiplanos fueron muy populares durante las dos primeras décadas del siglo 20; sin embargo, la aparición de perfiles más gruesos (como los NACA de cuatro dígitos) sumado al uso de materiales más resistentes marcó la aparición del monoplano y su dominio casi homogéneo en la industria aeroespacial desde entonces; prueba de ello es que hasta 1978 una cuarta parte de las aeronaves experimentales eran biplanos<sup>2</sup>.

El SUE-SUA es un biplano con dos paneles verticales en los extremos de cada ala que las unen entre sí para formar lo que se conoce como box wing; esta configuración ofrece ventajas aerodinámicas, por tratarse de un ala cerrada (sin puntas), y estructurales porque con la adición de elementos conectores entre ellas se aprovecha el aumento en el momento de inercia debido a la separación entre el ala superior e inferior. Adicionalmente, fue concebido con una superficie estabilizadora horizontal tipo Canard localizada en la parte delantera de la cabina del piloto; esta configuración permite que el estabilizador contribuya favorablemente a la generación de sustentación mientras contrarresta los momentos adversos producidos por las alas, pero debe dimensionarse cuidadosamente para garantizar que entre en pérdida antes que el ala. Investigaciones como la conducida por la Administración de Aeronáutica y del Espacio (NASA) en el uso de aeronaves con control de Canard han provisto información de las mayores ventajas y desventajas que deben ser esperadas en este tipo de configuración, donde una de las ventajas es lograr compensar la aeronave con una magnitud alta de sustentación.<sup>3</sup>

---

<sup>2</sup>Prf.Dr. UtschLuiz Ricardo; Westin Fernandino Michelle: Wing-by-wing Approach for Biplane Static Longitudinal Stability and Control Analysis.

<sup>3</sup>Spearman, M. Leroy, and Driver, Cornelius: Effects of Canard Surface Size on Stability and Control Characteristics of Two Canard Airplane Configurations at Mach Numbers of 1.41 and 2.01. NACA RM L57LI7a, 1958.

Igualmente, es de gran importancia la investigación de la estabilidad estática y características de control de una aeronave con configuración tipo Canard a bajas velocidades que fue realizada en el túnel de viento Langley 300-mph. La forma del control del Canard del modelo básico utilizado era idéntica a la del ala, la cual tenía una relación de aspecto de 3, un taper ratio de 0.14 y no tiene flechamiento en la línea que pasa por el 80% de la cuerda del ala. Los efectos del tamaño de la superficie del Canard, así como la posición vertical y longitudinal fueron estudiados en este prototipo.<sup>4</sup> Como conclusiones de este estudio se dedujo que en todas las configuraciones de investigación sobre la superficie del Canard dieron como resultado un bajo control de deflexión y un modelo de ángulo de ataque.

El resultado más alto de la eficiencia del Canard ocurre cuando la superficie pequeña del Canard está localizada por encima del centro de línea del fuselaje. A pesar de esto, pocos estudios se han desarrollado a través de la historia con respecto a éste tipo de aeronaves y si se trata de biplanos propulsados por el hombre la información se hace más escasa.

## **2.2 DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

El grupo de investigación AeroTech requiere del estudio de la estabilidad estática y el control de la aeronave de propulsión humana SUE-SUA para asegurar las cualidades mínimas que se requieren para el vuelo seguro y la maniobrabilidad adecuada para las condiciones de la competencia.

**¿Cuáles son las características de estabilidad y control y qué modificaciones son necesarias para obtener un vuelo estable en el SUE-SUA?**

---

<sup>4</sup>Spencer Bernard and Sleeman, William C, Jr: Low-Speed Longitudinal Characteristics of an airplane configuration including effects of Canard and wing trailing-edge Flap Controls in combination. NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION WASHINGTON. September 1962.

### 3 JUSTIFICACIÓN

El grupo de investigación de la Universidad de San Buenaventura está trabajando en el diseño y construcción de un Human Powered Aircraft para las competencias Kremer.

A la fecha el grupo cuenta con el diseño preliminar de la aeronave se sirve como punto de referencia para adelantar otros proyectos enfocados al diseño estructural y la construcción de un modelo a escala para establecer las cualidades de vuelo de manera experimental y cualitativa. Con este trabajo de grado se pretende identificar las características de estabilidad y control de la aeronave Sue Sua y proponer soluciones a problemas relacionados. La combinación de los resultados obtenidos en los diferentes frentes de trabajo permitirá congelar el diseño para proceder con la fase de diseño detallado; además, el trabajo propuesto se convierte en una contribución importante al proyecto de investigación, no solo porque permitirá analizar las características de estabilidad y control del diseño propuesto sino porque amplía la información disponible a la comunidad académica y científica sobre este tipo de análisis en biplanos.

Para el desarrollo del proyecto se requiere, además de la aplicación de los conceptos aprendidos durante la carrera, del uso de competencias adquiridas en pensamiento crítico, capacidad de análisis y trabajo en equipo con apoyo en literatura y resultados de investigaciones publicados por NASA, AIAA (American Institute of Aeronautics and Astronautics), SAE (Society of Automotive Engineers) y la comunidad científica y académica en general.

Finalmente el proyecto es viable técnica y financieramente por cuanto no hay que hacer inversiones en materiales, en equipos de cómputo en software especializados, solo se requerirán algunos recursos bibliográficos como libros especializados y papers.

## **4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **4.1 Objetivo General**

Determinar la estabilidad estática y control de la aeronave a propulsión humana SUE-SUA

### **4.2 Objetivos Específicos**

1. Identificar las características aerodinámicas del diseño preliminar del SUE-SUA.
2. Determinar si la configuración actual cumple con las características de estabilidad y control.
3. Diseñar los mecanismos de movimiento de las superficies de control.

## 5 ALCANCES Y LIMITACIONES DEL PROYECTO

### 5.1 Alcances

- Con el estudio de estabilidad y control se busca determinar si el diseño de la aeronave le permite al piloto mantener un vuelo estable y nivelado. En caso de no obtener los resultados esperados se propondrán soluciones plausibles para incorporarlos al diseño preliminar de la aeronave.
- Se realizará únicamente análisis de estabilidad estática y control en los ejes lateral, longitudinal y direccional.
- Para obtener los datos aerodinámicos como los coeficientes de Lift, Drag y momentos requeridos para éste análisis se utilizará el software XFLR5 (Vortex Lattice Method o VLM).
- Se diseñará la configuración general de los mecanismos que accionan los sistemas de control.

### 5.2 Limitaciones

- No se realizará un análisis de estabilidad dinámica de la aeronave; este se propone como tema para otro proyecto de grado.
- No se realizará el análisis dinámico de los mecanismos que accionan las superficies de control, ni análisis de fuerzas requeridas para su operación y no se seleccionarán tornillos, arandelas, ni materiales.
- No se realizará la construcción de la aeronave por cuanto está fuera de los alcances del proyecto.

- La validación de las características de estabilidad y control con datos experimentales, así como las de aerodinámica, no hacen parte del alcance del presente proyecto.

## 6 MARCO DE REFERENCIA

### 6.1 MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

#### 6.1.1 Estabilidad Estática y longitudinal

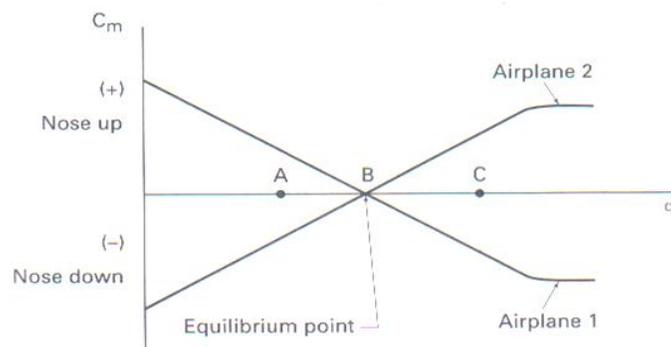
- **Estabilidad Estática**

Una aeronave es estáticamente estable cuando al ser sacada de su condición de equilibrio se generan fuerzas restauradoras que la retornan a la condición inicial; además, si los momentos y fuerzas resultantes alrededor del centro de gravedad son cero, se dice que ésta está volando en condición de Trim.<sup>5</sup>

- **Definición de la estabilidad estática longitudinal**

La estabilidad estática longitudinal en una aeronave se entiende como la condición de equilibrio alrededor del eje lateral (a lo largo de la envergadura) que pasa por el centro de gravedad.

**Figura 1. Coeficiente de Momento de Cabeceo vs Ángulo de Ataque**



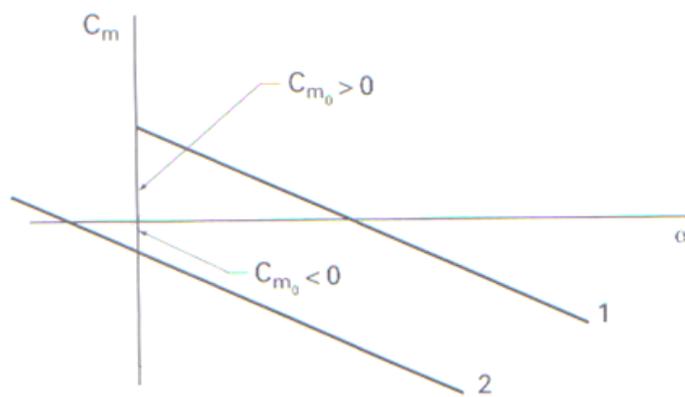
**Fuente:** Nelson Robert C: Flight Stability and Automatic Control. Second Edition.

<sup>5</sup> Nelson Robert C: Flight Stability and Automatic Control. Second Edition.

Cuando la aeronave vuela en con el ángulo de ataque representado por el punto A, la aeronave estáticamente estable representada por la curva 1 de la Figura 1 desarrolla un momento de nariz arriba que hace aumentar el ángulo de ataque y retornar al punto de equilibrio B. Por otro lado, la aeronave estáticamente inestable representada por la curva 2 genera un momento de nariz abajo que hace disminuir aún más el ángulo de ataque alejándose del punto de equilibrio B.

De acuerdo con el anterior análisis, para que la aeronave sea estáticamente estable en el eje longitudinal es necesario que la curva de momento de pitch tenga pendiente negativa,  $\frac{dC_m}{d\alpha} < 0$ .

**Figura 2. Coeficiente de Momento de Cabeceo vs Ángulo de Ataque de una aeronave estable.**



**Fuente:** Nelson Robert C: Flight Stability and Automatic Control. Second Edition.

La Figura 2 muestra las curvas de la variación del coeficiente de momento con el ángulo de ataque para dos aeronaves estáticamente estables; sin embargo, sólo la representada por la curva 1 está en punto de Trim con un ángulo de ataque positivo  $C_{m_0} > 0$ . Es importante, de igual forma, que para obtener una estabilidad estática en la curva  $C_m$  vs  $C_L$  es necesario tener:

$$\frac{dC_m}{dC_L} < 0$$

Y de estas dos condiciones, obtener:

$$C_{m\alpha} = \frac{dC_m}{d\alpha} = \frac{dC_m}{dC_L} * \frac{dC_L}{d\alpha}$$

Ecuación 1

Donde se observa que la derivada sólo difiere en la pendiente de la curva de lift.

- **Contribución de los componentes de la aeronave**

La estabilidad estática de una aeronave se puede estimar a partir de la contribución de cada uno de los componentes de la aeronave: alas, fuselaje, cola, sistemas de propulsión y otros componentes externos. Para el caso del presente estudio es importante analizar cada uno de los componentes por separado, ya que el SUE-SUA posee una estructura un poco diferente a una aeronave convencional: ésta posee dos alas unidas por paneles verticales en los extremos, una superficie estabilizadora horizontal tipo Canard, una hélice de 3 metros de diámetro y un estabilizado vertical.<sup>6</sup>

Existen diferentes métodos para el análisis de cada uno de estos componentes: aquellos basados en métodos desarrollados a partir de procedimientos teóricos y aquellos que están correlacionados con datos experimentales. Para este proyecto, se trabajará con el método teórico ya que éste tipo de método es más adecuado para el diseño preliminar y muestra la relación entre los coeficientes de estabilidad, la geometría y las características aerodinámicas de la aeronave.

- **Contribución del motor**

La contribución de la hélice tiene dos efectos que afectan el equilibrio y estabilidad de la aeronave. El primero son los efectos directos que están en función de las fuerzas generadas por la hélice. El segundo son los efectos indirectos relacionados con el flujo que es generado por la hélice y que interfiere directamente con el Canard y el ala.

---

<sup>6</sup> TOBON. Juan. Diseño preliminar de una aeronave de propulsión humana para la competencia internacional Kremer en la categoría maratón. P. 135

Las fuerzas resultantes son dos: la primera que actúa a lo largo del eje del motor y la segunda es una fuerza normal  $N_p$  perpendicular al eje.<sup>7</sup>

- **Contribución del ala**

Para realizar el análisis de la contribución que posee el ala para la estabilidad estática en una aeronave es necesario calcular el coeficiente de momento alrededor del centro de gravedad que se produce por efecto de las fuerzas aerodinámicas de sustentación y arrastre<sup>8</sup>. Como el análisis de la variación del coeficiente de momento con el ángulo de ataque (o coeficiente de sustentación) es lineal, este se limita a ángulos de ataque pequeños:

$$C_{m_{\alpha_w}} = C_{L_{\alpha_w}} \left( \frac{X_{cg}}{\bar{c}} - \frac{X_{ac}}{\bar{c}} \right)$$

Ecuación 2

- **Contribución del Canard**

La contribución de la cola puede ser por parte de dos superficies alares, como lo es la cola horizontal y el Canard (tal cual como se observa en el diseño preliminar del SUE-SUA), el Canard es aquella superficie alar que se encuentra en la parte delantera de la aeronave y se ve directamente afectada por el flujo de upwash del ala.

El Canard es la superficie estabilizadora horizontal localizada en la parte delantera del fuselaje lo cual resulta conveniente porque no se ve afectada por la estela proveniente de las alas; además, el Canard contribuye a la generación de sustentación positiva mientras contrarresta el momento negativo producido por las alas y es mayor el aumento cuando se desea aumentar el ángulo de ataque. Lo contrario sucede en los estabilizadores horizontales convencionales en los cuales se genera sustentación negativa para contrarrestar el momento de cabeceo.

---

<sup>7</sup> HAGE. Perkins. Airplane performance stability and control. Wiley, New yourk 10<sup>th</sup> printing, 1965 P 232.

<sup>8</sup> Nelson Robert C: Flight Stability and Automatic Control. Second Edition.

El ángulo de ataque del Canard puede ser expresado como:

$$\alpha_c = (\alpha + i_w) \left( 1 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) + (i_c - i_w)$$

**Ecuación 3**

Si se asume que los ángulos de incidencia son muy pequeños, con la siguiente expresión se puede calcular el coeficiente de sustentación del canard.

$$C_{L_c} = C_{L_{\alpha_c}} * \alpha_c = C_{L_{\alpha_c}} \left[ (\alpha + i_w) \left( 1 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) + (i_c - i_w) \right]$$

**Ecuación 4**

El upwash delante del ala con una distribución elíptica de sustentación puede ser derivado de la teoría de ala-finita y se relaciona con el coeficiente de sustentación y el aspect ratio:

$$\varepsilon = \frac{2C_{L_w}}{\pi AR_w}$$

**Ecuación 5**

La variación del upwash respecto al ángulo de ataque está dada por:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{2C_{L_{\alpha_w}}}{\pi AR_w}$$

**Ecuación 6**

La contribución del Canard para estabilidad estática para una aeronave ( $C_{m_{\alpha_c}} < 0$ ) puede ser controlada por la apropiada selección del volumen y la pendiente de sustentación de la superficie  $V_H$  y  $C_{L_{\alpha_c}}$ . La contribución del  $C_{m_{\alpha_c}}$  se volverá negativa al incrementar la distancia entre el Canard y el centro de gravedad  $I_c$ , la superficie alar  $S_c$  y la pendiente de sustentación  $C_{L_{\alpha_c}}$ . La pendiente de sustentación del Canard puede también ser incrementada al aumentar la relación de aspecto. Al tener la superficie estabilizadora en la parte delantera de las alas se asegura poseer en la aeronave un  $C_{m_0}$  positivo y un  $C_{m_{\alpha}}$  negativo. También se puede lograr la misma condición situando el estabilizador detrás del ala.

$$C_{m_{\alpha_c}} = -\eta V_H C_{L\alpha_c} \left( 1 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)$$

$$C_{m_{oc}} = \eta V_H C_{L\alpha_c} \left[ (\alpha + i_w) \left( 1 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) + (i_c - i_w) \right]$$

Ecuación 7

- **Contribución del fuselaje**

Max Munk demostró a comienzos de 1920 que la variación de momento de cabeceo con respecto al ángulo de ataque (en radianes) producido por un flujo ideal en un cuerpo es proporcional al volumen y a la presión dinámica<sup>9</sup>:

$$\frac{dM}{d\alpha} = fn \left( \text{volumen}, \frac{1}{2} \rho V^2 \right)$$

Éste análisis fue extendido por Multhopp en el que tuvo en cuenta el flujo inducido por las alas en el fuselaje debido<sup>10</sup>. La variación del coeficiente de momento con respecto al ángulo de ataque en el fuselaje puede estimarse a través de las ecuaciones 8 y 9:

$$C_{m_{0f}} = \frac{k_2 - k_1}{36.5 S \bar{c}} \int_0^{l_f} w_f^2 (\alpha_{0w} + i_f) dx$$

Ecuación 8

$$C_{m_{\alpha_f}} = \frac{\pi}{2 S \bar{c}} \int_0^{l_f} b_f^2 \left( 1 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) dx$$

Ecuación 9

- **Contribución de la unidad propulsora**

Para la contribución de la unidad propulsora, cuando se trata de una hélice, los efectos de potencia en la estabilidad estática longitudinal, se dividen en efectos Directos e Indirectos: el Directo es causado por las fuerzas desarrolladas por la unidad de

<sup>9</sup>Munk, M.M. The aerodynamic Forces on Airship Hulls, NACA TR 184, 1924.

<sup>10</sup> Multhopp, H. Aerodynamics of Fuselage, NACA TM-1036, 1942.

propulsión, además depende de la ubicación vertical de la línea de empuje con respecto al centro de gravedad; el Indirecto es ocasionado por los efectos producidos por la estela de la hélice en las alas y la cola.

- **Estabilidad Longitudinal Total**

La Ecuación 10 es el resultado de sumar las contribuciones de momento de cabeceo ocasionado por el ala, el fuselaje y la cola horizontal (se ignora la contribución por parte de la unidad propulsora). Igualmente se asume que el coeficiente de Lift en la aeronave es aproximadamente igual al coeficiente de lift en el ala y el coeficiente de lift generado por el Canard es más pequeño comparado por el generado por el ala. Entonces se obtiene que:<sup>11</sup>

$$\frac{dC_m}{dC_L} = \bar{X}_{cg} - \bar{X}_{ac} + \left( \frac{dC_m}{dC_L} \right) - \frac{a_t}{a_w} \left( 1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}_1 n_t$$

Ecuación 10

El nivel de estabilidad longitudinal depende de la ubicación del centro de gravedad.

- **Stick-Fixed Neutral Point**

El stick-fixed Neutral Point es cuando el avión es neutralmente estable e implica que el elevador no se mueve o permanece estático cuando se produce una perturbación que cambia el ángulo de ataque. La posición del punto neutro (No) se expresa así:

$$N_o = \bar{X}_{ac} - \left( \frac{dC_m}{dC_L} \right)_f + \frac{a_t}{a_w} \left( 1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}_1 n_t$$

Ecuación 11

Y la estabilidad estática en cualquier otra ubicación del centro de gravedad puede ser expresada de la siguiente manera:

---

<sup>11</sup> PAMADI, BANDU. Op. cit P.260 .P.201

$$\frac{dC_m}{dC_L} = \bar{X}_{cg} - N_0 \quad \text{Ecuación 12}$$

Otro factor importante del nivel de la estabilidad longitudinal estática stick-fixed, es el margen estático, el cual en una aeronave estable es positivo y se representa así:

$$\left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_{\text{fix}} = -\frac{x}{c} \quad \text{Ecuación 13}$$

- **Sustentación de la cola para el Trim**

Cuando se trata de una aeronave convencional, en donde el centro aerodinámico normalmente se encuentra delante del centro de gravedad, el término  $C_{Lw} \bar{X}_a$  es positivo, dicho esto, se tiene la siguiente ecuación:<sup>12</sup>

$$C_{L.c} = \frac{C_{L.w} \bar{X}_a + C_{mac.w} + C_{mf}}{\bar{V}_1 n_t}$$

Ecuación 14

Donde la sustentación que genera el estabilizador horizontal es positiva y ésta soporta parte del peso de la aeronave por lo que la sustentación que debe producir el ala se reduce de tal forma que:

$$L_w = W - L_c$$

- **Control longitudinal**

Es la capacidad de mantener la condición de equilibrio o el coeficiente de Lift-Trim dentro de los límites operacionales  $0 < C_L \leq C_{L \max}$ .

A partir de la Ecuación 15, obtenida cuando  $C_{m.cg} = 0$ , se pueden evaluar diferentes opciones para mantener la condición de equilibrio en el coeficiente de sustentación

---

<sup>12</sup> Bandu N. Pamadi: Performance, Stability, Dynamics, and Control of Airplanes. P.203

dato: ubicación del centro de gravedad, control del elevador e incidencias de las superficies sustentadoras y estabilizadoras.

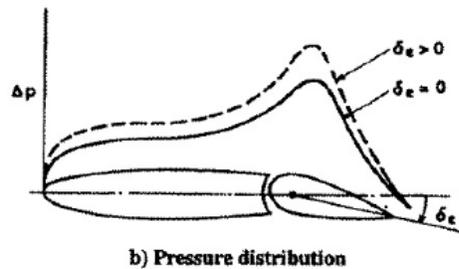
$$C_L = \frac{-C_{mac.w} - C_{mf} + a_t(\alpha_w - i_w + i_t - \epsilon)}{\bar{X}_{cg} - \bar{X}_{ac}}$$

Ecuación 15

- **Control del elevador**

El elevador es el que se emplea para mantener control longitudinal en las diferentes etapas del vuelo. En la Figura 3 se observa el cambio en la distribución de presiones sobre el estabilizador con la deflexión del elevador.

Figura 3. Diagrama esquemático de la geometría del elevador y la distribución de presiones.



Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.208

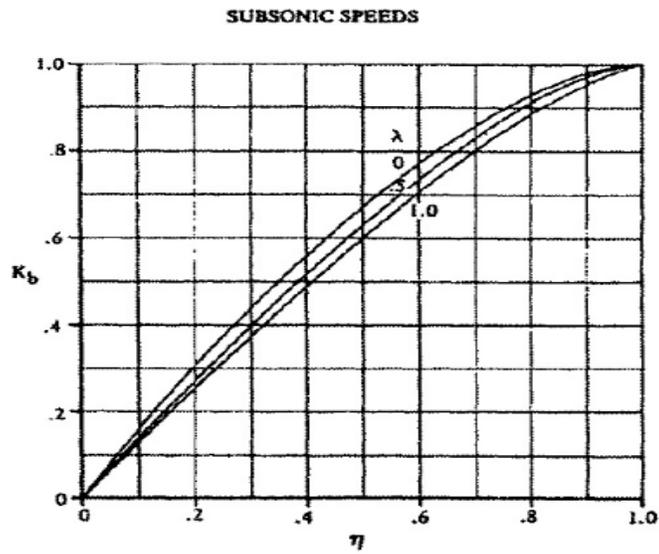
El efecto de la deflexión del elevador en el coeficiente de sustentación del estabilizador horizontal se expresa como:

$$C_{l,t} = a_t \alpha_t \frac{S_t}{S} n_t$$

Ecuación 16

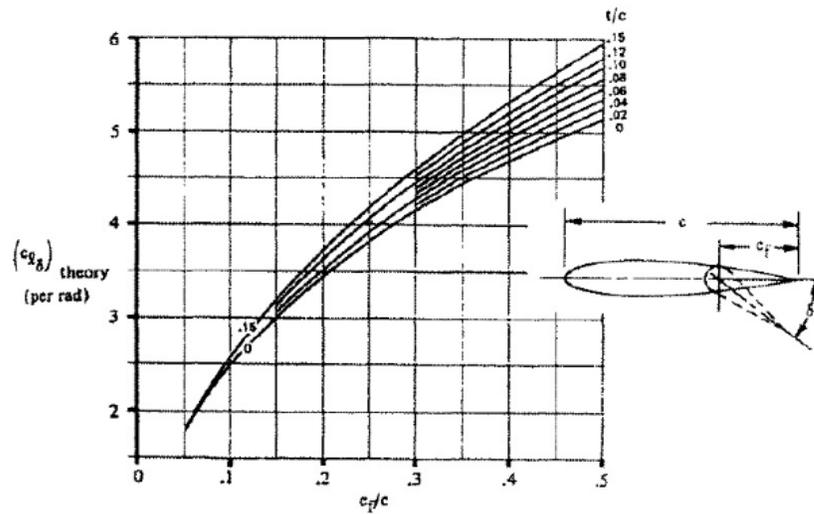
El cual depende de la efectividad del elevador, del incremento de sustentación debido al control de la superficie de deflexión  $\Delta\delta_e$ ; a la relación del control del parámetro de efectividad en 3d vs 2d y el control de la superficie del factor de envergadura, los cuales pueden ser obtenidos de las siguientes gráficas:

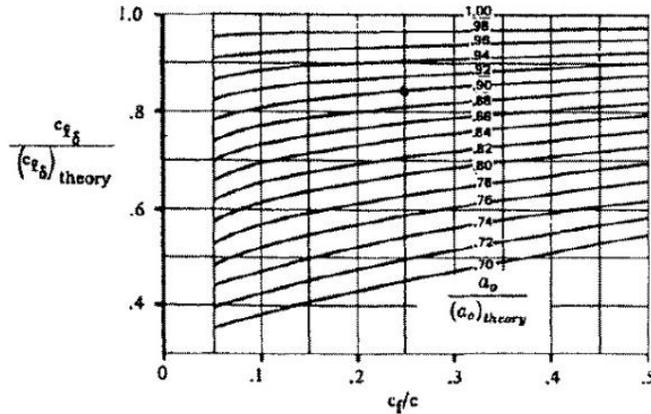
Figura 4. Factor de cuerda y envergadura para el elevador.



Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.210

Figura 5. Factores de corrección empíricos para la efectividad de lift del elevador.





Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.211

La deflexión del elevador requerida para mantener el avión en condición de equilibrio depende de la posición del centro de gravedad. Para mantener en equilibrio un avión que tiene el centro de gravedad corrido hacia delante se requiere una mayor deflexión del elevador, con el riesgo de que si está demasiado adelante, es posible que el avión entre en pérdida mientras el piloto trata de mantenerlo nivelado.

- **Efecto suelo**

Cuando la aeronave se encuentra en carrera de despegue o en aterrizaje, el piso hace que se reduzcan los vórtices generados en las puntas de las alas y por ello las velocidades del downwash son pequeñas en comparación con el que se genera en un vuelo libre. Esta disminución, además de otros efectos, causa un incremento en la sustentación de la cola horizontal y aumenta su efectividad.

- **Stick-Free Longitudinal Stability**

Es la condición en la que el elevador está montado sobre una bisagra sin fricción y por lo tanto se mueve libremente bajo la acción de cualquier fuerza aerodinámica. El elevador puede deflectarse hacia arriba o abajo según la ubicación relativa de la línea de bisagra con respecto al centro de presión.

El momento causado en la línea de bisagra por las fuerzas que actúan sobre el elevador es conocido como el momento de bisagra. Se considera positivo cuando el borde de fuga del elevador desciende y es negativo cuando asciende.

- **Estimación de las características de momento de bisagra**

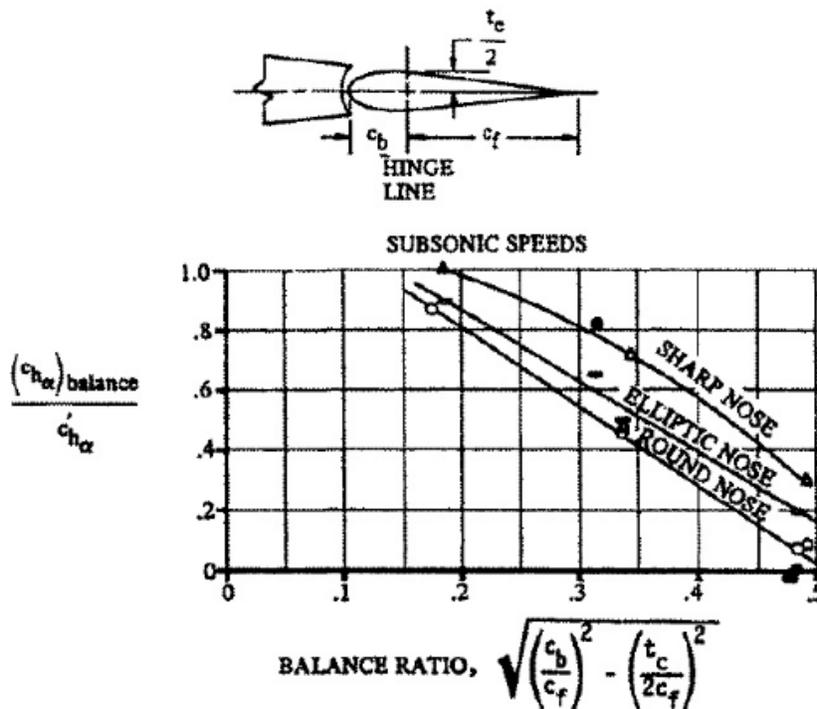
La estimación de estas características está basada en los métodos de Datcom. Para una aeronave que vuela a velocidades subsónicas, se tiene que:

$$C_{h\alpha} = \left( \frac{A_t \cos \Lambda_{c/4}}{A_t + 2 \cos \Lambda_{c/4}} \right) C_{h\alpha bal} + \Delta C_{h\alpha}$$

Ecuación 17

Donde  $A_t$  es la relación de aspecto de la superficie de control y la estimación de  $C_{h\alpha bal}$  depende de las cuerdas del elevador ubicadas en la parte posterior y anterior a la línea de bisagra.

Figura 6 Efecto del nose balance para el control del momento de bisagra.



Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.225

La relación de balance, es la relación entre estas dos cuerdas y el grosor de la cola.

La estimación de  $C_{h\delta,e}$  a velocidades subsónicas se obtiene por medio de la siguiente ecuación en donde  $\Lambda_{HL}$  es el flechamiento de la línea de bisagra.

$$C_{h\delta,e} = \cos\Lambda_{c/4}\cos\Lambda_{HL} \left[ (C_{h\delta,e})_{bal} + \alpha\delta(C_{h\alpha})_{bal} \left( \frac{2\cos\Lambda_{c/4}}{A_t + 2\cos\Lambda_{c/4}} \right) \right] + \Delta C_{h\delta,e}$$

**Ecuación 18**

- **Stick-Free Neutral Point**

El Stick-Free Neutral Point es esa ubicación del centro de gravedad en donde  $(dC_m/dCL)_{free}=0$  (Ecuación 19).

$$N'_0 = \bar{X}_{ac,w} - \left( \frac{dC_m}{dCL} \right)_f + \frac{a_t}{a_w} \bar{V}_1 n_t \left( 1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \left( 1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta,e}} \right)$$

**Ecuación 19**

- **Fuerza en la Palanca de Control en nivel de vuelo estable**

La palanca de control se encuentra conectada al elevador a través de un mecanismo de palancas, poleas y servomecanismos dependiendo del tipo de avión. La fuerza aplicada por el piloto en la palanca de mando para deflectar el elevador depende de las características de flotamiento del elevador, como también de los coeficientes del momento de bisagra.

### 6.1.2 ESTABILIDAD ESTÁTICA DIRECCIONAL

La estabilidad direccional y lateral están acopladas ya que el sideslip induce tanto el movimiento de banqueo como el de guiñada; así mismo, el cabeceo induce el banqueo y el derrape.

La estabilidad estática direccional consiste en la capacidad que posee la aeronave para alinearse en la dirección del viento relativo después de que una perturbación (ráfaga lateral por ejemplo) lo sacó de la posición de equilibrio.

Los parámetros más importantes para el estudio de estabilidad direccional son los ángulos de cabeceo y sideslip. La letra griega  $\beta$  se emplea para designar el ángulo de sideslip; es negativo cuando el viento relativo llega por el lado izquierdo y positivo cuando llega por el lado derecho.

Una aeronave es direccionalmente estable cuando la pendiente de la curva del momento de restauración con respecto al sideslip es positiva:<sup>13</sup>

$$C_n = \frac{N}{qSb}$$

**Ecuación 20**

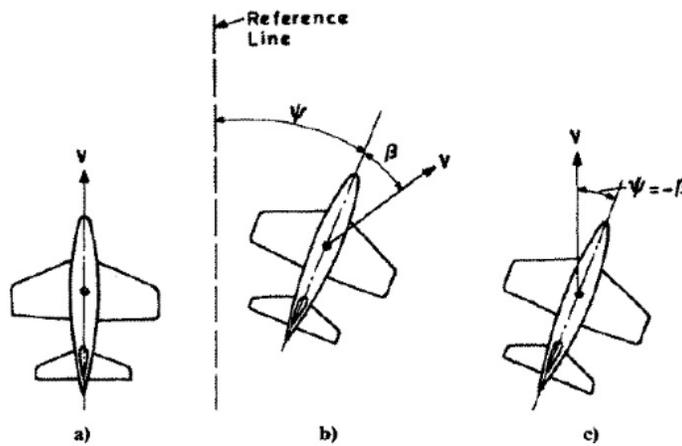
$$C_{n\beta} = \frac{\partial C_n}{\partial \beta}$$

Donde N es el momento de restauración o cabeceo. En la figura 7 se observan los ángulos de yaw y sideslip en donde el ángulo de yaw es aquel que se genera con respecto a la línea de referencia y el eje longitudinal. El sideslip es el que se genera con respecto al eje longitudinal de la aeronave y la dirección del viento relativo.

---

<sup>13</sup> PAMADI, BANDU. Op. cit P.260

Figura 7 Ángulos de yaw y sideslip



Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.260..

- **Contribución del ala**

Esta contribución depende de si el ala tiene diedro o si posee un flechamiento en el borde de ataque. Si el ala no tiene diedro y no posee flechamiento (como en el caso del SUE-SUA) la contribución no es importante para la estabilidad direccional.

La contribución total del ala con flechamiento y con diedro es:

$$(C_{n\beta})_w = (C_{n\beta})_{\Gamma w} + (C_{n\beta})_{\Lambda w}$$

Ecuación 21

- **Contribución del fuselaje**

La contribución del fuselaje es generalmente desestabilizante, está influenciada por la geometría del ala y la ubicación del ala con respecto al fuselaje y se halla utilizando la relación empírica de la Ecuación 25 en donde  $K_N$  es el factor de interferencia empírico wing-body, el cual es función de la geometría del fuselaje y de la ubicación del centro de gravedad;  $K_{RI}$  es un factor empírico y depende del número de Reynold;  $S_{BS}$  es el

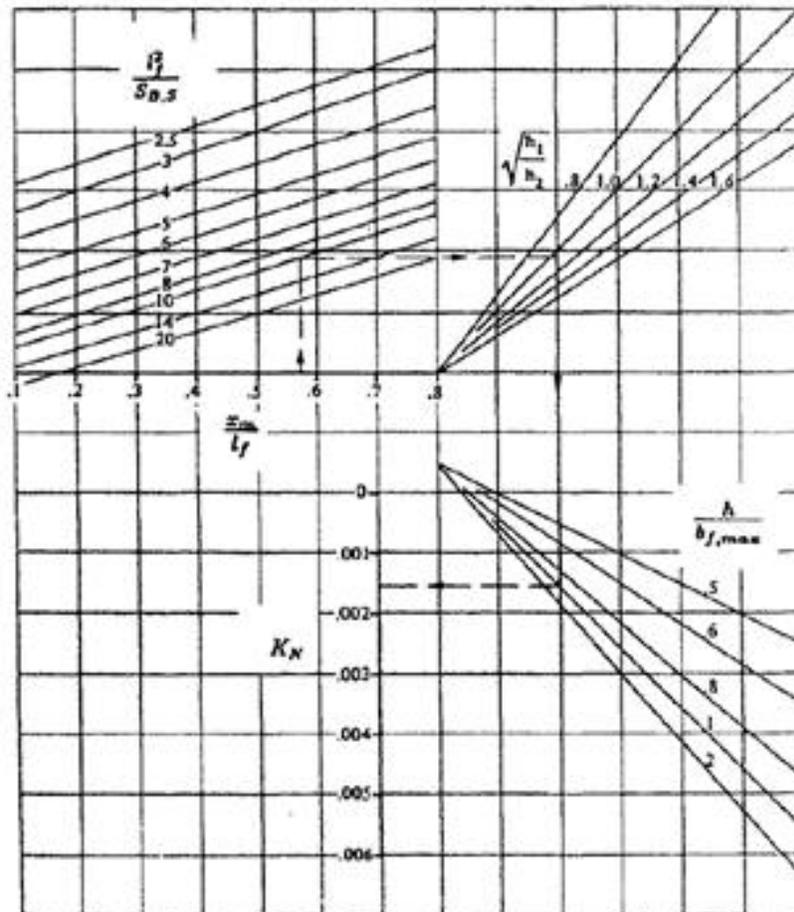
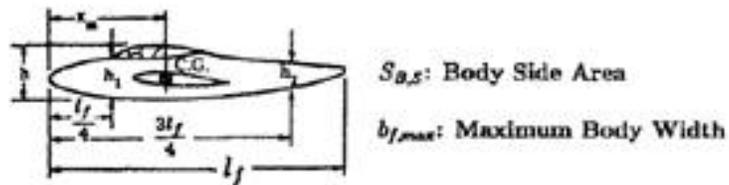
área lateral proyectada del fuselaje; S es el área de referencia del ala y  $l_f$  es la longitud del fuselaje. Por lo tanto se obtiene que: <sup>14</sup>

$$(C_{n\beta})_{B(w)} = -K_N K_{RI} \left( \frac{S_{B,S}}{S} \right) \left( \frac{l_f}{b} \right) / \text{deg}$$

Ecuación 22

Los valores de  $K_N$  y  $K_{RI}$  pueden ser hallados en las figuras 9 y 10.

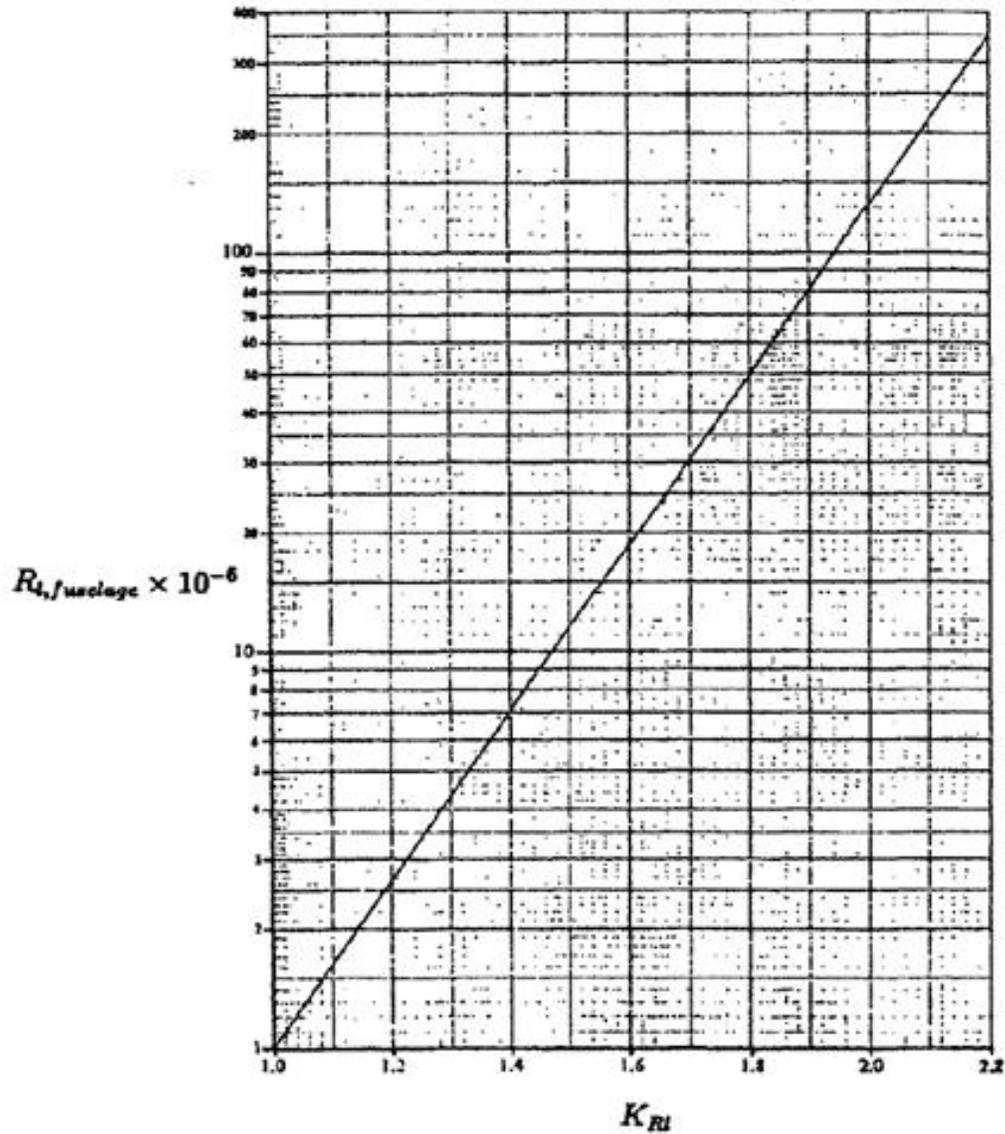
Figura 8 Factor empírico  $K_N$



Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.271

<sup>14</sup> PAMADI, BANDU. Op. cit P.270.

Figura 9 Variación del KRI con el número de Reynolds del fuselaje.



Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.272.

- **Contribución de la cola**

La contribución del estabilizador horizontal, al igual que el ala, depende del ángulo de flechamiento y el diedro pero ésta es muchísima más pequeña que la contribución del ala debido a la diferencia de tamaños, por consiguiente ésta contribución puede ser ignorada.

Por otro lado, la contribución del estabilizador vertical es muy importante y depende del brazo de momento desde el centro de gravedad, área de superficie, relación de aspecto, barrido y geometría trasera del fuselaje.

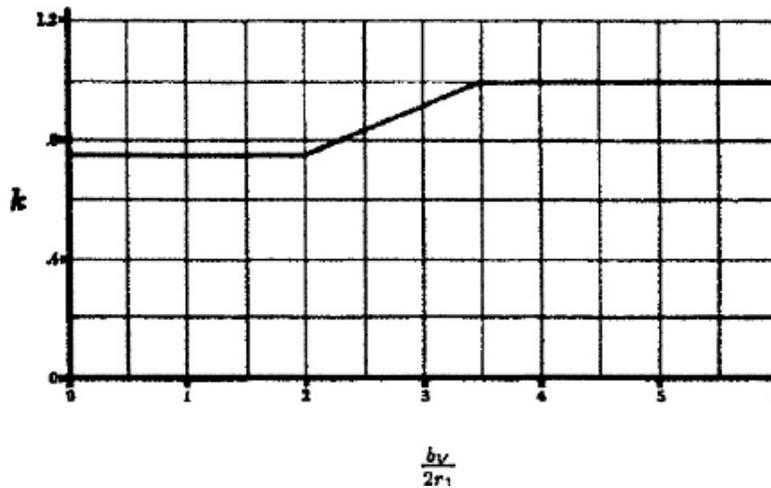
Para velocidades subsónicas la fuerza desarrollada por el estabilizador vertical cuando el timón de dirección está en posición neutra se da por la Ecuación 23<sup>15</sup>.

$$Y_v = -k q_v a_v (\beta + \sigma) S_v$$

**Ecuación 23**

En donde k se halla por medio la Figura 10, en donde  $b_v$  es el espacio vertical de la cola a la altura de la línea central del fuselaje y  $r_1$  es el radio medio de las secciones inferiores del estabilizador vertical.

**Figura 10 Parámetro empírico k**



**Fuente:** PAMADI, Bandu op. cit., p.3273.

- **Contribución de la unidad propulsora**

El efecto de la hélice para la estabilidad estática direccional consiste en:

<sup>15</sup> Ibid., p. 270

- El efecto directo debido a las fuerzas generadas por o actuando en la unidad de propulsión que consisten en el empuje desarrollado y la resistencia que actúa en la hélice debido principalmente al sideslip. La contribución debido al empuje para la estabilidad direccional puede ser ignorado pero no la fuerza en el plano de rotación producida por la resistencia de la hélice. El efecto de esta segunda fuerza depende de la ubicación de la unidad propulsora.<sup>16</sup>
- El efecto indirecto causado por la estela de la hélice que pasa sobre la superficie del ala o de la cola, ya que la asimetría de la resistencia aerodinámica  $\Delta D$  produce un momento de yaw desestabilizante  $\Delta N$ ; sin embargo, los fenómenos aerodinámicos son complejos y no es preciso estimarlo con métodos empíricos.<sup>17</sup>

- **Estabilidad Direccional para Timón de Dirección Fijo (rudder-fixed)**

La estabilidad direccional para el timón de dirección fijo está dada por la Ecuación 24 en donde el  $(C_{n\beta})_{fix}$  debe ser positivo en el ángulo de ataque deseado y rango de velocidad.<sup>18</sup>

$$(C_{n\beta})_{fix} = (C_{n\beta})_w + (C_{n\beta})_{B(w)} + (C_{n\beta.V})_{fix}$$

Ecuación 24

- **Control Direccional**

El timón de dirección es la superficie empleada para control direccional. Una deflexión positiva del timón de dirección (lado izquierdo) produce un momento de cabeceo negativo y cuando es una deflexión negativa (lado derecho) produce un momento de cabeceo positivo, de tal manera que  $C_{n\delta r}$  sea usualmente negativo en la Ecuación 25.<sup>19</sup>

$$C_{n\delta r} = \frac{Nr}{qSb}$$

Ecuación 25

<sup>16</sup> RIBNER, Herbert Op. cit P.4.

<sup>17</sup> Ibid., p. 4

<sup>18</sup> PAMADI, BANDU. Op. cit P. 279

<sup>19</sup> Ibid., p. 280

- **Estabilidad direccional para timón de dirección libre (rudder-free)**

Es la condición en la cual el piloto no activa el timón de dirección y por lo tanto el momento de bisagra producido únicamente por fuerzas aerodinámicas es cero. Esta posición se conoce como el ángulo de flotamiento del timón de dirección, el cual está dado por la Ecuación 26.<sup>20</sup>

$$\delta_{rf} = -\frac{C_{h\beta}}{C_{h\delta r}} \beta$$

**Ecuación 26**

El momento de bisagra generado por el timón de dirección es positivo si se incrementa la deflexión del timón de dirección hacia la izquierda. La deflexión positiva del timón de dirección generará un momento de bisagra negativo.

Para que la estabilidad direccional del timón de dirección libre sea positiva la contribución total debe ser positiva:  $(C_{n\beta})_{free} > 0$ .<sup>21</sup>

$$(C_{n\beta})_{free} = (C_{n\beta})_w + (C_{n\beta})_{B(w)} + (C_{n\beta.v})_{free}$$

De donde,

$$(C_{n\beta.v})_{free} = (C_{n\beta.v})_{fix} + C_{h\beta} \left( \frac{C_{n\delta r}}{C_{n\delta r}} \right)$$

**Ecuación 27**

- **Fuerzas de Pedal**

Esta fuerza de pedal, que se puede estimar con la Ecuación 28<sup>22</sup>, proviene de la relación de apalancamiento entre los pedales y el timón de dirección, el área de la superficie de control, la cuerda principal aerodinámica y se asume que posee una aleta compensadora; ésta fuerza de pedal sirve para mantener la deflexión del timón de dirección en un viraje coordinado o durante el aterrizaje con viento cruzado.

---

<sup>20</sup> Ibid., p. 280

<sup>21</sup> Ibid., p. 285

<sup>22</sup> Ibid., p. 285

$$F_p = G_2 q n_v S_r \bar{c}_r \left( C_{h\beta} \beta - C_{h\delta r} \frac{(C_{n\beta})_{fix} \beta}{C_{h\delta r}} + C_{h\delta t} \delta t \right)$$

Ecuación 28

### 6.1.3 Estabilidad lateral

La estabilidad lateral de una aeronave recae en la capacidad que posee ésta para hacer frente a una perturbación que la saca de su posición de equilibrio alrededor del eje longitudinal. Una vez la aeronave posea banqueo, ésta derrapa en la dirección del banqueo y se produce una componente de la velocidad a lo largo de la envergadura. Si el avión regresa a su condición inicial por efecto de la acción del *sideslip* en la estructura entonces se dice que la aeronave está lateralmente estable. Un *sideslip* positivo induce a un momento restaurador de roll positivo y uno negativo induce un momento restaurador negativo.<sup>23</sup>

Matemáticamente la estabilidad lateral se puede expresar como la variación del momento de banqueo o coeficiente del momento de banqueo con respecto al ángulo de derrape (Ecuación 29). Si la pendiente es negativa,  $L_\beta < 0$  o  $C_{l\beta} < 0$ , se dice que la aeronave es lateralmente estable.<sup>24</sup>

$$L_\beta = \frac{\partial L}{\partial \beta}$$

Ecuación 29

- **Evaluación de la estabilidad lateral**

Al igual que la estabilidad longitudinal y direccional, la lateral también es la suma de las diferentes contribuciones de las partes del avión, pero aquí la contribución de la parte propulsora es tan pequeña que puede ser ignorada.

---

<sup>23</sup> Ibid., p. 293

<sup>24</sup> Ibid., p. 294

- **La contribución del fuselaje**

Para la estabilidad lateral es despreciable pero posee un efecto importante cuando se analiza con las alas por la interferencia en el flujo: el ala alta contribuye a la estabilidad lateral y el ala baja la disminuye.

- **La contribución de las alas**

La contribución depende de la interferencia entre ala-fuselaje, el ángulo diedro del ala y el flechamiento del borde de ataque del ala.

Al igual que para estabilidad direccional, la influencia del diedro en la lateral se analiza a partir Strip Theory. La contribución del diedro en la estabilidad lateral se estima como  $C_{l\beta} = -\frac{a_0\Gamma}{4}$ , en donde el ángulo diedro y la pendiente de la curva de la sección son directamente proporcionales.

Para determinar el efecto del ala con flechamiento se emplea la Ecuación 30.<sup>25</sup>

$$C_{l\beta} = -\left(\frac{2a_0 \text{sen}\Lambda C_L}{Sb}\right) \int_0^{\frac{b}{2} \text{sec}\Lambda} c(y_h) y_h dy_h$$

**Ecuación 30**

Se observa que el ala con flechamiento positivo tiene un efecto negativo en la estabilidad estática lateral y su magnitud depende del ángulo de flechamiento en el borde de ataque y el coeficiente de sustentación o ángulo de ataque. Por ende, un flechamiento negativo tiene un efecto desestabilizante.

---

<sup>25</sup> Ibid., p. 297

La contribución por parte del ala combinada (con diedro y flechamiento) se asume como la suma de las contribuciones individuales obtenidas a partir de Strip Theory pero ésta teoría ignora los efectos de la interferencia entre las secciones del ala adyacentes, las variaciones del downwash a lo largo de la envergadura y la resistencia inducida. Por lo anterior es recomendable utilizar la Ecuación 31<sup>26</sup>, para aeronaves que vuelan a velocidades subsónicas. Los parámetros requeridos son sacados de las figuras 11, 12, 13, 14, 15 y 16.

$$(C_{l\beta})_{w(B)} = C_L \left[ \left( \frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_{\Lambda c/2} K_{M\Lambda} K_f + \left( \frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_A \right] + \Gamma \left[ \left( \frac{C_{l\beta}}{\Gamma} \right) K_{M\Gamma} + \frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma} \right] + (\Delta C_{l\beta})_{zw}$$

**Ecuación 31**

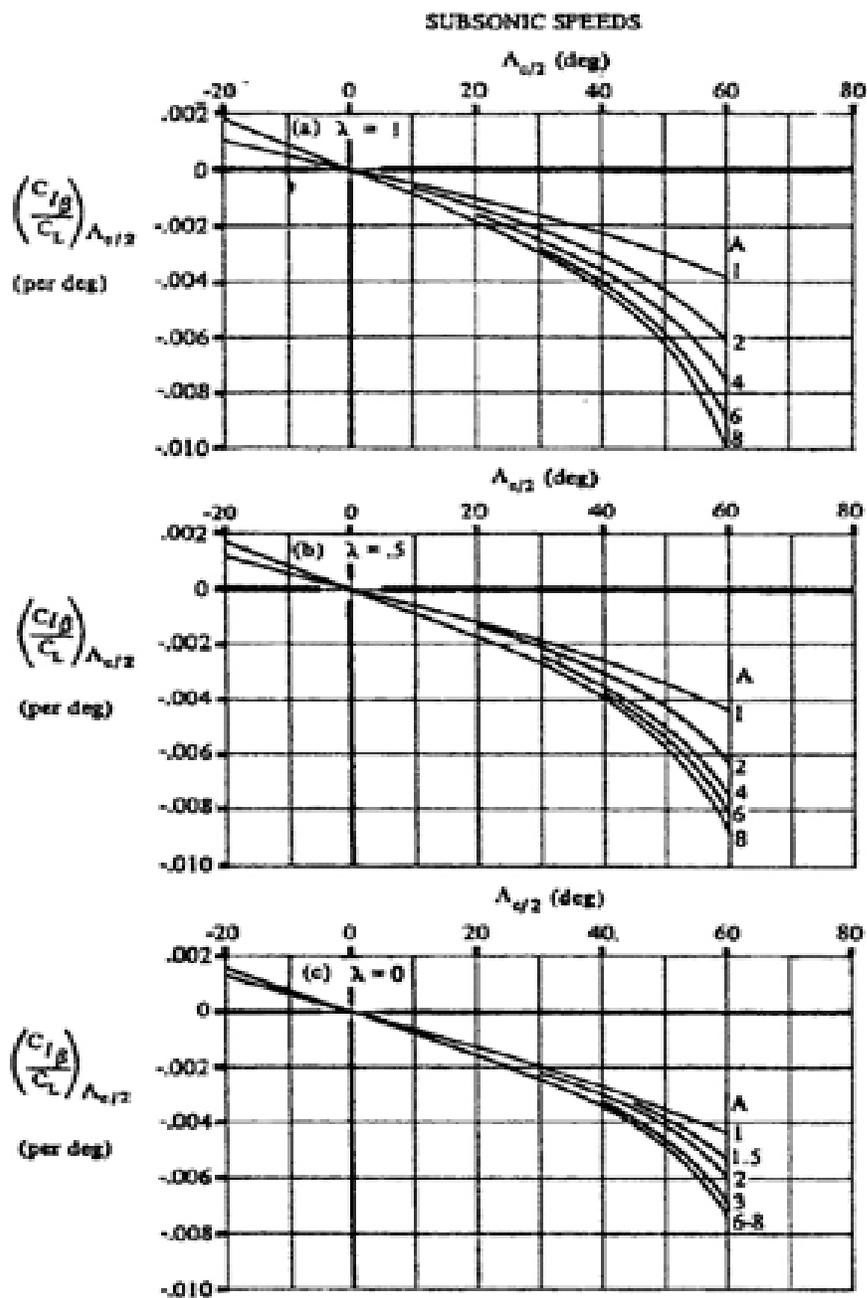
La relación  $\frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma}$  depende de la relación de aspecto del ala, del diámetro medio del fuselaje en la raíz del ala y de la envergadura del ala.

El parámetro  $(\Delta C_{l\beta})_{zw}$  depende de las mismas variables de la anterior, pero también depende de la distancia vertical entre la línea central del fuselaje y un punto de un cuarto de la raíz del ala.

---

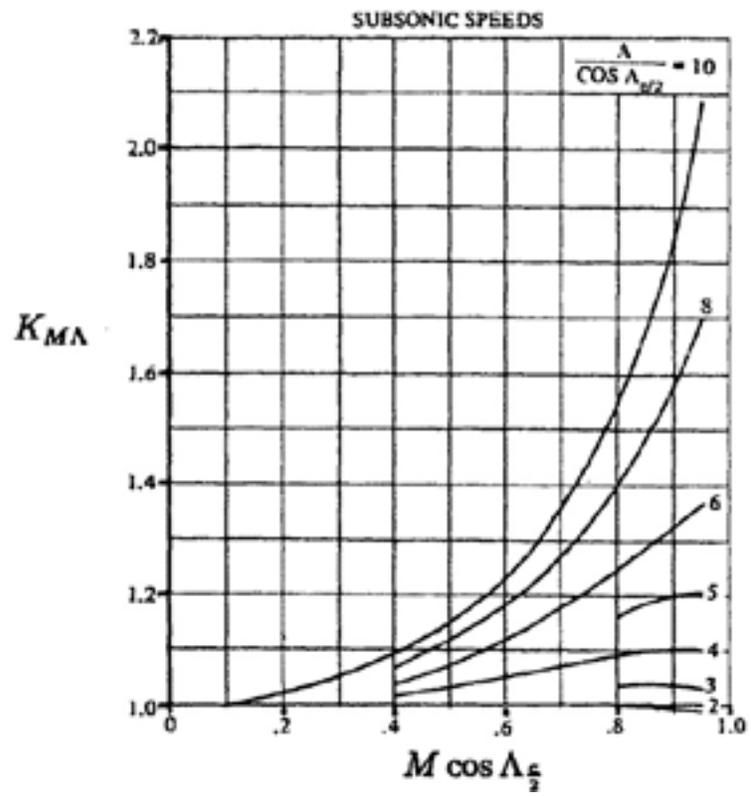
<sup>26</sup> Ibid., p. 300

Figura 11 Contribución del flechamiento del ala para  $C_{i\beta}$



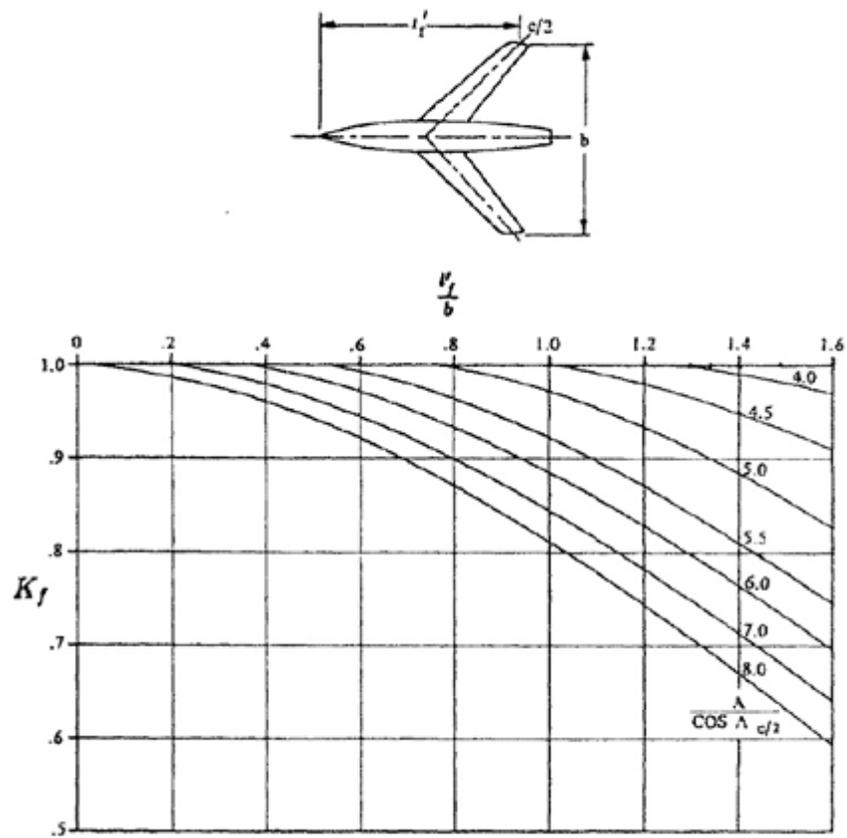
Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.301

Figura 12 Corrección del factor  $K_{M\Lambda}$



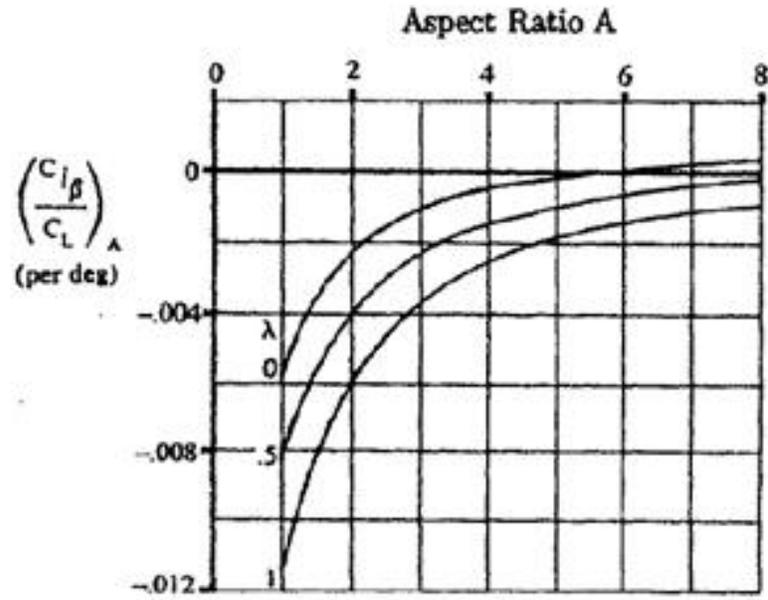
Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.302

Figura 13 Corrección factor  $K_f$



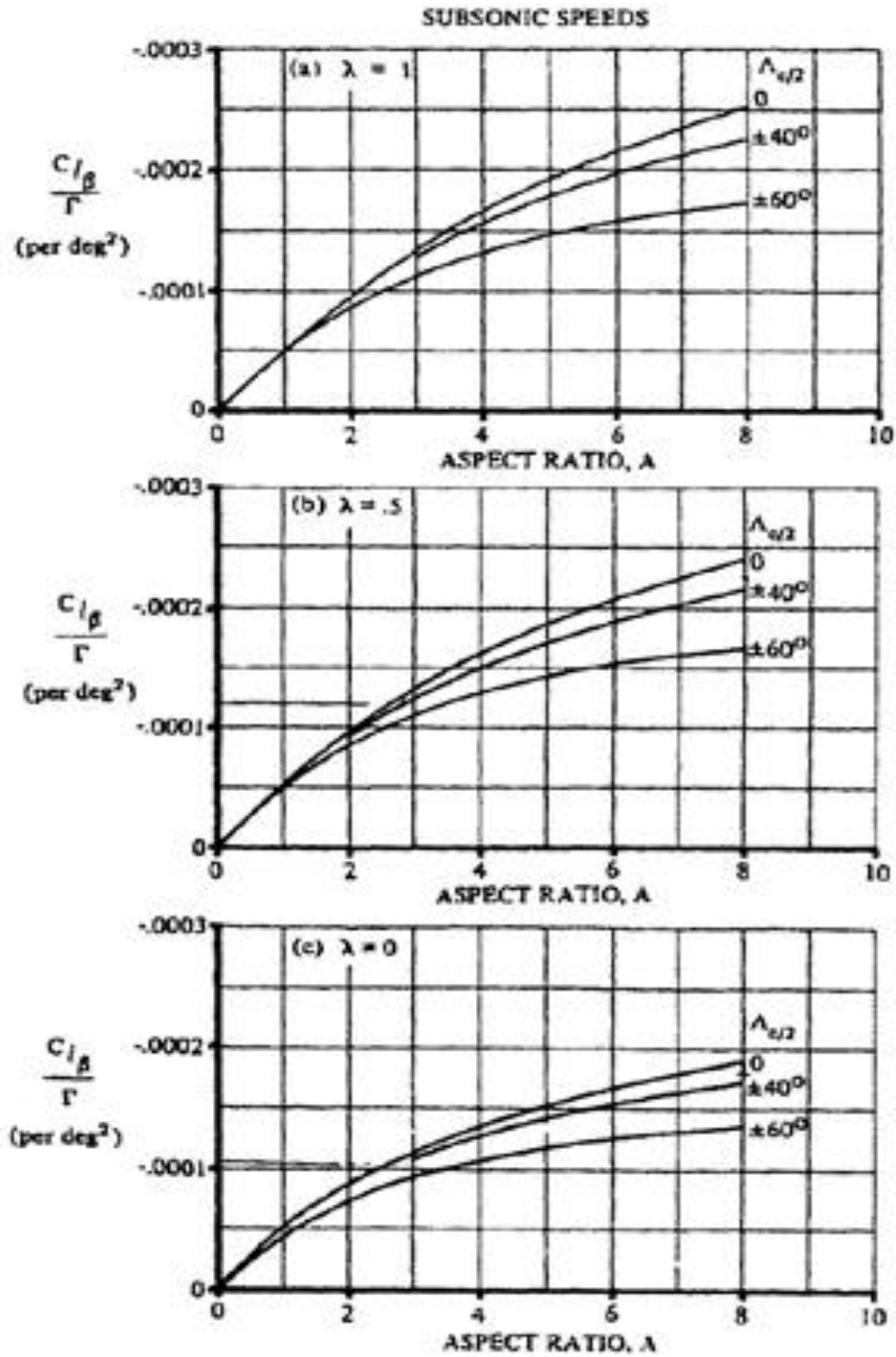
Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.303

Figura 14 Contribución de la relación de aspecto para  $C_{i\beta}$



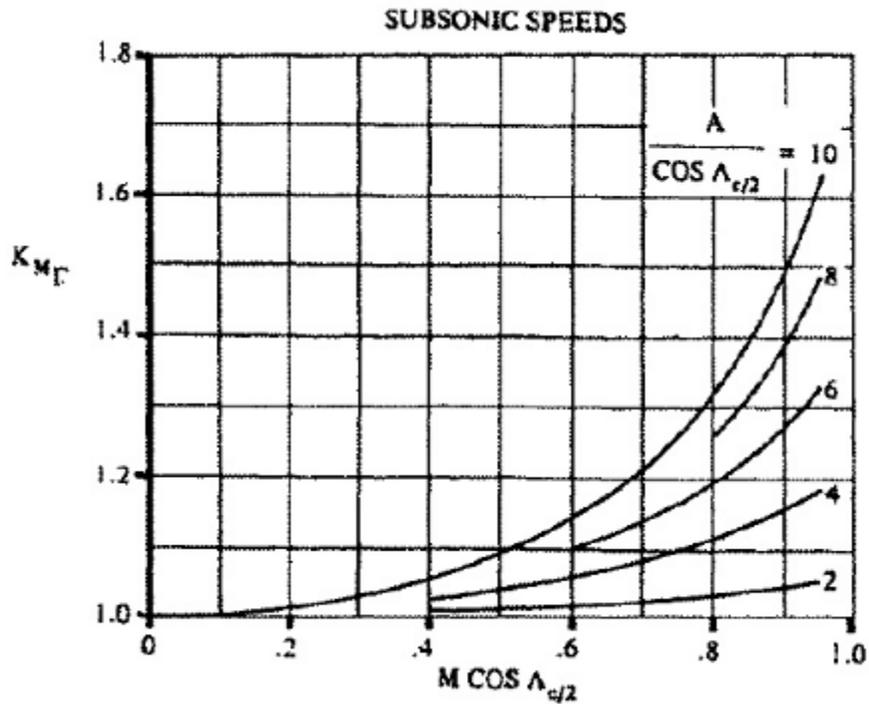
Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.304

Figura 15 Contribución del ala con diedro para  $C_{l\beta}$



Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.305

Figura 16 Corrección del efecto del ala con diedro



Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.306

La estabilidad total lateral está dada por la sumatoria de las contribuciones individuales y se tiene que<sup>27</sup>:

$$C_{l\beta} = [(C_{l\beta})_w \circ (C_{l\beta})_{w(B)}] + (C_{l\beta})_v$$

Ecuación 32

- **Control Lateral**

Los alerones son las superficies de control que se utilizan para rotar el avión alrededor del eje longitudinal. Para obtener control de éste movimiento, los alerones deben actuar diferencialmente.

<sup>27</sup> Ibid., p. 304

Al tener  $\delta_a > 0$  el momento de roll es negativo y el coeficiente de momento de roll se define como:<sup>28</sup>

$$C_l = \frac{L}{qSb}$$

**Ecuación 33**

En donde L, es el momento de Roll.

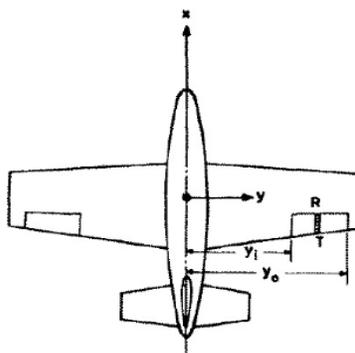
Para el control lateral se puede utilizar el Strip Theory, en donde el momento de roll total depende de la cuerda local del alerón y del cambio del ángulo de ataque del ala por unidad de deflexión de cada alerón (Ecuación 34).<sup>29</sup>

$$C_{l\delta a} = \frac{2a_w\tau_a}{Sb} \int_{y_i}^{y_o} C_a(y)ydy$$

**Ecuación 34**

Este método se puede observar en la Figura 17, este método está encargado de dividir el ala en secciones que se tratan como perfiles en 2D, con el fin de determinar la pendiente de la recta de la variación del coeficiente de sustentación en función de la deflexión del alerón.

**Figura 17 Estimación de la Strip Theory para la efectividad del alerón.**



**Fuente:** PAMADI, Bandu op. cit., p.309

<sup>28</sup> Ibid., p. 304

<sup>29</sup> Ibid., p. 308

## 7 METODOLOGÍA

### 7.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

El enfoque de este proyecto es empírico analítico, debido a que se realizará un análisis de la estabilidad estática y control de la aeronave, al igual que se obtendrán las características aerodinámicas con el software XFRL5 y finalmente se diseñarán los mecanismos de movimiento de las superficies de control.

### 7.2 LÍNEA DE INVESTIGACIÓN DE USB/ SUB-LÍNEA DE FACULTAD/ CAMPO TEMÁTICO DEL PROGRAMA

Tecnología e Innovación/ Energía y vehículos/ Diseño y Construcción de Aeronaves.



## 8 VARIABLES

### 8.1 Variables Independientes

- a. Peso al despegue de la aeronave.
- b. Envergadura.
- c. Área alar.
- d. Carga Alar.
- e. Cuerda media aerodinámica.
- f. Relación de Aspecto.
- g. Velocidad de crucero.

### 8.2 Variables Dependientes

- a. L/D máximo.
- b. Factor de eficiencia de Oswald.
- c. Coeficiente de resistencia inducida.
- d. Potencia requerida.
- e. Densidad.
- f. Estabilidad Longitudinal.
- g. Estabilidad Direccional.
- h. Estabilidad Lateral.

## 9 DESARROLLO DE INGENIERÍA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Identificar las características aerodinámicas del SUE-SUA es importante para así determinar si la configuración actual cumple con las características de estabilidad y control. Para ello fue necesario hallar los coeficientes de sustentación, resistencia y momentos requeridos con ayuda del programa XFLR5 el cual utiliza el *Vortex Lattice Method* o VLM. Para el caso de la aeronave no se utilizó el LLT, ya que este método es para alas planas y sencillas como se encuentran en las aeronaves tipo monoplano, por ende éste no está en la capacidad de manejar dos o más superficies alares como las posee el SUE-SUA:

El principio de este método consiste en dividir la superficie alar en paneles que se sustituyen por pequeños vórtices de herradura. A cada panel, además, se le asigna un punto de control sobre el cual se hace cumplir la condición de tangencialidad. Las expresiones algebraicas que representan la velocidad inducida por los vórtices en cada punto de control se resuelven para encontrar la intensidad de cada vórtice de tal manera que se cumpla la condición de tangencialidad y de Kutta. Con la intensidad de cada vórtice se puede calcular la sustentación en cada panel y la total del ala.

El VLM permite calcular las fuerzas de sustentación y resistencia inducida en una superficie alar de manera relativamente rápida y con buena precisión, a pesar de que trata al flujo como no viscoso y por lo tanto no está en capacidad de predecir la resistencia al avance producido por los esfuerzos cortantes ni la pérdida del ala, sin embargo, permite calcular fuerzas aerodinámicas en configuraciones no planares como es el caso del Sue-Sua.

XFLR5 es muy utilizado para analizar perfiles y alas que operan a bajos números de Reynolds como lo es el SUE-SUA. En Septiembre de 2010, XFLR5 v6 introduce los

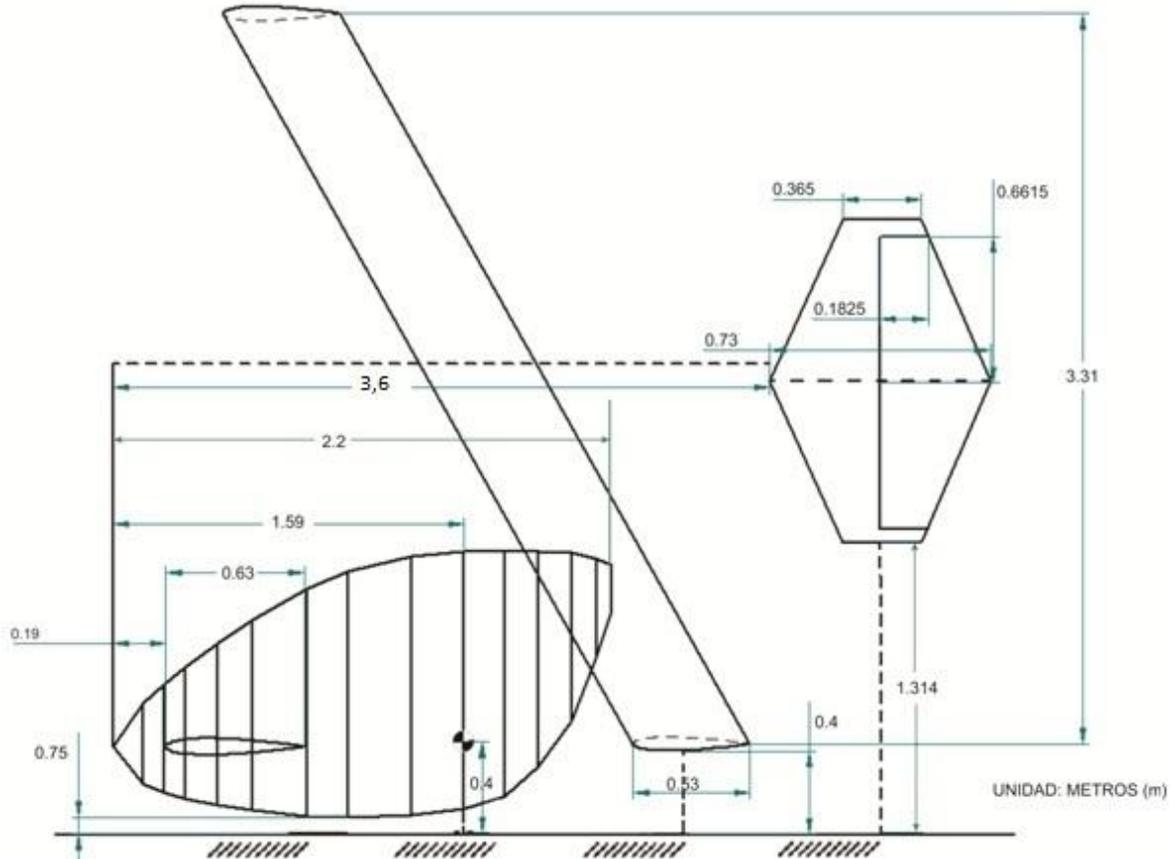
análisis de estabilidad y control dinámicos a partir de la información aerodinámica calculada por VLM y la distribución de masas del avión.<sup>30</sup>

Para el análisis de la aeronave, fue necesario crear la geometría de la aeronave que incluye alas, side plates, fuselaje, estabilizador vertical y horizontal. Para crear la geometría en XFLR5 fue necesario reconstruir la aeronave en CATIA a partir de las medidas publicadas en la tesis “Diseño Preliminar de una aeronave de propulsión humana para la competencia internacional Kremer en la categoría Maratón” de Juan Sebastian Tobón. Al reproducir la aeronave se observó que el fuselaje estaba pequeño con respecto a las medidas del piloto de la aeronave que debe medir alrededor de 1.60 m y tener peso aproximado de 58 kgf. Según lo estipulado para el diseño y configuración del fuselaje es importante que exista espacio suficiente para la movilidad y buena comodidad del piloto, por ende fue necesario redimensionar el fuselaje para que el piloto representado digitalmente en CATIA tenga el espacio requerido. Las medidas de la aeronave y del fuselaje se muestran en la Figura 18.

---

<sup>30</sup> XFKR5 v6 Guidelines.

Figura 18 Distancias establecidas del SUE SUA para el análisis de estabilidad estática



Con las medidas del avión y sus componentes verificadas se comenzó a crear la geometría en XFLR5 para lo cual se utiliza el “plane editor” que reconoce hasta 5 partes de una aeronave: fuselaje, ala principal, elevador, fin (estabilizador vertical) y da la opción de una segunda ala cuando se trata de un biplano.

Para cada parte se definieron las siguientes características (Dirigirse a la Figura 1, Figura 2, Figura 3 y Figura 4 del Anexo C de este documento para observar la aeronave en el análisis realizado en XFLR5):

**a) Alas:** Se introdujeron datos como el tipo de perfil que se utilizó (en este caso el FX 76-MP-120), la cuerda del perfil, el ángulo de incidencia, ubicación de los alerones (en el ala inferior), envergadura y posición con respecto al origen del sistema de coordenadas del avión.

- b) Superficies verticales:** Se introdujo el tipo de perfil (NACA 0009), longitud posición y número de paneles.
- c) Fuselaje:** Se realizó por medio de “Flat Panels” que se crean a partir de las coordenadas de puntos de control en secciones transversales a lo largo de la longitud tomadas de la geometría elaborada en CATIA.
- d) Estabilizador horizontal o Canard:** Se introdujo el tipo de perfil (NACA 0012), cuerda, envergadura y posición con respecto al origen del sistema de coordenadas. También se definieron la posición, longitud y cuerda del elevador.
- e) Fin o estabilizador vertical:** Se definió igual que el Canard con el tipo de perfil (NACA 0012), cuerda longitud y posición; además, se definieron las dimensiones del timón.

Para mayor claridad remitirse al anexo c al final del documento en donde se muestra la aeronave modelada en el programa XFLR5.

Para el análisis en el avión en tres dimensiones fue necesario evaluar los perfiles aerodinámicos para ángulos de ataque entre -20 y 20 y números Reynolds entre 300,000 y 700,000 en incrementos de 50,000. Para poder evaluar la aerodinámica con el método de VLM y estimar el efecto de la viscosidad, XFLR5 necesita datos del perfil para Reynolds por debajo y por encima del de operación, siendo el Reynolds de la aeronave (Ecuación 35):

$$Re = \frac{V * \rho * C}{\mu}$$

**Ecuación 35**

$$Re = \frac{\left(1.225 \frac{Kg}{m^3}\right) \left(14.01 \frac{m}{s}\right) (0.55 m)}{1.785 * 10^{-5} \frac{Kg}{s * m}}$$

$$Re = 530,000$$

Luego se analizó la aeronave en conjunto y cada uno de sus componentes por separado para determinar las curvas de  $C_D$  vs  $C_L$ ;  $C_L$  vs  $\alpha$ ;  $C_M$  vs  $\alpha$  y  $C_L/C_D$  vs  $\alpha$  necesarias para determinar la contribución de cada componente en la estabilidad de la aeronave.

Para obtener el resultado final del biplano primero se analizaron los perfiles respectivos a cada superficie y así obtuvo un coeficiente máximo de sustentación el cual tuvo una magnitud de  $C_{L_{maxperfil}} = 1.5294$  con un ángulo de ataque igual a  $\alpha = 10$  *grados*. Por consiguiente al analizar toda la aeronave el programa solo iteró hasta un ángulo máximo de  $\alpha_{max} = 8$  *grados* ya que después de este ángulo el flujo sobre las alas comienza a separarse y el modelo de VLM no puede encontrar una solución para el flujo potencial. En aeronaves monoplano convencionales, el flujo de aire se “cuela” por las puntas de las alas formando vórtices que aumentan en intensidad con el ángulo de ataque. Estos vórtices de punta de ala inducen una componente de velocidad descendente sobre el ala y energizan el flujo de tal manera que retrasan la separación de la capa límite. Por lo tanto, en alas finitas, el coeficiente de máxima sustentación ocurre en ángulos de ataque mayores que para un ala infinita con el mismo perfil pero su valor es menor. Por la configuración box wing del ala del Sue-Sua, el flujo que trata de colarse por las puntas de las alas es retenido por las superficies verticales de tal manera que si existen, su intensidad es mínima y los efectos en el flujo sobre el ala son mínimos. Esto explica por qué los el ángulo de ataque máximo del ala es muy parecido al del perfil. Como el modelo VLM no puede encontrar una solución para condiciones en los que la separación del flujo es considerable, se adopta como coeficiente máximo de sustentación, aquel que resulta de la solución del ángulo de ataque más alto al que iteró el programa XFLR5, es decir  $C_{L_{max}} = 1.328$ .

De acuerdo a los datos obtenidos por el programa XFLR5 se obtuvo que la aeronave tiene un rendimiento aerodinámico máximo de  $L/D_{max} = 26.816$  que se da en un ángulo de ataque con una magnitud igual a  $\alpha = 4.5$  *grados*.

El estudio y la comparación de las gráficas de las alas fue necesario realizarlo para ver como variaban los coeficientes cuando se analizaban las alas con las superficies verticales, las alas sin las superficies verticales, el ala superior y el ala inferior. Los resultados se presentan la sección de Análisis de Resultados.

## 9.1 ESTABILIDAD LONGITUDINAL

Por medio de la contribución de cada componente del avión se determinó la estabilidad de la aeronave.

El criterio de estabilidad longitudinal depende de los siguientes parámetros.<sup>31</sup>

$$C_{m_o} > 0$$

$$C_{m_\alpha} < 0$$

Por tanto, si al hacer los cálculos en cada sección de la aeronave se cumplen las dos condiciones anteriores se dice que contribuyen a la estabilidad total del avión.

### 9.1.1 Contribución del motor

La contribución del motor se calcula utilizando la siguiente expresión.<sup>32</sup>

$$M_p = N_p * l_p + T * Z_p$$

**Ecuación 36**

Al llevar la ecuación (36) a términos de coeficientes de momento y empuje se obtiene.<sup>33</sup>

$$Cm_p = C_{N_p} * \frac{S_p}{S} * \frac{l_p}{C} + 2T_c * \frac{D_p^2}{S} * \frac{Z_p}{C}$$

**Ecuación 37**

Donde el coeficiente de empuje se define como:<sup>34</sup>

$$T_c = \frac{C_T}{j^2}$$

**Ecuación 38**

<sup>31</sup> PAMADI, BANDU. Op. cit P.260. P. 168

<sup>32</sup> RIBNER, Herbert. Formulas for propeller in yaw and charts of the side force derivative. NACA L-217. P.4

<sup>33</sup> Ibid.,P. 5.

<sup>34</sup> RIBNER, Herbert. Notes on the propeller and slipstream in relation to stability. NACA L-25. P.15

Los datos obtenidos de acuerdo al diseño de la hélice se presentan en la siguiente tabla.<sup>35</sup>

**Tabla 1 Características de la hélice**

Característica	Magnitud	Unidades
Número de palas	2	-
RPM	250	rpm
Diámetro hélice ( $D_p$ )	3	m
Diámetro Spinner	0.12	m
Velocidad	14.1	m/s
Potencia	266	W

Se utilizó el programa Javaprop de licencia gratuita para analizar la hélice del Sue Sua con el método de *blade element theory* y estimar las propiedades de la hélice requeridas para determinar su contribución a la estabilidad durante una etapa de crucero. Al ingresar los parámetros de entrada de la Tabla 1 se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 2.

**Tabla 2 Datos obtenido en Javaprop**

Característica	Magnitud	Ecuación	Unidad
Relación de avance (J)	1.128	$J = \frac{V_\infty}{n * D}$	-
Eficiencia ( $\eta_{\square}$ )	77.005%	$n = \frac{T * v}{P}$	-
Empuje (T)	14.53	-	N
Potencia (P)	266	-	W
$\beta$ al 75%	28.88°	-	Grados
Coficiente de empuje ( $C_t$ )	0.0085	$C_T = \frac{T}{\rho * n^2 * D^4}$	-
Coficiente de potencia ( $C_p$ )	0.0124	$C_p = \frac{P}{\rho * n^3 * D^5}$	-
Pitch H	3.89	-	m

A partir de los datos obtenidos en la tabla anterior se calculó el coeficiente de empuje.

$$T_c = \frac{0.085}{1.128^2}$$

$$T_c = 0.0668$$

**Ecuación 39**

<sup>35</sup> TOBON. Juan. Diseño preliminar de una aeronave de propulsión humana para la competencia internacional Kremer en la categoría maratón. P. 102

Luego se calculó el flujo de entrada usando la Ecuación 40<sup>36</sup>

$$a = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{8 * T_c}{\pi}}}{2}$$

**Ecuación 40**

$$a = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{8 * 0.0668}{\pi}}}{2}$$

$$a = 0.08505$$

La velocidad axial en el disco de la hélice se determinó a partir de la Ecuación 41<sup>37</sup>

$$V_a = V + (1 + a)$$

**Ecuación 41**

$$V_a = 14.1 + (1 + 0.08505)$$

$$V_a = 15.1818 \text{ m/s}$$

El factor en función de la velocidad axial se obtiene a partir de la Ecuación 42<sup>38</sup>

$$f(a) = \frac{(1+a)[(1+a)+(1+2a)^2]}{1+(1+2a)^2}$$

**Ecuación 42**

$$f(a) = \frac{(1 + 0.08505)[(1 + 0.08505) + (1 + 0.1701)^2]}{1 + (1 + 0.1701)^2}$$

$$f(a) = 1.1239$$

Los coeficientes  $K_s$  y  $K_a$  según los promedios tienen la siguiente magnitud:<sup>39</sup>

$$K_s = 1.14$$

$$K_a = 0.4$$

Los parámetros geométricos de la hélice se obtuvieron del programa Javaprop y en la Tabla 3 se muestran los resultados.

<sup>36</sup> RIBNER, Herbert. Wartime Report. P. 3

<sup>37</sup> RIBNER, Herbert. NACA L-25. P. 4

<sup>38</sup> Ibid., P.15

<sup>39</sup> Ibid., P.7

**Tabla 3 .Datos de entrada para calcular la contribución de la hélice**

r/R	c/R	$\beta$	H/D	r (m)	C(mm)	H	t(mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
0.05	0.0016	85.2	1.9	75	2.4	5554.5	0.3
0.1	0.0062	77.6	1.4	150	9.3	4281.4	1.1
0.15	0.0131	70.5	1.3	225	19.6	3999.1	2.4
0.2	0.0212	64.1	1.3	300	31.8	3886.4	3.9
0.25	0.0295	58.4	1.3	375	44.3	3833.2	5.4
0.3	0.0376	53.4	1.3	450	56.4	3807.7	6.9
0.35	0.0424	49	1.3	525	63.6	3797.3	7.7
0.4	0.0404	45.2	1.3	600	60.5	3796.2	7.4
0.45	0.0375	41.9	1.3	675	56.2	3801.1	6.8
0.5	0.0342	39	1.3	750	51.4	3810	6.2
0.55	0.0309	36.4	1.3	825	46.3	3822	5.6
0.6	0.0275	34.2	1.3	900	41.3	3836.1	5
0.65	0.0243	32.2	1.3	975	36.4	3851.9	4.4
0.7	0.022	30.4	1.3	1050	33	3869	4
0.75	0.0201	28.8	1.3	1125	30.1	3887.2	3.7
0.8	0.0178	27.4	1.3	1200	26.8	3906.2	3.3
0.85	0.0154	26.1	1.3	1275	23	3925.9	2.8
0.9	0.0124	24.9	1.3	1350	18.7	3946.1	2.3
0.95	0.0087	23.9	1.3	1425	13.1	3966.8	1.6
1	0.0004	22.9	1.3	1500	0.7	3988	0.1

Las variables  $I_1, I_2$  de las Ecuación 43 Ecuación 43 y Ecuación 44 se calcularon de manera discreta utilizando la información obtenida con Javaprop para cada sección de la pala, es decir, la integral se sustituyó por una sumatoria.

$$I_1 = \frac{3}{4} m_o \int_{x_o}^1 \left( \frac{b}{b_{0.75R}} \right) \sin \beta_o dx$$

**Ecuación 43**

$$I_1 = 1.6857$$

$$I_2 = \frac{3}{4} m_o \int_{x_o}^1 \left( \frac{b}{b_{0.75R}} \right) \cos \beta_o dx$$

**Ecuación 44**

$$I_2 = 0.272$$

La variable  $I_3$  se obtuvo a partir de la Figura 14 del Anexo A.

$$I_3 = 0.2$$

La variación del coeficiente de empuje normal con relación al ángulo de ataque se calculó con la Ecuación 45 después de haber hallado los valores requeridos.<sup>40</sup>

$$\frac{dC_{N_o}}{d\alpha} = \frac{K_s * \left( \sigma I_1 - \frac{\sigma^2 I_2^2}{1 + \sigma I_3} \right)}{1 + K_a * \left( \sigma I_1 - \frac{\sigma^2 I_2^2}{1 + \sigma I_3} \right)}$$

**Ecuación 45**

$$\frac{dC_{N_o}}{d\alpha} = \frac{1.14 * \left( 0.5225 - \frac{0.31^2 * 0.272^2}{1 + 0.3191 * 0.2} \right)}{1 + 0.4 * \left( 0.5225 - \frac{0.31^2 * 0.272^2}{1 + 0.3191 * 0.2} \right)}$$

$$\frac{dC_{N_o}}{d\alpha} = 0.814 / \text{grados}$$

Se calculó la variación del coeficiente de fuerza normal producido por la hélice en función del ángulo de ataque (Ecuación 46).

$$\frac{dC_{N_p}}{d\alpha} = \frac{dC_{N_o}}{d\alpha} f(a)$$

**Ecuación 46**

$$\frac{dC_{N_p}}{d\alpha} = \frac{0.814}{\text{grados}} * 1.9958$$

$$\frac{dC_{N_p}}{d\alpha} = 1.625 / \text{grados}$$

Las distancia entre el centro de gravedad y la hélice es:<sup>41</sup>

$$l_p = 1.25 \text{ metros}$$

$S_p$  es el área que forma la hélice cuando está girando:

$$S_p = 7.0685 \text{m}^2$$

Por lo tanto el coeficiente de momento producido por los efectos indirectos de la hélice es.<sup>42</sup>

<sup>40</sup> RIBNER, Herbert.. Op. cit. P.4

<sup>41</sup> TOBON. Juan.Op.cit. P. 135

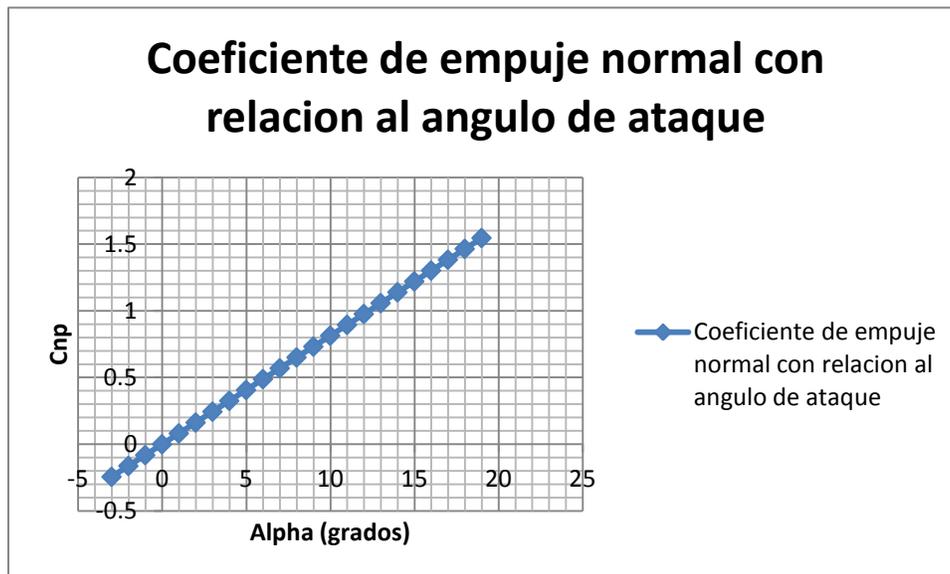
<sup>42</sup> RIBNER, Herbert.. Op. cit. P.4

$$\frac{CN_p}{d\alpha} = \frac{dC_{N_p}}{d\alpha} * \frac{S_p}{S} * \frac{l_p}{C}$$

$$\frac{CN_p}{d\alpha} = 4.9240$$

Por medio del coeficiente de empuje que produce la hélice en variación a diferentes ángulos de ataque se presenta la Figura 19 dando como resultante una pendiente positiva que desestabiliza la aeronave en el eje longitudinal

Figura 19. Contribución de la hélice a la estabilidad longitudinal



### 9.1.2 Contribución de las alas

Para estimar la contribución de las alas a la estabilidad (longitudinal, direccional, lateral) se usó el concepto de ala equivalente cuyas características se definen a continuación:

La cuerda media equivalente se calcula por medio de la Ecuación 47.<sup>43</sup>

$$C_{eq} = \frac{C_s S_s + C_i S_i}{S_i + S_s}$$

Ecuación 47

$$C_{eq} = 0.53$$

<sup>43</sup> WESTIN, Fernandino. Wing by Wing approach for biplane static longitudinal stability and control analysis. P. 4

La superficie alar del ala equivalente se obtuvo mediante la suma de las áreas en las alas inferior y superior.<sup>44</sup>

$$S_w = S_i + S_s$$

**Ecuación 48**

$$S_w = 10.6$$

La altura a la cual se ubicó el ala equivalente respecto a la línea de referencia está dada por la Ecuación 49.<sup>45</sup>

$$Y_{eq} = \frac{Cl_s S_s}{Cl_s S_s + Cl_i S_i}$$

**Ecuación 49**

$$Y_{eq} = 0.5$$

Este valor que se obtuvo como la distancia vertical respecto a la línea de referencia tomando como el valor equivalente a la mitad del gap.

$$Y_{eq} = 1.65$$

La Tabla 4 resume las características del ala equivalente.

**Tabla 4 Datos de entrada del ala equivalente**

Símbolo	Magnitud
$S_w$	10.6
$C_{equi}$	0.53
$Y_{equi}$	1.65
$b$	9.5

La contribución de las alas, representadas por el ala equivalente, se calcula por medio de la Ecuación 50, que puede separarse en términos de la Ecuación 51 y Ecuación 52 para evaluar los dos criterios de estabilidad<sup>46</sup>

$$\frac{dC_m}{d\alpha} = \frac{dC_{lw}}{d\alpha} * \alpha + C_{L_{ow}} * \left[ \frac{X_{cg}}{C} - \frac{X_{ac}}{C} \right] + C_{mac}$$

**Ecuación 50**

<sup>44</sup> Ibid., p.4

<sup>45</sup> Ibid., p.4

<sup>46</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit. P. 173

$$\frac{dc_{m_{aw}}}{d\alpha} = \frac{dC_{LW}}{d\alpha} * \left[ \frac{X_{cg}}{C} - \frac{X_{ac}}{C} \right]$$

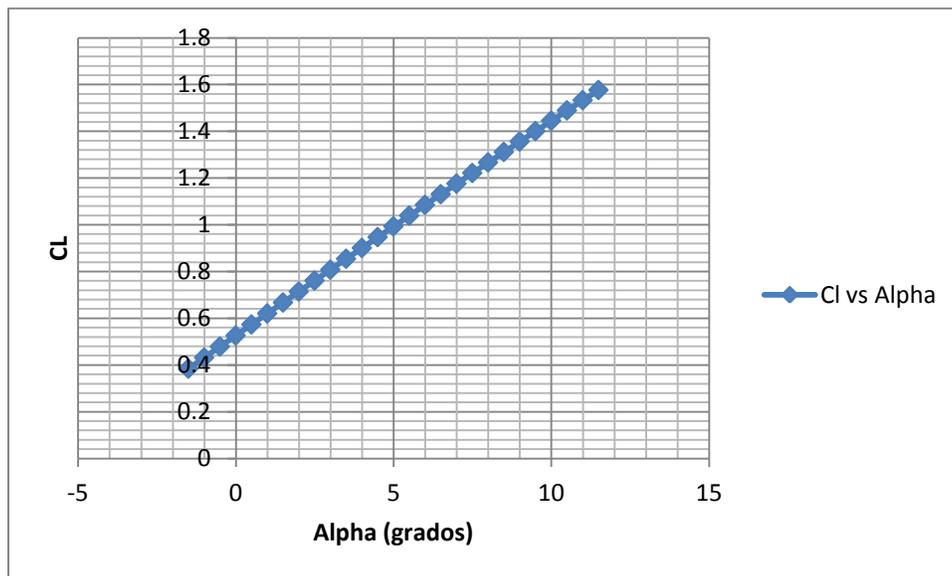
Ecuación 51

$$\frac{dc_{m_0}}{d\alpha} = C_{L_{0w}} * \left[ \frac{X_{cg}}{C} - \frac{X_{ac}}{C} \right] + C_{mac}$$

Ecuación 52

Para calcular los valores empleados en las ecuaciones anteriores se utilizaron los datos obtenidos con el programa XFLR5 para la condición de crucero. Por medio de la gráfica de la Figura 20 se obtiene la pendiente de sustentación.

Figura 20. Variación del coeficiente de sustentación de las alas en función del ángulo de ataque



En la Tabla 5 se presentan los valores requeridos para resolver las ecuaciones de contribución respecto a las alas.

**Tabla 5 Datos de entrada para calcular la contribución del ala a la estabilidad longitudinal**

Constantes	Magnitud	Unidades
$X_{ac}$	3.20754717	Metros
$X_{cg}$	3.01886792	Metros
$C_{mac}$	0.53	-
$dCl_w/d\alpha$	0.09141133	$grad^{-1}$
$C_{l0}$	0.3455	-
$\alpha_{avion}$	3.6414	grados

De acuerdo con las características de vuelo de la aeronave y el peso de la misma se determinó el coeficiente de sustentación para mantener vuelo recto y nivelado con la velocidad crucero de diseño (Ecuación 53).

$$W = L = \frac{1}{2} * \rho * V^2 * S * Cl_r$$

**Ecuación 53**

$$Cl_r = \frac{2 * w}{\rho * V^2 * S}$$

$$Cl_r = \frac{2 * (88.89 * 9.81)}{(1.225) * (14.01)^2 * (10.51)}$$

$$Cl_r = 0.72$$

De acuerdo con la pendiente de sustentación obtenida con XFLR5 el ángulo de ataque que corresponde a  $Cl_r = 0.72$  es  $\alpha=3.6414$  (grados). Teniendo en cuenta que las alas del biplano tienen una incidencia  $i_w = -2^{47}$ , se define que el ángulo de ataque respecto a la línea de referencia del fuselaje al que volará la aeronave en crucero es igual a  $\alpha_w=3.6414$  (grados).

<sup>47</sup> TOBON. Juan. Diseño preliminar de una aeronave de propulsión humana para la competencia internacional Kremer en la categoría maratón. P. 126

Con los datos obtenidos anteriormente se halló la contribución de las alas a la estabilidad longitudinal para la velocidad crucero obteniendo los siguientes resultados.

$$\frac{dc_{m_{\alpha w}}}{d\alpha} = (0.0914) * [3.01 - 3.20]$$

$$\frac{dc_{m_{\alpha w}}}{d\alpha} = -0.01736 \text{ deg}^{-1}$$

$$\frac{dc_{m_{0w}}}{d\alpha} = 0.3455 * [3.01 - 3.20] - 0.53$$

$$\frac{dc_{m_{0w}}}{d\alpha} = -0.5956$$

Haciendo la sumatoria respectiva a los coeficientes de momentos causados por el ala se obtiene, la contribución total respecto al ala a un ángulo de ataque igual a  $\alpha = 3.46$  (*grados*) se obtuvo.

$$\frac{dc_{m_{tw=}}}{d\alpha} = 0.01736 * \alpha - 0.5956$$

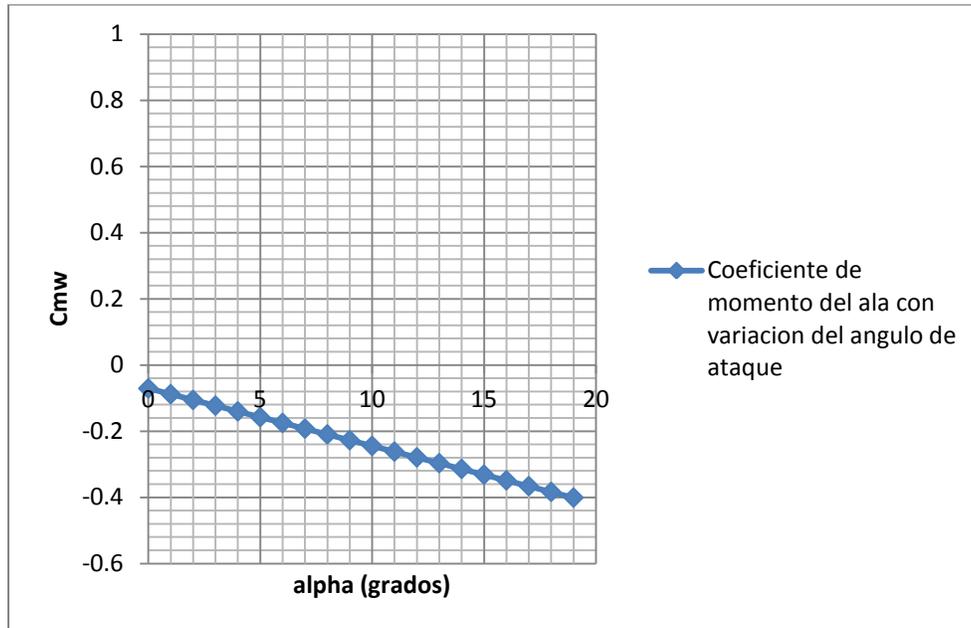
$$\frac{dc_{m_{tw=}}}{d\alpha} = 0.6592$$

Debido a que el centro aerodinámico está detrás del centro de gravedad la contribución del ala desestabiliza la aeronave ya que no cumple con los dos criterios de estabilidad descritos anteriormente, también como resultado se obtiene una pendiente negativa de la curva de coeficiente de momento vs. Ángulo de ataque y la intersección con el eje vertical de la recta corta en un valor negativo (Figura 21)<sup>48</sup>.

---

<sup>48</sup> PAMADI, Bandu. OP. Cit, P. 167

**Figura 21. Coeficiente de momento respecto al ángulo de ataque debido a la contribución del ala longitudinalmente.**



### 9.1.3 Contribución del canard

El ángulo de ataque del estabilizador horizontal tipo Canard se calculó por medio de la Ecuación 54,<sup>49</sup> en la cual incidencia del Canard con respecto a la línea de referencia del fuselaje  $i_c$  es cero y  $\varepsilon$  representa el efecto de *upwash* (ya que la ubicación del canard esta por delante del ala de la aeronave), cuyo valor depende del coeficiente de sustentación de las alas.

$$\alpha_c = \alpha - i_w - \varepsilon + i_c$$

**Ecuación 54**

El coeficiente de momento para la contribución del canard está dado por la Ecuación 55 y puede descomponerse en las expresiones de las Ecuación 56 y Ecuación 57.<sup>50</sup>

$$\frac{dC_{m_c}}{d\alpha} = \eta_c * V_c * C_{L_{ac}} * (\varepsilon_o - i_w + i_c) + \eta_c * V_c * C_{L_{ac}} * \left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) * \alpha$$

**Ecuación 55**

<sup>49</sup> PAMADI. Bandu. OP. Cit, P. 194

<sup>50</sup> Ibíd P. 198

$$\frac{dC_{m_{0c}}}{d\alpha} = \eta_c * V_c * C_{L\alpha_c} * (\varepsilon_o - i_w + i_c)$$

**Ecuación 56**

$$\frac{dC_{m_{\alpha c}}}{d\alpha} = \eta_c * V_c * C_{L_c} * \left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$$

**Ecuación 57**

La relación de presión dinámica  $\eta$  tiene un valor unitario ya que por su ubicación el Canard recibe la corriente de aire “limpia”.

El coeficiente de volumen de la superficie horizontal se calculó por medio de la Ecuación 58. Teniendo en cuenta que la longitud del canard tiene una magnitud  $l_c = 1.19$  (metros) y una superficie con una magnitud  $S_c = 2.39$  metros.<sup>51</sup>

$$V_c = \frac{l_c * S_c}{(S_s + S_i) * c}$$

**Ecuación 58**

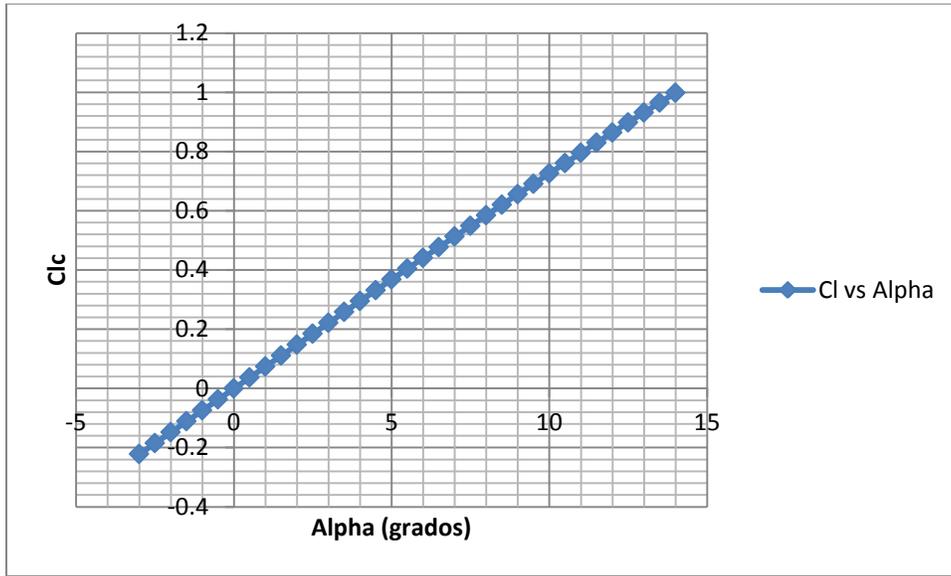
$$V_c = 0.075653$$

A partir de los datos obtenidos en XFLR5 se determinó la pendiente de la curva de sustentación del Canard como se muestra en la Figura 22.

---

<sup>51</sup> TOBON. Juan.Op.cit., P. 131

Figura 22 Variación del coeficiente de sustentación del canard en función del ángulo de ataque



Por lo tanto se obtuvo:

$$\frac{dC_{lc}}{d\alpha} = 0.073481 \text{ (grados}^{-1}\text{)}$$

El término  $\varepsilon$  se obtuvo mediante la Ecuación 59, obteniendo la siguiente magnitud, teniendo en cuenta que el upwash obtenido en la ecuación 60 y un  $\alpha=3.64$  se obtuvo.<sup>52</sup>

$$\varepsilon = \varepsilon_o + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} * \alpha$$

**Ecuación 59**

$$\varepsilon = 3.953 \text{ (grados)}$$

Para estimar la variación del upwash con respecto al ángulo de ataque se calculó el promedio de los valores en cada sección del fuselaje por delante del ala encontrados para la contribución del fuselaje. (Ecuación 60)<sup>53</sup>

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{y * \frac{dC_{lw}}{d\alpha}}{0.08}$$

**Ecuación 60**

<sup>52</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P. 195

<sup>53</sup> Ibip., p. 196

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 1.1425$$

Finalmente se calculó la pendiente de la curva de coeficiente de momento vs. ángulo de ataque y el punto de corte con el eje vertical para la superficie estabilizadora horizontal.

$$\frac{dC_{m_{\alpha_c}}}{d\alpha} = 1 * 0.0756 * 0.0734 * (1 + 1.1425)$$

**Ecuación 61**

$$\frac{dC_{m_{\alpha_c}}}{d\alpha} = 0.1080 / \text{grados}$$

$$\frac{dC_{m_{0_c}}}{d\alpha} = 1 * 0.0756 * 0.0734 * (1.64)$$

**Ecuación 62**

$$\frac{dC_{m_{0_c}}}{d\alpha} = 0.00910$$

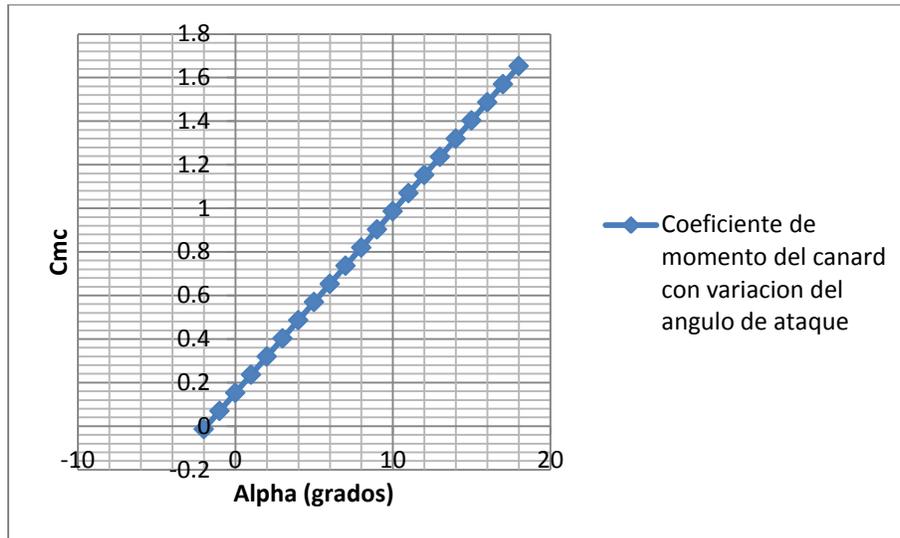
Haciendo la sumatoria respectiva a los coeficientes de momentos causados por el canard se obtiene, la contribución total del canard con un  $\alpha = 3.64$  *grados*.

$$\frac{dC_{m_c}}{d\alpha} = 0.1080 \alpha + 0.00910$$

$$\frac{dC_{m_c}}{d\alpha} = 0.05925$$

De acuerdo con los resultados obtenidos, el Canard desestabiliza la aeronave ya que no cumple con el primer criterio de estabilidad (pendiente negativa) como se muestra en la Figura 23.

**Figura 23 Coeficiente de momento respecto al ángulo de ataque debido a la contribución del canard longitudinalmente.**



#### 9.1.4 Contribución del fuselaje

Por medio de las Ecuaciones 63 y 64 se puede estimar la contribución del fuselaje a la estabilidad longitudinal. La primera permite calcular el punto de corte con el eje vertical y la segunda la pendiente de la curva del coeficiente de momento vs. ángulo de ataque.

54

$$Cm_{of} = \frac{K_2 - K_1}{36.5 * S_w * C_w} \int_0^{l_f} W_f^2 * (\alpha_{0w} + i_f) dx$$

**Ecuación 63**

Para calcular estos valores el fuselaje se divide en secciones a lo largo de la longitud y la integral se resuelve como una sumatoria (Ecuación 64)

$$Cm_{of} = \frac{K_2 - K_1}{36.5 * S_w * C_w} \sum_0^{l_f} W_f^2 * (\alpha_{0w} + i_f) \Delta x$$

**Ecuación 64**

<sup>54</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P. 171

Para hallar el  $k_2 - k_1$  siendo esta expresión un factor de corrección utilizado para fuselaje se calculó la relación de esbeltez, siendo así:

$$b_f = \frac{0.6}{2.2} = 0.2727$$

$$\frac{L_f}{b_f} = \frac{2.2}{0.2727} = 8.066$$

De acuerdo con la figura 15 del anexo A, el valor de  $k_2 - k_1 = 0.91$ .

El término  $W_f$ , que representa el ancho de cada sección del fuselaje medida en la mitad de la sección.

$$W_f = 0.6 \text{ metros}$$

$\alpha_{0w}$  (en grados), es el ángulo que hay entre la línea de referencia del fuselaje y la línea de cero sustentación. Para el caso del Sue-Sua es constante en cada sección:

$$\alpha_{0w} = -5.6 + 2$$

$$\alpha_{0w} = -3.6 \text{ grados}$$

$i_f$  es el ángulo entre la línea media de cada sección con respecto a la línea de referencia del fuselaje.

**Tabla 6. Parametros para calcular el punto de corte de a recta de la contribución del fuselaje a la estabilidad longitudinal**

ESTACIÓN	$\Delta x$ (m)	$W_f$ (m)	$\alpha_{0w}$ (grados)	$i_f$ (grados)	$W_f^2$ * $(\alpha_{0w} + i_f)$ * $\Delta x$
1	0.038	0.051	-3.6	11	$7.31 \times 10^{-4}$
2	0.076	0.1024	-3.6	12	$6.69 \times 10^{-3}$
3	0.114	0.1492	-3.6	14	0.0263
4	0.152	0.1922	-3.6	15	0.0640
5	0.19	0.22	-3.6	51	0.4358
<b>Sumatoria</b>	--	--	--	--	0.5334

$\Delta x$  es la longitud de cada sección del fuselaje. Con la información anterior se calculó el punto de corte con el eje vertical de la curva coeficiente de momento vs. ángulo de ataque:

$$C_{m_{of}} = \frac{K_2 - K_1}{36.5 * S_w * C_w}$$

$$C_{m_{of}} = \frac{0.91}{36.5 * 10.6 * 0.53} * (0.1064)$$

$$C_{m_{of}} = 1.252x10^{-3}$$

De la misma forma en que se realizó para el caso anterior, la Ecuación 65 se discretiza para tomar la información requerida de un número definido de secciones a lo largo del fuselaje.

$$C_{m_{\alpha f}} = \frac{1}{36.5 * S_w * C_w} \int_0^{l_f} W_f^2 * \left(\frac{d\varepsilon_u}{d\alpha}\right) dx$$

**Ecuación 65**

$$C_{m_{\alpha f}} = \frac{1}{2 * S_w * C_w} \sum_0^{l_f} W_f^2 * \left(\frac{d\varepsilon_u}{d\alpha}\right) \Delta x$$

A continuación se calculó el *upwash* corregido mediante la Ecuación 66.

$$\left(\frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)_{\text{corregido}} = \left(\frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) * \left(\frac{C_l w b}{0.0785}\right)$$

**Ecuación 66**

**Tabla 7. Parámetros para calcular la pendiente de la contribución del fuselaje a la estabilidad longitudinal**

ESTACIÓN	$\Delta x$ (m)	Wf (m)	Xi (m)	Xi/Cc	$d\varepsilon_u/d\alpha$	$W_f^2 * \left(\frac{d\varepsilon_u}{d\alpha}\right) * \Delta x$
1	0.038	0.051	0.17	0.2698	2.2	$2.17x10^{-4}$
2	0.076	0.1024	0.16	0.2539	2.1	$1.67x10^{-3}$
3	0.114	0.1492	0.0947	0.1492	3	$7.61x10^{-3}$
4	0.152	0.1922	0.0567	0.088	3.5	0.019
5	0.19	0.22	0.019	0.030	5	0.045
<b>Sumatoria</b>	--	--	--	--	--	0.0734

$$C_{m_{\alpha f}} = \frac{1}{2 * 10.6 * 0.53} * (0.0734)$$

$$C_{m_{\alpha f}} = 6.5325x10^{-3} / \text{grados}$$

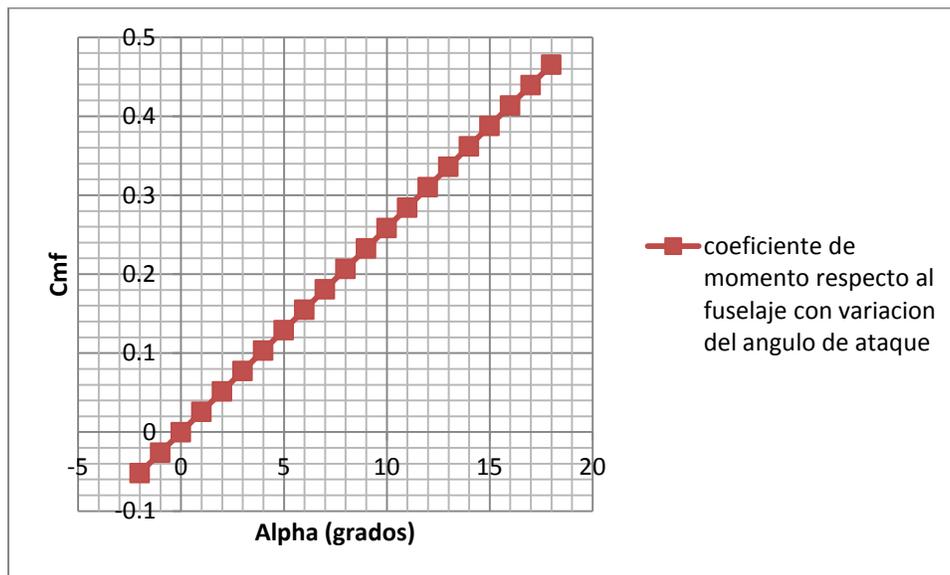
La contribución total del fuselaje se encuentra a continuación teniendo en cuenta un  $\alpha = 3.46$  (grados).

$$Cm_{tf} = 6.5325 \times 10^{-3} * \alpha + 1.252 \times 10^{-3}$$

$$Cm_{tf} = 0.0381$$

Por lo tanto la contribución total del fuselaje a la estabilidad longitudinal es desestabilizante ya que la pendiente de la curva coeficiente de momento vs. ángulo de ataque es positiva, como se muestra en la Figura 24.

**Figura 24 Coeficiente de momento respecto al ángulo de ataque debido a la contribución del fuselaje longitudinalmente.**

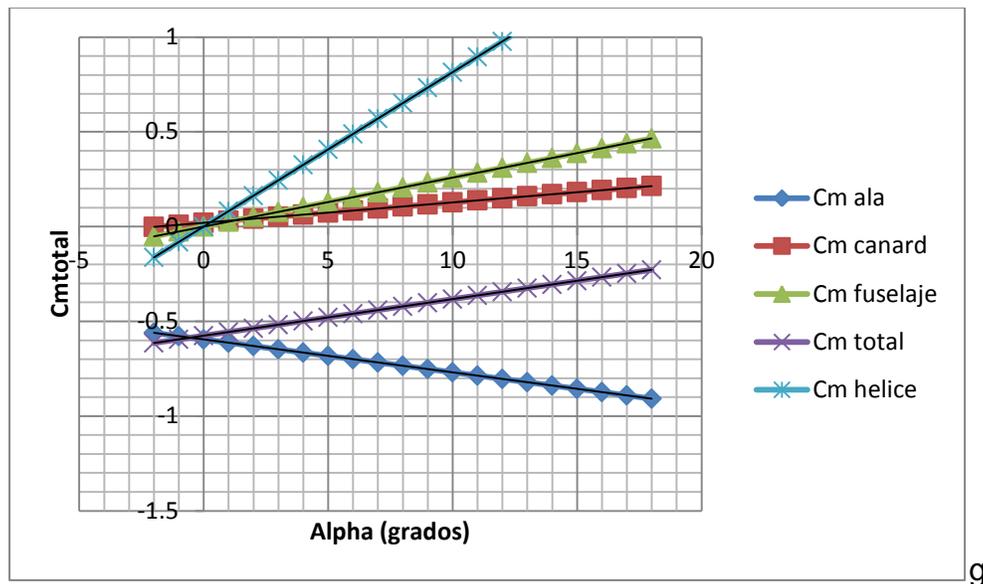


La estabilidad estática longitudinal de la aeronave se obtuvo sumando las contribuciones de cada componente.

$$\frac{dC_m}{d\alpha} = C_{m_w} + C_{m_f} + C_{m_c} + C_{m_p}$$

La curva de coeficiente de momento vs. ángulo de ataque mostrada en la Figura 25 indica que la aeronave es inestable en el eje longitudinal para la configuración y posición del centro de gravedad propuestas.

Figura 25 Coeficiente de momento total respecto al ángulo de ataque.



En la gráfica se puede apreciar que para la configuración de la aeronave y la posición de diseño del centro de gravedad, el único componente que contribuye a la estabilidad longitudinal son las alas. Como es de esperarse, ni el fuselaje, ni la hélice ni el Canard favorecen la primera condición de estabilidad, sin embargo, contrario a lo que normalmente ocurre, las alas si contribuyen favorablemente a la estabilidad longitudinal pero el ángulo de ataque en que se lograría volar en equilibrio es negativo y por lo tanto no posible para el vuelo.

Al buscar las razones por las cuales el estabilizador vertical no contribuye a la estabilidad longitudinal se encontró que el coeficiente de volumen de la superficie horizontal tiene una magnitud baja, de acuerdo a lo recomendado para aeronaves de este tipo, y por lo tanto no es lo suficientemente efectivo como para controlar y estabilizar la aeronave longitudinalmente. Por lo tanto se sugiere aumentar la distancia entre el centro de gravedad y el cuarto de cuerda del estabilizador horizontal para generar mayor brazo de palanca o aumentar el tamaño de la superficie o el área efectiva para que la fuerza aerodinámica sea mayor.

Al revisar los coeficientes de volumen de diferentes Human Power Aircraft (HPA) se obtuvo un promedio de 0.53<sup>55</sup>. Por medio de la siguiente ecuación se recalculó la longitud que necesita la superficie para obtener el coeficiente de volumen respectivo, así:

$$l_c = \frac{(S_s + S_i) * c * V_c}{S_c}$$
$$l_c = 2.5 \text{ m}$$

Al recalcular la estabilidad longitudinal de la aeronave con la distancia propuesta para aumentar el coeficiente de volumen, no se observa una mejora sustancial. Esto se debe a que si se revisa con cuidado la Ecuación 62 (PAO REVISAR A CUAL ECUACION TE REFERIAS), el aumento en el coeficiente de volumen si tiende a mejorar la segunda condición de estabilidad (hacer menos negativo el punto de corte con el eje vertical) pero hace que sea más positiva la pendiente de la curva de momento de tal manera que resulte en el cumplimiento de la primera condición.

Se propone por lo tanto modificar el ángulo de incidencia del Canard. Al modificar este parámetro se está afectando únicamente el primer término de la Ecuación 62. Si se incrementa lo suficiente la incidencia del estabilizador vertical ( $i_c > 0$ ), aumenta la sumatoria dentro del paréntesis y por lo tanto el punto de corte con el eje vertical.

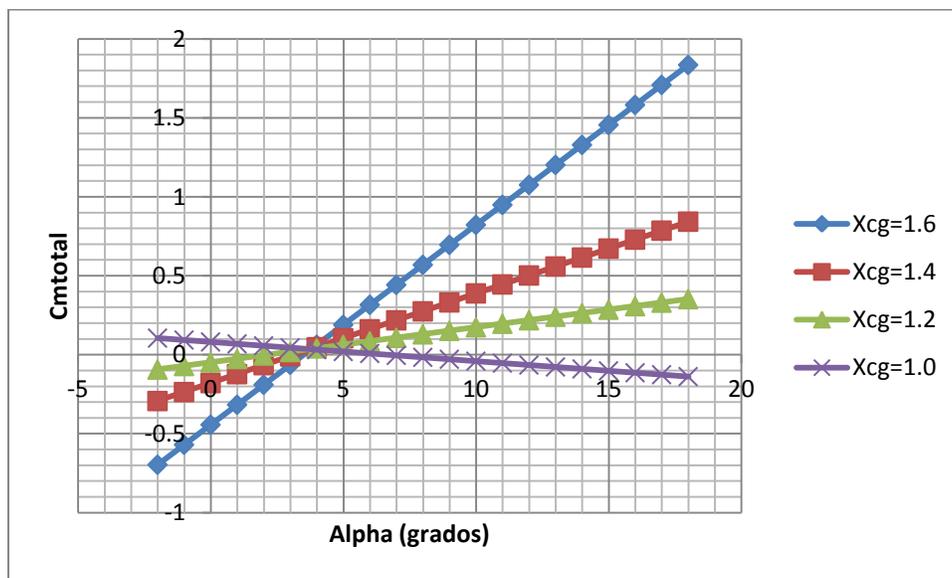
Para mejorar cumplir con el primer criterio de estabilidad, es decir, que la pendiente del coeficiente de momento sea negativa, puede modificarse la posición del centro de gravedad. Es bien conocido que las aeronaves con estabilizador horizontal tipo Canard, tiene el centro de gravedad ubicado bien por delante el centro aerodinámico para contrarrestar los efectos adversos del Canard en la estabilidad longitudinal. Se propone entonces mover el centro de gravedad del Sue-Sua hacia adelante hasta que la pendiente de la curva de coeficiente de momento sea negativa.

---

<sup>55</sup> TOBON. Juan. Diseño preliminar de una aeronave de propulsión humana para la competencia internacional Kremer en la categoría maratón. P. 131

La combinación de las tres modificaciones, es decir, aumento de la distancia e incidencia del Canard y desplazamiento del centro de gravedad hacia adelante se evaluó con ayuda de una hoja de cálculo hasta que resultara en una aeronave estáticamente estable en el eje longitudinal. Para que se cumplan las dos condiciones de estabilidad el centro de gravedad se movió a una distancia de 0.6 m, el ángulo de incidencia del Canard se aumentó a 4 grados y la distancia del Canard al centro aerodinámico se ajustó a 2.5m. Los resultados se muestran en la Figura 26

Figura 26 Comportamiento de la superficie de control con diferentes deflexiones.



### 9.1.5 CONTROL LONGITUDINAL

El coeficiente de momento total de la aeronave está dado por la Ecuación 67.<sup>56</sup>

$$C_m = C_{m_\alpha} * \alpha + C_{m_o} + C_{m_{\delta e}}$$

Ecuación 67

Al derivar la ecuación anterior respecto a  $\alpha$  e igualar la ecuación a cero se obtiene:

$$0 = C_{m_\alpha} * \alpha + C_{m_o} + C_{m_{\delta e}}$$

$$C_m = C_{m_{ac}} + C_{L_{ow}} \left( \frac{X_{cg}}{C} - \frac{X_{ac}}{C} \right) + C_{m_{of}} + \eta * V_h * C_{L_{oc}} (\epsilon_o + i_w - i_c) - \eta * V_h * C_{L_{oc}} \tau \delta \epsilon$$

<sup>56</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P. 209

## 9.2 ESTABILIDAD DIRECCIONAL

Un avión es estable direccionalmente cuando está en capacidad de realinearse por sí solo respecto a la dirección del viento relativo. La expresión de estabilidad direccional en términos de coeficiente está dada por la siguiente igualdad.

$$C_{\eta\beta} > 0$$

### 9.2.1 Contribución del ala

La contribución del ala depende del ángulo de diedro y del flechamiento. Como la aeronave SUE-SUA no tiene ninguno de estos ángulos la contribución es despreciable.

### 9.2.2 Contribución del fuselaje

La ecuación que representa la contribución del fuselaje depende de la geometría del ala y se obtiene a partir de la expresión empírica de la Ecuación 68.<sup>57</sup>

$$(C_{\eta\beta})_w = -K_N * K_{RI} \left( \frac{S_{B,S}}{S} \right) * \left( \frac{l_f}{b} \right) / deg$$

**Ecuación 68**

Los valores de  $K_N$  y  $K_{RI}$  se obtienen por método gráfico; sin embargo se necesitan valores que se presentan a continuación que dependen de la geometría del fuselaje y de la posición del centro de gravedad de la aeronave.<sup>58</sup>

$$X_m = 1.7$$

$$\frac{X_m}{l_f} = 0.72$$

Conocida el área lateral del fuselaje  $S_{B,S}$  se obtuvo el valor para la siguiente relación.

$$\frac{l_f^2}{S_{B,S}} = 4.63$$

Para la siguiente expresión se tuvo en cuenta que  $h_1$  es el ancho del fuselaje al 25% de la longitud del mismo y  $h_2$  es el ancho del fuselaje al 75% de la longitud del mismo.

<sup>57</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P. 260

<sup>58</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P. 270

$$\sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = 0.90$$

Luego se calculó la raíz cuadrada de la relación entre la altura máxima del fuselaje  $h$  y el máximo ancho del mismo  $b_{fmax}$ :

$$\frac{h}{b_{fmax}} = 1.95$$

Con los datos obtenidos anteriormente, la expresión  $K_N$  se puede obtener con ayuda de la figura (1) en el anexo A.

$$K_N = 0.004$$

Para la siguiente expresión fue necesario calcular el número de Reynolds del fuselaje mediante la Ecuación 69.

$$Re = \frac{V * \rho * C}{\mu}$$

**Ecuación 69**

$$Re = \frac{(14.1 \text{ m/s}) * (1.225 \text{ Kg/m}^3) * (2.2 \text{ m})}{1.785 * 10^{-5} \text{ Kg/s} * \text{m}}$$

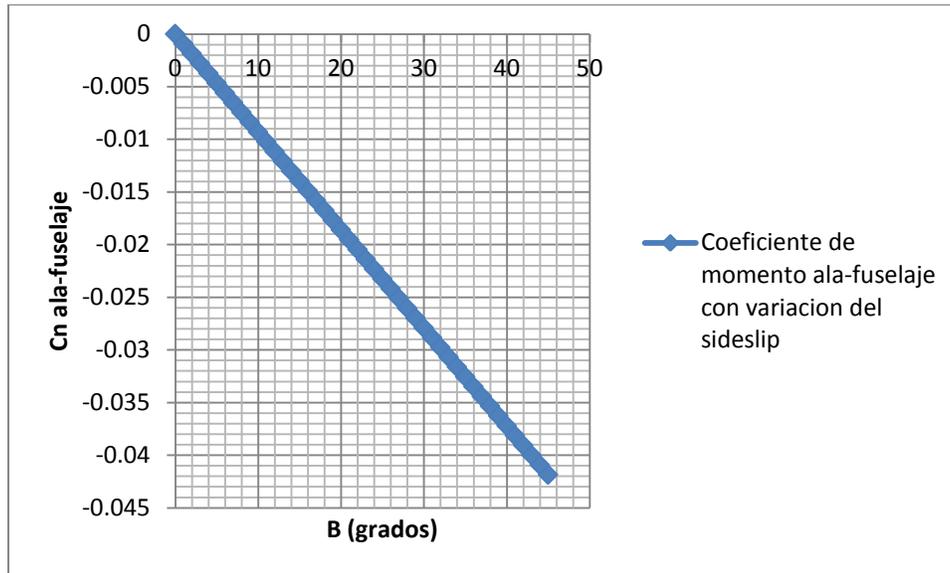
$$Re = 2128823.5$$

Con el número de Reynolds y la figura (2) del anexo A se determinó el valor de  $K_{RI} = 1.8$ .

Con los datos obtenidos anteriormente y la Ecuación 68 se calculó la contribución del fuselaje a la estabilidad direccional. La variación del coeficiente de momento alrededor del eje vertical con respecto al ángulo de *sideslip* se muestra en la Figura 27.

$$(C_{\eta\beta})_w = -1.94 \times 10^{-4} / \text{grados}$$

**Figura 27 Coeficiente de momento respecto al sideslip debido a la contribución ala-fuselaje en la estabilidad direccionalmente.**



### 9.2.3 Contribución del Canard

Al igual que el ala la contribución de estabilizador tipo Canard depende del ángulo de diedro y flechamiento; sin embargo, esta superficie no tiene ninguno de los dos y por lo tanto la contribución a la estabilidad direccional es despreciada.

### 9.2.4 Contribución del estabilizador vertical

Esta contribución depende de las características geométricas del estabilizador vertical y para velocidades subsónicas se calculó mediante la Ecuación 70 de origen empírico.<sup>59</sup>

$$C_{Y_{\beta V}} = -K a_v \left( 1 + \frac{d\sigma}{d\beta} \right) * \eta_v * \left( \frac{S_v}{S} \right)$$

**Ecuación 70**

El valor de  $K = 0.9$  se obtuvo por medio de la figura (3) del anexo A y la relación de áreas entre el estabilizador vertical y el ala  $(S_v/S) = 0.1078$ .<sup>60</sup>

<sup>59</sup>PAMADI, BANDU. Op., cit P. 270

<sup>60</sup> TOBON. Juan.Op.cit., P.134

La combinación de *sidewash* y presión dinámica está dada por la Ecuación 71 de naturaleza empírica.<sup>61</sup>

$$\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \eta_v = 0,724 + \frac{3,06 \frac{S_v}{S}}{1 + \cos \Lambda_{C/4}} + \frac{0,4Z_w}{d_{f.max}} + 0,0009AR$$

**Ecuación 71**

Zw es la distancia vertical entre la cuerda media aerodinámica del ala y la línea de referencia del fuselaje, este valor es negativo si el ala está por encima de la línea de referencia. El término  $d_{f.max}$  es el ancho máximo del fuselaje del Sue-Sua que corresponde a 0.606 m. Al sustituir cada término por los valores correspondientes se obtuvo:

$$\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \eta_v = 0.1181$$

La Ecuación 72 se utilizó para calcular la relación de aspecto efectiva del estabilizador vertical para estimar la pendiente de sustentación.<sup>62</sup>

$$AR_{V.eff} = \left(\frac{AR_{V(B)}}{AR_V}\right) AR_V \left[1 + K_H \left(\frac{AR_{V(HB)}}{AR_{V(B)}} - 1\right)\right]$$

**Ecuación 72**

Los valores de los términos requeridos para calcular la relación de aspecto efectiva se obtienen con ayuda de la figura (4), (5) y (6) del anexo A y para ello fue necesario determinar los valores de las relaciones  $b_v/2r_1$ ,  $Z_h/b_v$  y  $S_c/S_v$ :

$$\frac{b_v}{2r_1} = 2.93$$

$$\frac{AR_{V(B)}}{AR_V} = 1.3$$

$$\frac{Z_h}{b_v} = 0.7653$$

$$\frac{AR_{V(HB)}}{AR_{V(B)}} = 1$$

<sup>61</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P. 168

<sup>62</sup> Ibid. P. 273

$$\frac{S_c}{S_v} = 0.3645$$

$$K_H = 0.4$$

La relación de aspecto tiene una magnitud igual a:

$$AR_V = 2$$

Adicionalmente, al reemplazar los términos de la Ecuación 72 por los valores correspondientes se obtuvo:

$$AR_{V.eff} = 2.6$$

A partir la relación de aspecto efectiva se define la pendiente de la curva de sustentación del estabilizador teniendo en cuenta que es un perfil simétrico y por lo tanto:

$$a_v = 2\pi \text{ rad}^{-1}$$

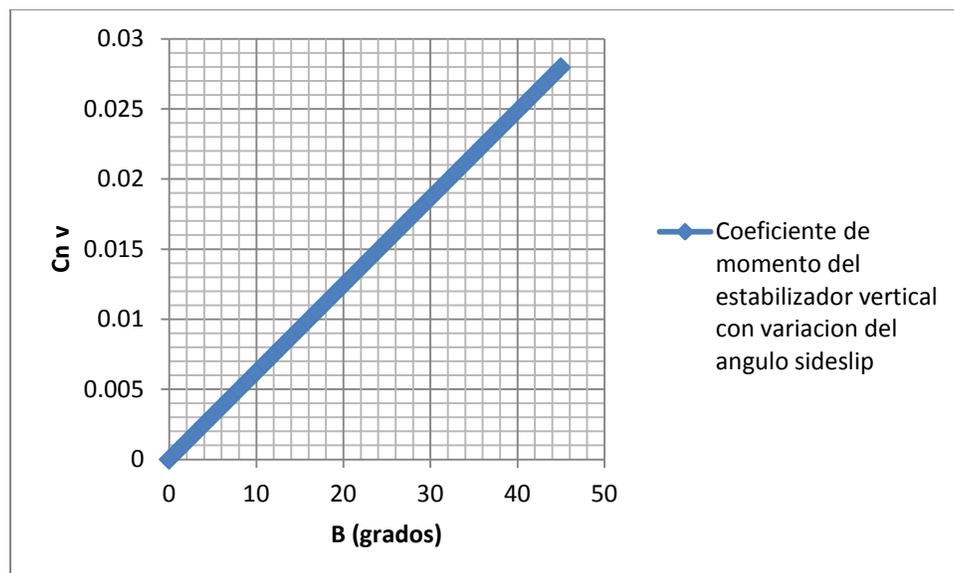
$$a_{3dv} = 0.05423 \text{ grad}^{-1}$$

Por lo tanto la contribución del estabilizador vertical a la estabilidad direccional es:

$$C_{Y\beta V} = 6.213 \times 10^{-4} / \text{grados}$$

De acuerdo con el criterio de estabilidad direccional el estabilizador vertical contribuye favorablemente como era de esperarse. En la Figura 28 se muestra la variación del coeficiente de momento para el estabilizador vertical con respecto al *sideslip*.

**Figura 28 Coeficiente de momento respecto al *sideslip* debido a la contribución del estabilizador vertical direccionalmente.**

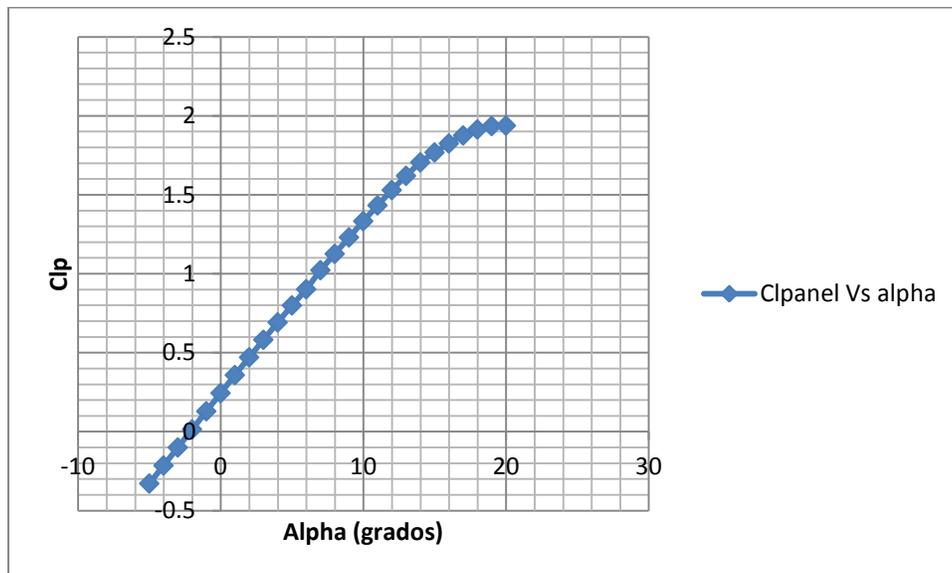


Teniendo en cuenta los paneles verticales que tiene la aeronave, se halla la contribución que producen a la estabilidad direccional por medio de la Ecuación 70.

La relación de superficies tiene una magnitud igual a  $\frac{S_p}{S} = 0.3122$

Por medio del Anexo A Figura 3 se obtuvo la magnitud de  $k = 1$  y de acuerdo al perfil NACA 2412 y el programa XFLR5 se obtuvo la curva de sustentación mostrada en la Figura 29.

**Figura 29. Pendiente de sustentación de los paneles verticales.**



La relación de aspecto del panel tiene la siguiente magnitud:

$$AR = \frac{3.31^2}{1.753}$$

$$AR = 6.249$$

Reemplazando los valores respectivos a los paneles y su geometría en la ecuación 70 se obtiene la relación de aspecto efectiva:

$$AR_{v.eff} = 1.5$$

La combinación de sidewash se estimó a partir de la Ecuación 71 y se obtuvo la siguiente magnitud para los paneles de la aeronave.

$$\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \eta_v = 0,724 + \frac{3,06 * (0.3122)}{2} + \frac{0,4 * (-1.31)}{0.606} + 0,0009 * (6.249)$$

$$\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \eta_v = 0.1072$$

La pendiente de la curva de sustentación del estabilizador se obtuvo de la parte lineal de la curva de la Figura 30, por lo tanto:

$$a_v = 6.5489 \text{ rad}^{-1}$$

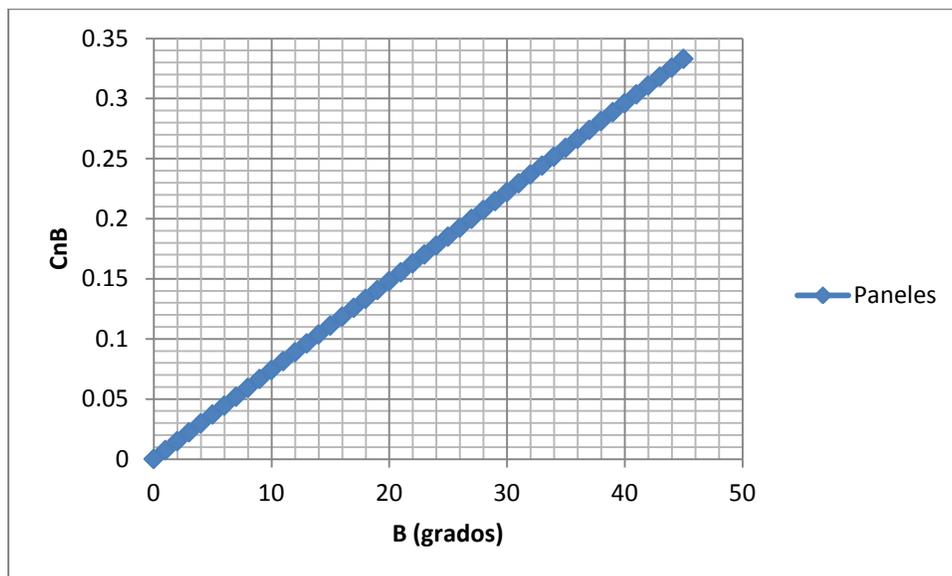
$$a_{3dv} = 0.0697 \text{ grad}^{-1}$$

Por lo tanto la contribución de los paneles a la estabilidad direccional es:

$$C_{n_{\beta p}} = 7.455 \times 10^{-3} / \text{grados}$$

En la Figura 30 se detalla la contribución de los paneles verticales a la estabilidad direccional de la aeronave donde la contribución es estable.

**Figura 30. Contribución de los paneles verticales a la estabilidad direccional**



### 9.2.5 Contribución de la hélice

La contribución de la hélice a la estabilidad direccional se calcula de la misma manera que para la estabilidad lateral en la sección 9.1.1, con la única diferencia de que el coeficiente de momento varía con el ángulo de sideslip y no con el de ataque.

$$\frac{dC_{Np}}{d\beta} = 1.625 / \text{grados}$$

Por lo tanto teniendo cada una de las contribuciones de la aeronave a la estabilidad direccional se obtiene el coeficiente de momento. Teniendo en cuenta un sideslip de  $\beta = 4 \text{ grados}$

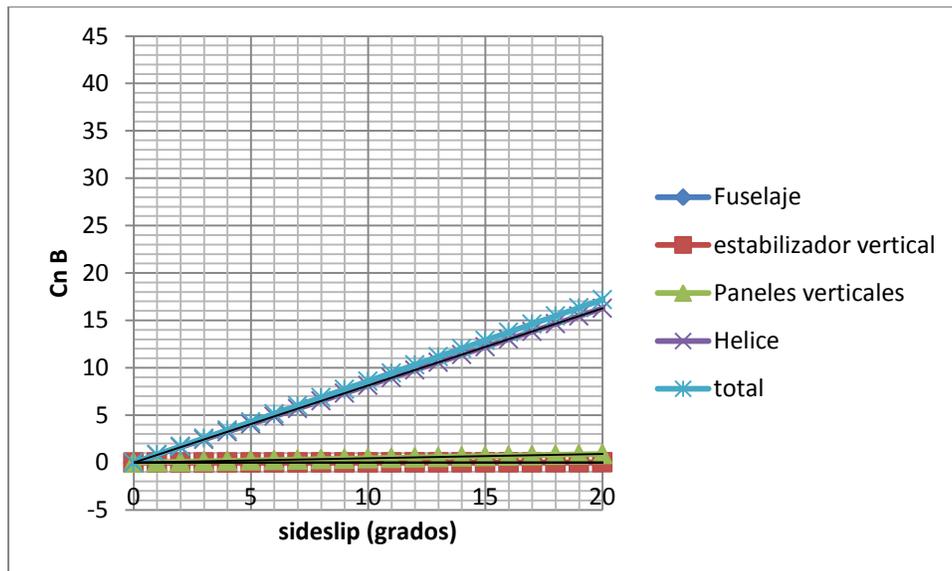
$$C_{n\beta_{total}} = 0.0452 + 1.146 \times 10^{-3} + -1.94 \times 10^{-4} + 1.625$$

$$C_{n\beta_{total}} = 1.6711 * \beta / \text{grados}$$

$$C_{n\beta_{total}} = 3.3422$$

Con la suma de las contribuciones de los componentes principales del avión se obtuvo la variación del coeficiente de momento alrededor del eje vertical para la aeronave completa Figura 31. Como se puede observar, el avión es estable estáticamente en el eje direccional

**Figura 31. Coeficiente de momento respecto al sideslip debido al momento total.**



## 9.2.6 CONTROL DIRECCIONAL

El coeficiente de guiño respecto a la deflexión del timón de dirección se estimó con la Ecuación 73.<sup>63</sup>

$$C_{n\delta r} = -K a_v V_2 * \eta_v * \tau_2$$

**Ecuación 73**

La efectividad de la superficie de control  $\tau_2$  se determinó con ayuda de la figura 11 en el anexo A, a partir de la relación entre las áreas de la superficie de control y del estabilizador vertical. El valor correspondiente es:

$$\tau_2 = 0.59$$

La deflexión del timón depende del *sideslip* está dada por:

$$\delta r = -\frac{(C_n \beta)_{fix} * \beta}{C_{n\delta r}}$$

**Ecuación 74**

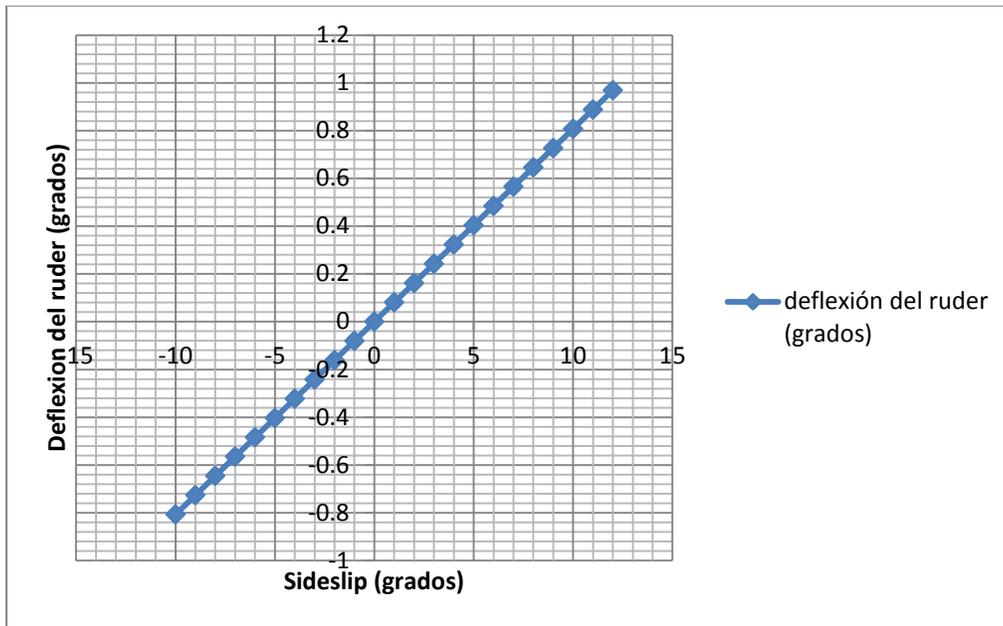
$$\delta r = -\frac{\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) * \eta_v * \beta}{\eta_v * \tau_2}$$

Por lo tanto a partir de la ecuación anterior se obtiene la curva de deflexión del timón de dirección en función del ángulo de *sideslip* mostrada en la Figura 32

---

<sup>63</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P 280

Figura 32 Deflexión del timón de dirección en función del ángulo de sideslip



### 9.3 ESTABILIDAD LATERAL

La estabilidad lateral es un factor en que la aeronave puede volver a su condición de equilibrio después de una perturbación con un ángulo de banqueo igual a cero. El criterio de estabilidad lateral es el siguiente:

$$C_{l\beta} < 0$$

#### 9.3.1 Contribución del ala

Al igual que para la estabilidad direccional, la contribución del ala a la estabilidad lateral depende del ángulo de diedro y flechamiento. Como la aeronave SUE-SUA no tiene ninguno de estos ángulos la contribución por estos dos factores se desprecia. La posición del ala con respecto al fuselaje sí afecta la estabilidad lateral y por lo tanto se estima mediante la Ecuación 75.<sup>64</sup>

<sup>64</sup> Ibid., P 278.

$$(C_{l\beta})_{W(B)} = CL \left[ \left( \frac{Cl_\beta}{CL} \right)_{c_{\Lambda\Lambda/2}} K_{M\wedge} K_f + \left( \frac{Cl_\beta}{CL} \right)_A \right] + (\Delta Cl_\beta)_{ZW}$$

**Ecuación 75**

El coeficiente de lift está determinado por la siguiente ecuación ya que es el de toda la aeronave.<sup>65</sup>

$$CL = Cl_{ow} + \frac{dCl_w}{d\alpha} * \alpha + \eta * V_c * C_{Lac} * \left( 1 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)$$

$$CL = 0.689$$

El término  $\left( \frac{Cl_\beta}{CL} \right)_{c_{\Lambda\Lambda/2}}$  tiene un valor de cero para la configuración del Sue-Sua, de acuerdo con la figura 7 del Anexo A, y por lo tanto la expresión  $\left( \frac{Cl_\beta}{CL} \right)_{c_{\Lambda\Lambda/2}} K_{M\wedge} K_f$  es nula.

El valor  $\left( \frac{Cl_\beta}{CL} \right)_A$  se obtiene por medio de la Figura (10) del anexo A teniendo en cuenta el taperado es igual a 1.

$$\left( \frac{Cl_\beta}{CL} \right)_A = -0.004 / \text{grados}$$

El último término de la Ecuación 75 se calculó por medio de la Ecuación 76 en la cual  $Z_w$  tiene un valor negativo ya que se encuentra por encima de la línea de referencia del fuselaje.<sup>66</sup>

$$(\Delta Cl_\beta)_{ZW} = \frac{1.2\sqrt{AR}}{57.3} * \left( \frac{Z_w}{b} \right) * \left( \frac{d}{b} \right)$$

**Ecuación 76**

$$(\Delta Cl_\beta)_{ZW} = 0.01161$$

Al reemplazar los términos en la ecuación Ecuación 75 se obtiene la contribución de la posición del ala con respecto al fuselaje en la estabilidad lateral.

$$(C_{l\beta})_{W(B)} = CL \left[ \left( \frac{Cl_\beta}{CL} \right)_A \right] + (\Delta Cl_\beta)_{ZW}$$

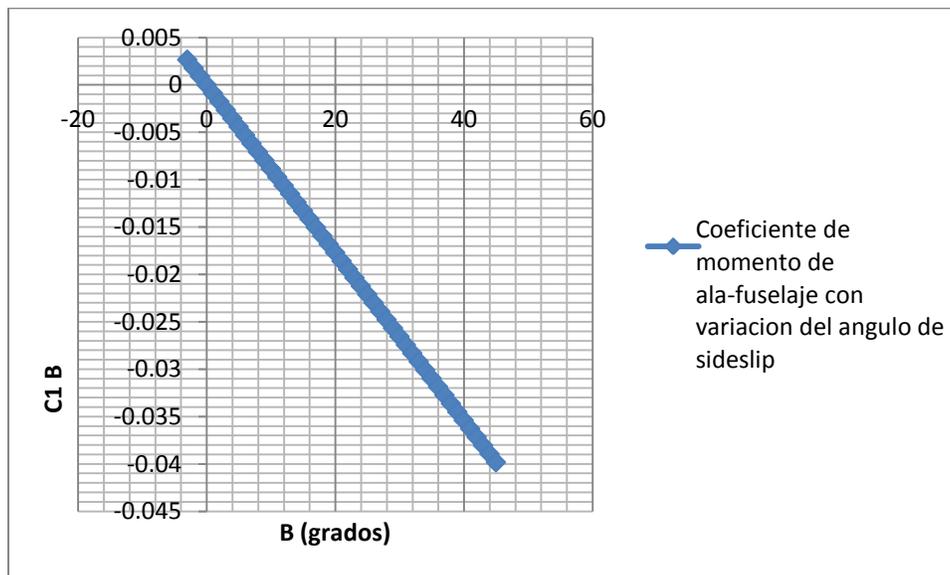
<sup>65</sup> Ibid., P. 260

<sup>66</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P 300

$$(C_{l\beta})_{W(B)} = -8.85 \times 10^{-3} / \text{grados}$$

La contribución del ala a la estabilidad lateral es favorable, ya que cumple con el criterio de estabilidad. En la Figura 33 se ve observa la estabilidad a partir de la pendiente negativa.

**Figura 33. Coeficiente de momento respecto al sideslip debido al momento del ala-fuselaje a la estabilidad lateral.**



### 9.3.2 Contribución del estabilizador vertical

La contribución del canard es muy pequeña por sus dimensiones y porque no tiene ángulo de flechamiento ni diedro, por lo tanto puede ser ignorada.

La contribución a la estabilidad lateral del estabilizador vertical se calculó por medio de la Ecuación 77.

$$C_{1\beta V} = -K a_v \left( 1 + \frac{d\sigma}{d\beta} \right) * \eta_v * \left( \frac{S_v}{S} \right) * \left( \frac{Z_v \cos \alpha - l_v \sin \alpha}{b} \right)$$

**Ecuación 77**

Como el cálculo se realiza para la condición de crucero o bajos ángulos de ataque donde las fuerzas aerodinámicas pueden considerarse lineales, el coseno del ángulo de ataque se aproxima a 1 y el seno a 0 y la expresión anterior se simplifica a:

$$C_{1\beta V} = -Ka_v \left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) * \eta_v * \left(\frac{S_v}{S}\right) * \left(\frac{Z_v}{b}\right)$$

A partir de la Ecuación 71 se obtiene el primer término en paréntesis de la ecuación y con la información de la geometría del avión los demás valores.

$$\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) * \eta_v = -0.2179$$

$$\frac{S_v}{S} = 0.1078$$

$$\frac{Z_v}{b_w} = 0.1221$$

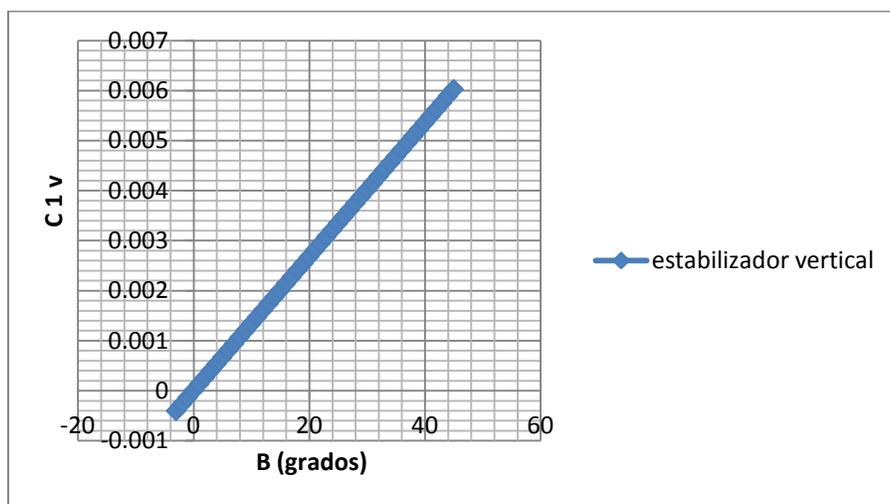
$$a_v = 0.05423 \text{ /grados}$$

El valor de  $K = 0.9$  se obtuvo por medio de la figura (3) del anexo A.

$$C_{1\beta V} = 1.399 \times 10^{-4} \text{ /grados}$$

Lateralmente la contribución del estabilizador vertical desestabiliza la aeronave. La variación del coeficiente de momento se puede observar en la Figura 34.

**Figura 34 Coeficiente de momento respecto al *sideslip* debido al estabilizador vertical a la estabilidad lateral.**



La contribución de los paneles verticales a la estabilidad lateral se calculó con la ecuación 70 con las mismas simplificaciones consideradas para el estabilizador vertical.

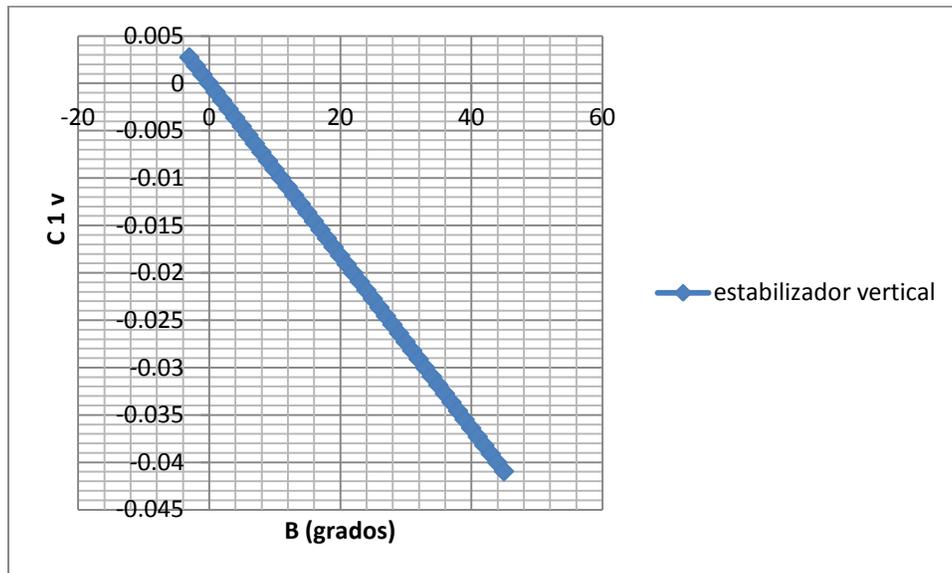
$$C_{1\beta} = -K a_v \left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) * \eta_v * \left(\frac{S_v}{S}\right) * \left(\frac{Z_v}{b}\right)$$

$$C_{1\beta} = -(1) * (0.0697) * (0.3426) * (0.3122) * (0.1221)$$

$$C_{1\beta} = -9.10 \times 10^{-4} \text{ grad}^{-1}$$

Los paneles laterales contribuyen favorablemente a la estabilidad lateral y la variación del coeficiente de momento con respecto al ángulo *sideslip* se muestra en la Figura 35.

**Figura 35. Contribución de los paneles verticales a la estabilidad lateral.**



### 9.3.3 Contribución de la hélice

Con el mismo procedimiento de la sección 9.1.1, se estimó la contribución de la hélice a la estabilidad lateral.

$$\frac{dC_{l_p}}{d\beta} = 1.625 / \text{grados}$$

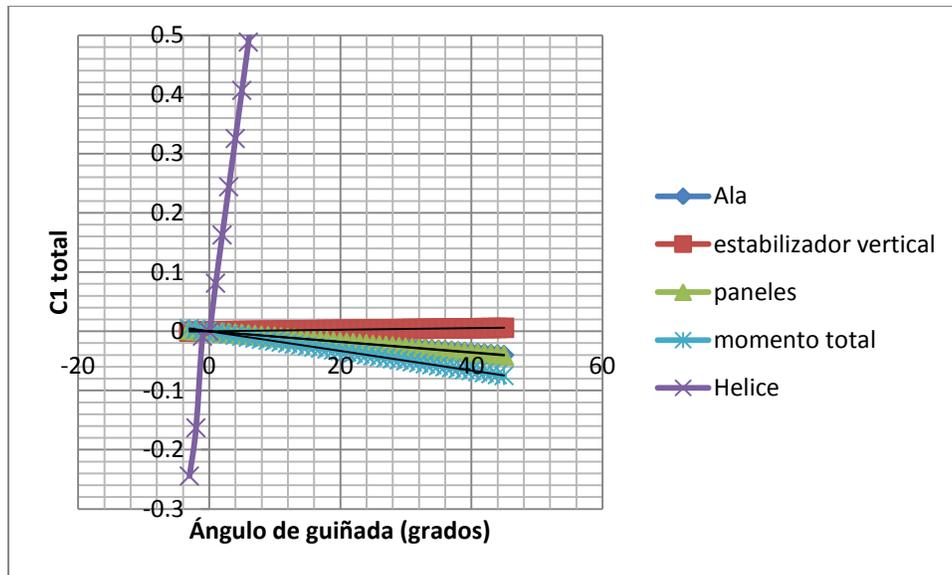
Por lo tanto teniendo cada una de las contribuciones de la aeronave a la estabilidad lateral se obtuvo la pendiente del coeficiente de momento alrededor del eje lateral con respecto al ángulo de *sideslip*.

$$C_{l_{\beta total}} = -8.85 \times 10^{-3} + 1.399 \times 10^{-4} + -9.10 \times 10^{-4} + 1.625$$

$$C_{l total} = 1.6403 \text{ (grad}^{-1}) * \beta$$

Como se puede observar en la Figura 36, el avión es estable estáticamente en alabeo debido a que cumple la condición de estabilidad lateral.

**Figura 36. Coeficiente de momento a la estabilidad lateral respecto al *sideslip* debido al momento total.**



### 9.3.4 CONTROL LATERAL

El coeficiente del momento de alabeo está determinado por la siguiente expresión: <sup>67</sup>

$$Cl_{\delta a} = \frac{2 * \frac{\partial cl}{\partial \alpha} * \tau_a}{S * B} * \int_{y_i}^{y_o} C_a(y) * y * dy$$

Como la superficie alar no tiene taperado la cuerda es constante y sale de la integral. La eficacia del control se obtuvo por medio de la figura (12) del anexo A ( $\tau_a = 0.4$ ) de tal manera que:

$$Cl_{\delta a} = \frac{2 * \frac{\partial cl}{\partial \alpha} * \tau_a}{S * B} * C_a(y) * \int_{2.862}^{4.43} y * dy$$

<sup>67</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P 308

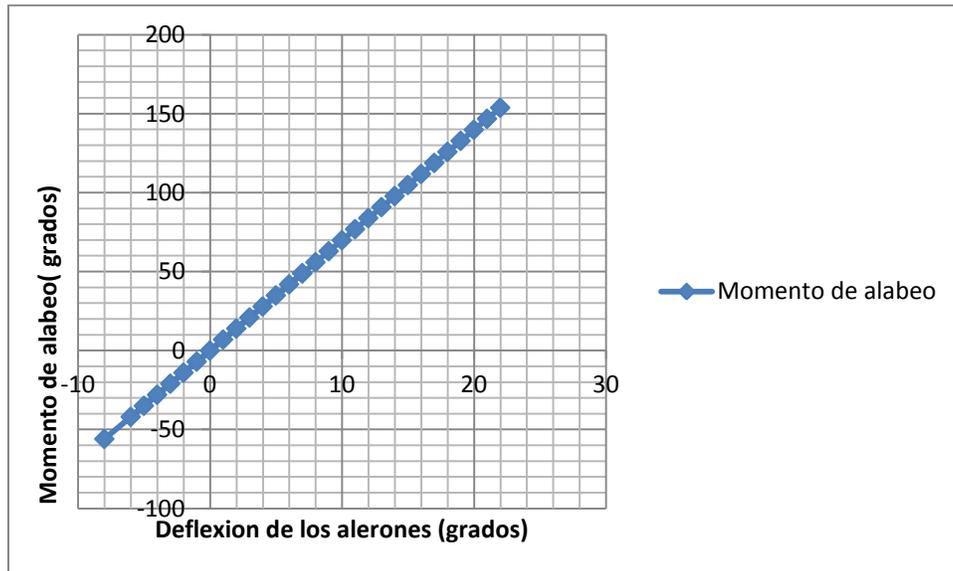
$$Cl_{\delta a} = 5.7072 \times 10^{-4} / \text{grados}$$

El coeficiente de momento de alabeo se calculó mediante la siguiente ecuación:

$$M_l = \frac{1}{2} * \rho * V^2 * S * b * Cl_{\delta a} * \delta a$$

La Figura 37 muestra la variación del coeficiente de momento de alabeo con respecto al ángulo de deflexión del alerón.

**Figura 37. Momento de cabeceo respecto a la deflexión del alerón.**



#### 9.4 DISEÑO DE LOS MECANISMOS DE MOVIMIENTO DE LAS SUPERFICIES DE CONTROL

Diseñar la configuración general de los mecanismos que accionan los sistemas de control de la aeronave es de gran importancia, por eso se propone en el presente documento cómo podrán instalarse los servo motores que accionarán los elevadores, alerones y timón de dirección del SUE-SUA.

Para poder definir qué tipo de servo motores se utilizarán para el movimiento de cada una de éstas superficies, es necesario precisar cuánto momento se ejerce sobre cada brazo de servo según la pieza que deban mover.

Para poder hallar este momento que se genera, es importante encontrar el peso estimado de cada una de las superficies de control, por eso, éstas se modelaron en Solid Edge con la masa del material en el que se construirán y se estimó tanto el peso como la ubicación del centro de gravedad (Figura 38, Figura 39 y Figura 40). El material es la madera tipo balsa, utilizada comúnmente para la construcción de éste tipo de aviones.

Las características de la madera balsa que se utilizaron para el análisis en Solid Edge se muestran en la Tabla 6 y las propiedades físicas de cada superficie en la Tabla 7:

**Tabla 6 Propiedades de la madera tipo balsa.**

Madera Balsa	
Densidad	$160 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Módulo de Elasticidad	3400 MPa
Coefficiente de Poisson	0.229
Límite de elasticidad	15 MPa

**Tabla 7 Propiedades Físicas de cada superficie.**

Superficie de control	Elevador	Alerón	Timón de cola
Masa del elevador	0,064 Kg.	0.012 kg	0.082 kg

Distancia del cg ( $b_{cg}$ )	0.19 m	0.09 m	0.05 m
Peso de la superficie de control (w)	0.63 N.	0.12 N.	0.80 N.

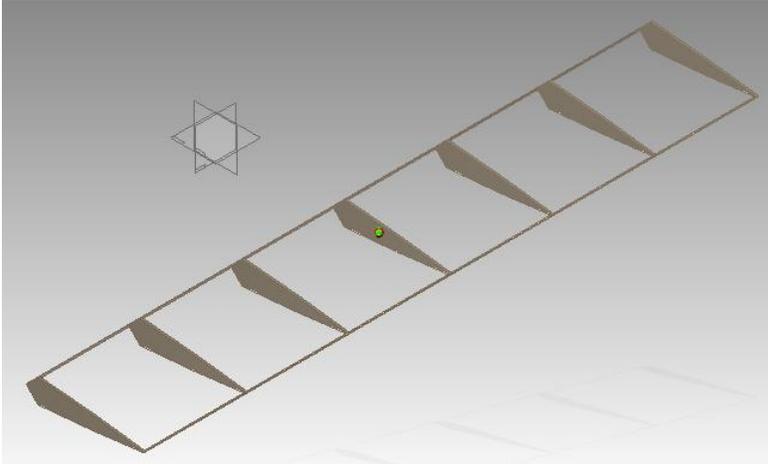


Figura 38 Elevador del SUE SUA en Solid Edge.

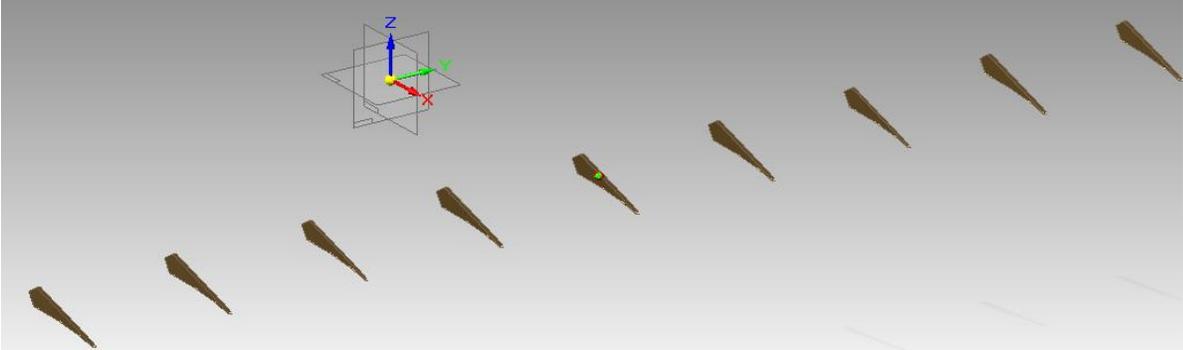


Figura 39 Alerón del SUE SUA en Solid Edge

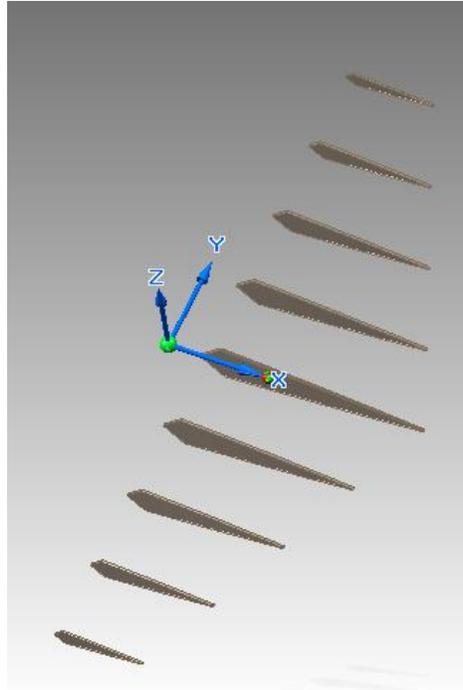


Figura 40 Rudder del SUE SUA en Solid Edge.

Además del momento que produce el peso de la superficie alrededor de la bisagra, la distribución de presiones sobre la superficie de control en su rango de operación genera fuerza adicional que se aplica alrededor de eje de pivote y que se conoce como momento de bisagra. La suma del momento producido por el peso de la superficie de control y el de bisagra fueron estimados para seleccionar el servo adecuado. Debido a esto, se halló cada uno de estos momentos, tanto en los elevadores, alerones y timón de dirección.

#### 9.4.1 Momento de bisagra en el elevador

Este coeficiente de momento de bisagra se puede estimar por medio de la Ecuación 78<sup>68</sup>:

---

<sup>68</sup> NELSON, Robert. Op.,.cit.P.68.

$$C_{h_e} = C_{h_0} + C_{h_{\alpha_t}} * \alpha_t + C_{h_{\delta_e}} * \delta_e + C_{h_{\delta_t}} * \delta_t$$

**Ecuación 78**

Donde  $C_{h_0}$  es un momento residual y:

$$C_{h_{\alpha_t}} = \frac{dC_h}{d\alpha_t}$$

$$C_{h_{\delta_e}} = \frac{dC_h}{d\delta_e}$$

$$C_{h_{\delta_t}} = \frac{dC_h}{d\delta_t}$$

Normalmente estos términos se hallan por medio de pruebas que se realizan en el túnel de viento. Por simplicidad y falta de información precisa, se asumió que  $\delta_t$  y  $C_{h_0}$  son iguales a cero. Para el caso en donde el elevador esta libre, es decir el control se suelta, la Ecuación 78 queda expresada de la siguiente manera<sup>69</sup>:

$$C_{h_e} = C_{h_{\alpha_t}} * \alpha_t + C_{h_{\delta_e}} * \delta_e$$

$$(\delta_e)_{\text{libre}} = -\frac{C_{h_{\alpha_t}}}{C_{h_{\delta_e}}} \alpha_t$$

**Ecuación 79**

Normalmente los términos  $C_{h_{\alpha_t}}$  y  $C_{h_{\delta_e}}$  son negativos y dependen del posicionamiento de la línea de bisagra con respecto al borde de ataque de la superficie de control<sup>70</sup>. Cuando la línea de bisagra se ubica en el borde de ataque de la superficie de control, estos términos son negativos pero si la línea de bisagra es movida hacia atrás los valores de estos coeficientes se vuelven cada vez más positivos. Los coeficientes del

<sup>69</sup>Ibid. P 69.

<sup>70</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P 218.

momento de bisagra se encuentran en función del área y de la cuerda de la superficie de control<sup>71</sup>.

Siendo así se calculó  $C_{h_{\alpha t}}$ :<sup>72</sup>

$$C_{h_{\alpha t}} = \left( \frac{A_t \cos(\Lambda_c/4)}{A_t + 2c \cos(\Lambda_c/4)} \right) C_{h_{\alpha \text{bal}}} + \Delta C_{h_{\alpha}}$$

**Ecuación 80**

Donde  $C_{h_{\alpha \text{bal}}} = \left( \frac{C_{h_{\alpha \text{bal}}}}{C'_{h_{\alpha}}} \right) C'_{h_{\alpha}}$ <sup>73</sup>

$$C'_{h_{\alpha}} = \left( \frac{C'_{h_{\alpha}}}{(C_{h_{\alpha}})_{\text{teórico}}} \right) (C_{h_{\alpha}})_{\text{teórico}}$$

Para poder hallar los coeficientes anteriormente mostrados, fue necesario hallar primero el *Balance Ratio*:

$$RB = \sqrt{\left( \frac{C_b}{C_f} \right)^2 - \left( \frac{t_c}{2C_f} \right)^2}$$

**Ecuación 81**

La línea de bisagra se encuentra en el 25% de la cuerda del elevador que para este caso es a 0.079 metros del borde de ataque y el valor de  $t_c$  es aproximadamente de 0.055 metros según la geometría del perfil aerodinámico. De allí:

$$RB = \sqrt{\left( \frac{0.079}{0.24} \right)^2 - \left( \frac{0.055}{2(0.24)} \right)^2}$$

$$RB = 0.31$$

Luego de tener el valor del *balance ratio* y asumiendo que, por el tipo de avión y método de construcción más probable, el elevador poseerá una nariz afilada o *Sharp*

<sup>71</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P.220

<sup>72</sup> Ibid. P.220

<sup>73</sup> Ibid. P.221

Nose. Con esta información y la Figura (1) del anexo B se calculó el valor de  $\frac{C_{h\alpha_{bal}}}{C'_{h\alpha}}$  que corresponde a 0.8.

Para poder hallar el parámetro  $\frac{C'_{h\alpha}}{(C_{h\alpha})_{teórico}}$  se calculó primero el valor de  $\frac{a_o}{(a_o)_{Teórico}}$  siendo necesario calcular el valor  $TAN \frac{1}{2}\phi'_{TE}$ , en donde  $\phi'_{TE}$  es el ángulo del borde de ataque definido como el ángulo entre líneas rectas que pasan a través de los puntos ubicados al 90% y 99% de la cuerda en el intradós y extradós de la superficie del perfil.<sup>74</sup>

$$TAN \frac{1}{2}\phi'_{TE} = \frac{y_{90} - y_{99}}{0.09}$$

$$TAN \frac{1}{2}\phi'_{TE} = \frac{(0.0142605) - (0.002274)}{0.09}$$

$$TAN \frac{1}{2}\phi'_{TE} = 0.133$$

Antes de ubicar este valor en la gráfica en la figura (1) del Anexo B fue necesario verificar que éste método se puede utilizar según DATCOM, por ende se debe cumplir lo siguiente:

$$TAN \frac{1}{2}\phi'_{TE} \cong TAN \frac{1}{2}\phi''_{TE} \cong \frac{t}{c}$$

En donde  $\phi''_{TE}$  es el ángulo del borde de ataque definido como el ángulo entre líneas rectas que pasan a través de los puntos ubicados al 95% y 99% de la cuerda en intradós y extradós de la superficie del perfil y  $\frac{t}{c}$  es la relación de espesor del NACA 0012<sup>75</sup> por lo tanto:

$$TAN \frac{1}{2}\phi''_{TE} = \frac{y_{95} - y_{99}}{0.05}$$

<sup>74</sup> USAF Stability and Control DATCOM. Finck 1978.

<sup>75</sup> USAF Stability and Control DATCOM. Finck 1978.

$$\text{TAN } \frac{1}{2} \phi''_{TE} = \frac{0.0073015 - 0.002274}{0.05}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2} \phi''_{TE} = 0.10055$$

$$\frac{t}{c} = 0.12$$

$$0.133 \cong 0.10055 \cong 0.12$$

Al obtener cada uno de estos parámetros, se observa que son similares. Cumplida la condición de espesor, el valor de  $\frac{a_o}{(a_o)_{teórico}}$  es 0.76 y se halló de la figura (2) del anexo B.

Con la figura (3) del anexo B, se encontró el valor de  $\frac{C'_{h\alpha}}{(C_{h\alpha})_{teórico}}$  el cual es de 0.38. Luego de la figura (4) del anexo B se obtuvo  $(C_{h\alpha})_{teórico}$  el cual posee un valor de -0.68/rad.

Luego se reemplazaron los valores calculados, siendo así:

$$C'_{h\alpha} = \left( \frac{C'_{h\alpha}}{(C_{h\alpha})_{teórico}} \right) (C_{h\alpha})_{teórico}$$

**Ecuación 82**

$$C'_{h\alpha} = (0.38)(-0.68 / \text{rad})$$

$$C'_{h\alpha} = -0.26 / \text{rad}$$

$$C_{h\alpha_{bal}} = \left( \frac{C_{h\alpha_{bal}}}{C'_{h\alpha}} \right) C'_{h\alpha}$$

$$C_{h\alpha_{bal}} = (0.8)(-0.26 / \text{rad})$$

$$C_{h\alpha_{bal}} = -0.208 / \text{rad}$$

Para calcular el valor del parámetro  $\Delta C_{h\alpha}$ , fue necesario aplicar el método de Bandu Pamadi<sup>76</sup>, en el que es esencial hallar varias incógnitas antes de poder definir su valor.

Para empezar, de la figura (5)(c) del anexo B, se obtuvo el valor de  $B_2$  el cual es de 1.05. Seguido a esto, se prosiguió a encontrar con la Ecuación 83 el valor de  $K_\alpha$ <sup>77</sup>

$$K_\alpha = \frac{(K_\alpha)_{\eta i}(1 - \eta i) - (K_\alpha)_{\eta o}(1 - \eta o)}{\eta o - \eta i}$$

**Ecuación 83**

Donde:

$$\eta i = \frac{2y_i}{b} = \frac{(2)(0.236)}{3.76} = 0.12$$

$$\eta o = \frac{2y_o}{b} = \frac{(2)(1.88)}{3.76} = 1$$

De la figura 5 (b) del anexo B, se obtuvieron los valores de  $(K_\alpha)_{\eta i}$  y  $(K_\alpha)_{\eta o}$ , los cuales son de 1.2 y 4.33 respectivamente. De allí, se reemplazaron en la Ecuación 83 los valores hallados:

$$K_\alpha = \frac{(1.2)(1 - 0.12) - (4.33)(1 - 1)}{1 - 0.12}$$

$$K_\alpha = 1.2$$

Luego de obtener este valor fue posible hallar  $\frac{\Delta C_{h\alpha}}{\alpha_o B_2 K_\alpha \cos \Lambda_{c/4}}$  de la figura (5)(a) del anexo B. De allí que:

<sup>76</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P.223.

<sup>77</sup> Ibid. P. 224

$$\frac{\Delta C_{h\alpha}}{\alpha_o B_2 K_\alpha \cos \Lambda_{c/4}} = 0.007$$

$$\Delta C_{h\alpha} = (0.007)(6.30)(1.05)(1.2)(\cos 0)$$

$$\Delta C_{h\alpha} = 0.055 / \text{rad}$$

Reemplazando los valores en la Ecuación 80:

$$C_{h\alpha t} = \left( \frac{5.97 \cos(0)}{5.97 + 2 \cos(0)} \right) (-0.208) + 0.055$$

$$C_{h\alpha t} = -0.101 / \text{rad} \cong -0.0017 / \text{deg}$$

El valor  $C_{h\delta,e}$  se estimó a partir de la Ecuación 84.

$$C_{h\delta,e} = \cos \Lambda_{c/4} \cos \Lambda_{HL} \left[ (C_{h\delta,e})_{\text{bal}} + \alpha \delta (C_{h\alpha})_{\text{bal}} \left( \frac{2 \cos \Lambda_{c/4}}{A_t + 2 \cos \Lambda_{c/4}} \right) \right] + \Delta C_{h\delta,e}$$

**Ecuación 84**

De la figura (6) del anexo B se halló el valor de  $\frac{(C_{h\delta,e})_{\text{bal}}}{C_{h\delta,e}} = 0.81$ ; de la figura (7) del anexo B, el de  $\frac{C_{h\delta,e}}{(C_{h\delta,e})_{\text{teórico}}} = 0.74$  y el parámetro  $(C_{h\delta,e})_{\text{teórico}} = -0.93$ .

Para hallar el  $\Delta C_{h\delta,e}$ , se utilizó la Ecuación 85 propuesta por Bandu Pamadi<sup>78</sup>.

$$K_\delta = \frac{(K_\delta)_{\eta i} (1 - \eta i) - (K_\delta)_{\eta o} (1 - \eta o)}{\eta o - \eta i}$$

**Ecuación 85**

$$K_\delta = \frac{(1.1)(1 - 0.12) - (4.4)(1 - 1)}{1 - 0.12}$$

$$K_\delta = 1.1$$

<sup>78</sup> PAMADI, BANDU. Op., cit P.227.

Los valores utilizados en la ecuación provienen de la figura (8)(b) del anexo B.

Luego se halló el valor de  $Cl_\delta$ , el cual es de 4.73 / rad, estos datos se obtuvieron a partir las simulaciones realizadas en XFLR5.

Luego de encontrado este valor se prosiguió a encontrar el valor de  $\Delta C_{h_\delta}$  a partir de la Ecuación 86 y de la figura 8 (a) del anexo B.

$$\frac{\Delta C_{h_\delta}}{C_{l_\delta} B_2 K_\delta \cos \Lambda_{c/4} \cos \Lambda_{HL}} = 0.012$$

**Ecuación 86**

$$\Delta C_{h_\delta} = (0.012)(4.73)(1.05)(1.1)(\cos 0)(\cos 0)$$

$$\Delta C_{h_\delta} = 0.065 / \text{rad}$$

Luego, al sustituir los términos en la Ecuación 82 por los valores correspondientes se obtuvo:

$$C'_{h\delta,e} = (0.74)(-0.93)$$

$$C'_{h\delta,e} = -0.6882 / \text{rad}$$

$(C_{h\delta,e})_{\text{bal}}$  se calculó por medio de la Ecuación 87

$$(C_{h\delta,e})_{\text{bal}} = C'_{h\delta,e} \frac{(C_{h\delta,e})_{\text{bal}}}{C_{h\delta,e}}$$

**Ecuación 87**

$$(C_{h\delta,e})_{\text{bal}} = (-0.6882 \text{ rad})(0.81)$$

$$(C_{h\delta,e})_{\text{bal}} = -0.558 / \text{rad}$$

Para calcular el valor de  $\alpha_\delta = -\frac{C_{l_\delta}}{a_0}$  fue necesario:

$$\alpha_{\delta} = -\frac{C_{l\delta}}{a_0} = -\frac{4.73}{6.30} = -0.75$$

Los términos de la Ecuación 84 se remplazaron por los valores hallados, así:

$$C_{h\delta,e} = (\cos 0)(\cos 0) \left[ (-0.558) + (-0.75)(-0.208) \left( \frac{2\cos 0}{5.97 + 2\cos 0} \right) \right] + 0.065$$

$$C_{h\delta,e} = -0.45/\text{rad} \cong -0.0079/\text{deg}$$

Finalmente se empleó la Ecuación 88 para calcular el momento de bisagra que es generado por las fuerzas aerodinámicas sobre el elevador.

$$M_h = C_h * q_t * S_e * \bar{c}_e$$

**Ecuación 88**

$$M_h = (C_{h\alpha} * \alpha_s + C_{h\delta,e} * \delta_e) * q_t * S_e * \bar{c}_e$$

$$M_h = (C_{h\alpha} * \alpha_s + C_{h\delta,e} * \delta_e) * \frac{1}{2} * \rho * V^2 * S_e * \bar{c}_e$$

$$M_h = [(-0.0017) * (9) + (-0.0079/\text{deg}) * (-10)] * \frac{1}{2} * \left( 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) * (14.01)^2 * (0.52) * (0.315)$$

$$M_h = 1.254 \text{ Nm}$$

Luego de encontrar el momento de bisagra, se calculó la fuerza que deben ejercer los servos para mover la superficie de control teniendo también en cuenta su peso y la posición del centro de gravedad. Para ello analizaron tres condiciones posibles en la operación del elevador.

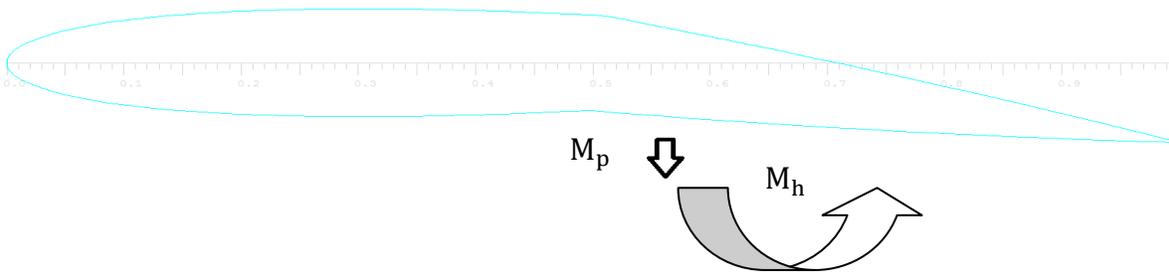
- **Condición No.1**



**Figura 41 Momento generado por el peso de la superficie**

Para la condición número 1, al no existir deflexión por parte del elevador, no se tiene en cuenta el momento de bisagra, con lo cual solo se tendría en cuenta el momento generado por el peso de la superficie y por lo tanto la fuerza requerida en el servo es menor (Figura 41)

- **Condición No.2**

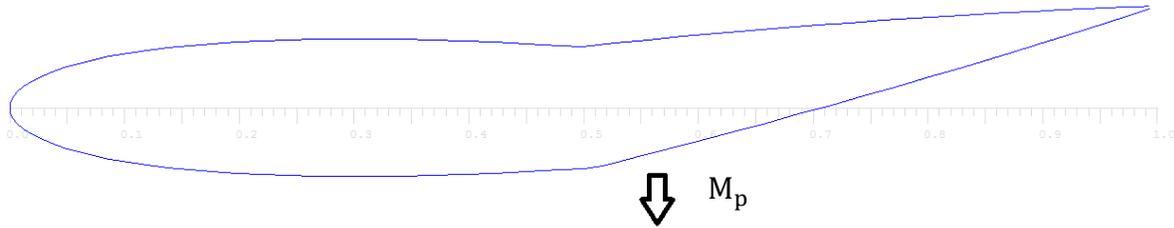


**Figura 42 Momento de bisagra contrario al momento generado por el peso de la superficie**

En la condición número 2 el elevador se mueve hacia abajo y produce la componente del momento de bisagra, pero como se observa en la Figura 43 al ser éste momento contrario al momento generado por el peso de la superficie de controlar el momento resultante es menor. La condición 2 no es por lo tanto la más crítica.

- **Condición No.3**





**Figura 43 Momentos de bisagra y generado por el peso en el mismo sentido**

En esta condición, se observa que cuando se tiene una deflexión negativa del elevador (movimiento hacia arriba), el momento de bisagra se suma con el momento que es generado por el peso, siendo ésta la condición más crítica (Figura 43). Por esta razón la condición número 3 es la que se consideró para hallar el momento y la fuerza total y definir el servo que se utilizará en el elevador.

Siendo así, se tiene que:

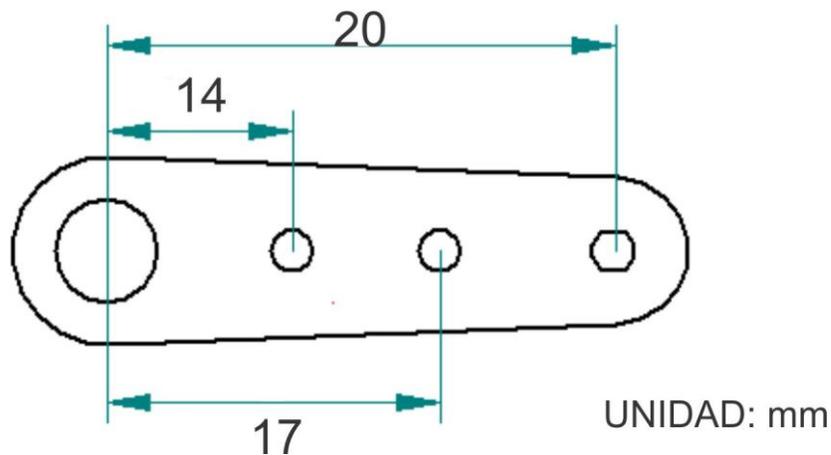
$$M_{Te} = M_h + M_p$$

Donde  $M_p = Wb_{cg} \cos \delta$ , e

$$M_{Te} = (1.254) + [(0.63)(0.19)(\cos 10)]$$

$$M_{Te} = 1.371 \text{ Nm}$$

Luego de hallado este momento se calculó la fuerza que debe generar el servo motor, dependiendo de la longitud del cuerno que se va a utilizar. Para ello se propuso un brazo comercial que se utilizará en el servo motor (Figura 44).

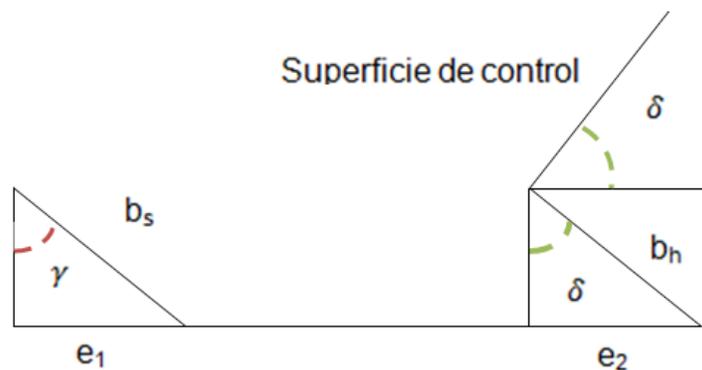


**Figura 44 Brazo de servo estándar Futaba**

**Fuente:** <http://aero-modelo.com/emisoras/accesorios-emisoras/brazos-de-servo/brazo-de-servo-22.html>

Dependiendo del ángulo de recorrido del servo motor, se encontró la distancia de desplazamiento de la varilla de control de tal manera que sincronice el movimiento de la superficie de control en el rango de operación. Finalmente, se encontraron la longitud del cuerno y el momento que debe generar el servo.

En la Figura 45 se muestra de manera esquemática el mecanismo de movimiento del elevador que también será implementado para los alerones y timón de dirección.



**Figura 45 Mecanismo de movimiento del elevador.**

En la figura:

$e_1$  : Distancia de recorrido del brazo del servo motor.

$e_2$  : Distancia de recorrido del cuerno de la superficie de control

$\gamma$  : Ángulo de recorrido del servo motor.

$\delta$ : Ángulo de deflexión de la superficie de control.

$b_s$  : Longitud del brazo del servo.

$b_h$  : Longitud del cuerno.

Con el ánimo de aprovechar el recorrido completo del servo motor para lograr la mejor ventaja mecánica y resolución asume que el recorrido máximo de la superficie de control debe estar acoplado al máximo del servo motor. De la figura se deduce que:

$$e_1 = (0.02 \text{sen} 45) = 0.01414 \text{ m.}$$

$$e_1 = e_2;$$

$$b_h = \frac{e_2}{\text{sen} \delta}$$
$$b_h = \frac{0.01414}{\text{sen}(10)}$$

$$b_h = 0.08144 \text{ m} \cong 81.44 \text{ mm}$$

La fuerza que debe ejercer la varilla de control en el cuerno para mover o sostener la superficie de control en el punto más crítico se calculó con la Ecuación 89.

$$F = \frac{M_{Te}}{b_h \cos \delta}$$

**Ecuación 89**

$$F = \frac{1.371}{(0.08144)(\cos(10))}$$

$$F = 17.187 \text{ N}$$

En esta condición la varilla de control trabaja a compresión y la fuerza que transmite al cuerno de la superficie de control es igual a la que produce en el punto donde se acopla con el brazo del servo. El torque que debe producir el servo motor para generar la fuerza requerida en el punto de acople de la varilla de control con el brazo del servo se estimó por medio de la Ecuación 90

$$M_S = Fb_s \cos \gamma$$

**Ecuación 90**

$$M_S = (17.187)(0.02)(\cos (45))$$

$$M_S = 0.243 \text{ N.m}$$

Según este momento, se podrá utilizar un servo motor S3152 mostrado en la Figura 46 que posee las especificaciones de la Tabla 8

**Tabla 8 Especificaciones Servo Futaba S3152**

Futaba S3152 Servo Digital Standard	
Velocidad	0,22 seg/60°
	0,18 sec/60°
Voltaje batería	4,8 V
	6 V
Torque	0,49 N.m
	0,61 N.m
Peso	41 g
Dimensiones	40 x 20 x 38 mm
Ángulo de recorrido	45°



Figura 46 Servo Futaba S3152

Fuente: <http://www3.towerhobbies.com/cgi-bin/wti0001p?&l=LXHKB0>

Para mover la superficie de control se recomienda fabricar un cuerno *T-style* en aluminio o materiales compuestos de tal manera que la distancia entre el punto de bisagra y el acople con la varilla de control sea de 82 mm medidos a lo largo de la normal al plano de la cuerda del estabilizador tipo Canard como se muestra en la Figura 47.

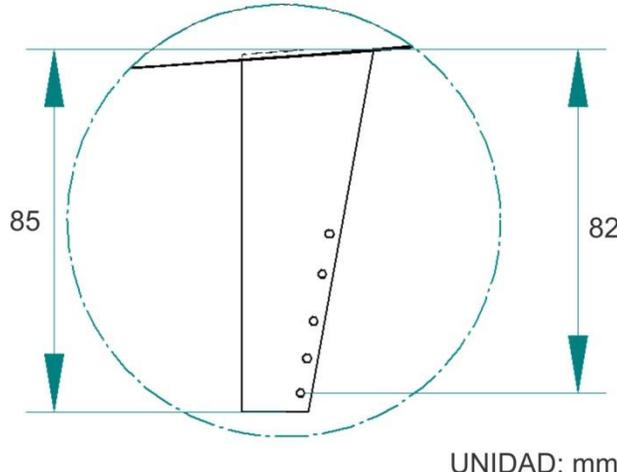


Figura 47 Cuerno T-Style para el elevador

Fuente: <http://www.chiefaircraft.com/radio-control/servo-accessories/control-horns/dub-237.html>

#### 9.4.2 Momento de bisagra en el alerón

El momento de bisagra que se genera en el alerón se calculó con el mismo el procedimiento utilizado para los elevadores. La línea de bisagra se encuentra en el 25% de la cuerda del alerón, es decir, a 0.034 metros del borde de ataque y el valor de  $t_c$  en este punto es 0.02 metros.

El balance ratio para el alerón (Ecuación 81), es:

$$RB = \sqrt{\left(\frac{0.034}{0.103}\right)^2 - \left(\frac{0.02}{2(0.103)}\right)^2}$$
$$RB = 0.32$$

Luego se realizó el procedimiento propuesto por DATCOM en el cual se comprueba la condición de espesor:

$$\text{TAN } \frac{1}{2}\phi'_{TE} \cong \text{TAN } \frac{1}{2}\phi''_{TE} \cong \frac{t}{c}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2}\phi'_{TE} = \frac{y_{90} - y_{99}}{0.09}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2}\phi'_{TE} = \frac{(0,033865) - (0,00521)}{0.09}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2}\phi'_{TE} = 0.318$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2}\phi''_{TE} = \frac{y_{95} - y_{99}}{0.05}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2}\phi''_{TE} = \frac{0.017805 - 0.00521}{0.05}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2}\phi''_{TE} = 0.2519$$

$$\frac{t}{c} = 0.1211$$

$$0.318 \neq 0.2519 \neq 0.1211$$

Según DATCOM cuando no se cumple la condición de espesor, es necesario realizar el siguiente procedimiento para hallar el valor de  $(C_{h\delta})_{balance}$  y así hallar el momento de bisagra como se hizo en el elevador.

De la figura 9 del anexo B se obtiene  $(C_{l\delta})_{Teórico} = 0.36$ ; luego se calcula la el valor de la expresión (Ecuación 91):

$$\text{TAN } \frac{1}{2} \phi'_{TE} = \frac{\frac{y_{90}}{2} - \frac{y_{99}}{2}}{9}$$

**Ecuación 91**

$$\text{TAN } \frac{1}{2} \phi'_{TE} = \frac{\left(\frac{0,016885}{2}\right) - \left(\frac{0,00334}{2}\right)}{0.09}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2} \phi'_{TE} = 0.075$$

De la figura 10 del anexo B  $\frac{C_{l\alpha}}{(C_{l\alpha})_{Teórico}} = 0.82$  y de la figura 11 del mismo anexo se definió el valor de  $\frac{C_{l\delta}}{(C_{l\delta})_{Teórico}} = 0.69$ ; luego se utilizó la Ecuación 92 sustituyendo el valor encontrado.

$$C'_{h\delta} = \left(\frac{C'_{h\delta}}{(C_{h\delta})_{teórico}}\right) (C_{h\delta})_{teórico}$$

**Ecuación 92**

En donde  $\frac{C'_{h\delta}}{(C_{h\delta})_{teórico}} = 0.83$  y  $(C_{h\delta})_{teórico} = -0.77/\text{rad}$  provienen de la figura 7(b) del anexo B. Estos valores se reemplazaron en la Ecuación 92

$$C'_{h\delta a} = (0.83)(-0.77)$$

$$C'_{h\delta a} = -0.64/\text{rad}$$

Los valores obtenidos se reemplazaron en la Ecuación 93:

$$C''_{h\delta a} = C'_{h\delta a} + 2(C_{l\delta})_{\text{Teórico}} \left[ 1 - \frac{C_{l\delta}}{(C_{l\delta})_{\text{Teórico}}} \right] \left( \text{TAN } \frac{1}{2} \phi''_{TE} - \frac{t}{c} \right)$$

**Ecuación 93**

$$C''_{h\delta a} = -0.64 + (2)(0.36)(1 - 0.69)(0.2519 - 0.1211)$$

$$C''_{h\delta a} = -0.61/\text{rad}$$

Seguido a esto, de la figura 13 del anexo B se encontró  $\frac{(C_{h\delta})_{\text{balance}}}{C''_{h\delta}}$  para obtener el valor de  $(C_{h\delta a})_{\text{balance}}$  (Ecuación 94).

$$(C_{h\delta a})_{\text{balance}} = C''_{h\delta} \left[ \frac{(C_{h\delta})_{\text{balance}}}{C''_{h\delta}} \right]$$

**Ecuación 94**

$$(C_{h\delta a})_{\text{balance}} = (-0.61)(0.81)$$

$$(C_{h\delta a})_{\text{balance}} = -0.49/\text{rad}$$

Para calcular  $\Delta C_{h\alpha}$ , se halló el valor  $B_2 = 0.73$  de la Figura 5c del anexo B, y el valor  $K_{\delta a}$  de la Ecuación 83.

$$\eta_i = \frac{2y_i}{b} = \frac{(2)(2.862)}{9.5} = 0.6$$

$$\eta_o = \frac{2y_o}{b} = \frac{(2)(4.43)}{9.5} = 0.93$$

$$K_{\delta a} = \frac{(2.1)(1 - 0.6) - (3.7)(1 - 0.93)}{0.93 - 0.6}$$

$$K_{\delta a} = 1.76$$

De la Figura 48, el valor de  $Cl_{\delta}$ ; el cual es de 3.68 / rad.

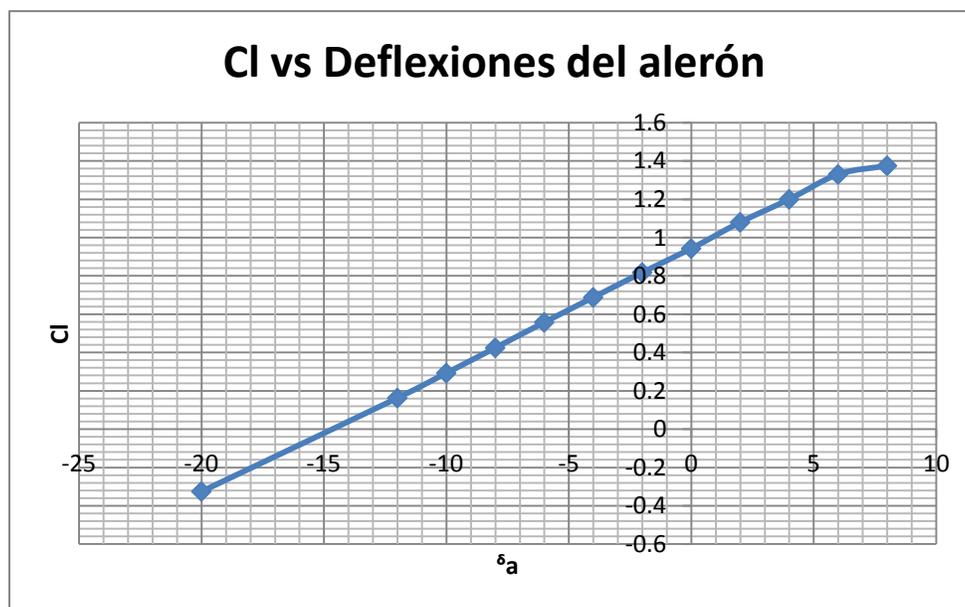


Figura 48.  $Cl$  vs ángulo de Deflexión del alerón.

Luego se procedió a encontrar la ecuación que representa la curva de la figura 8(a) del anexo B, ya que la relación de aspecto de las alas es muy elevada (Figura 49).

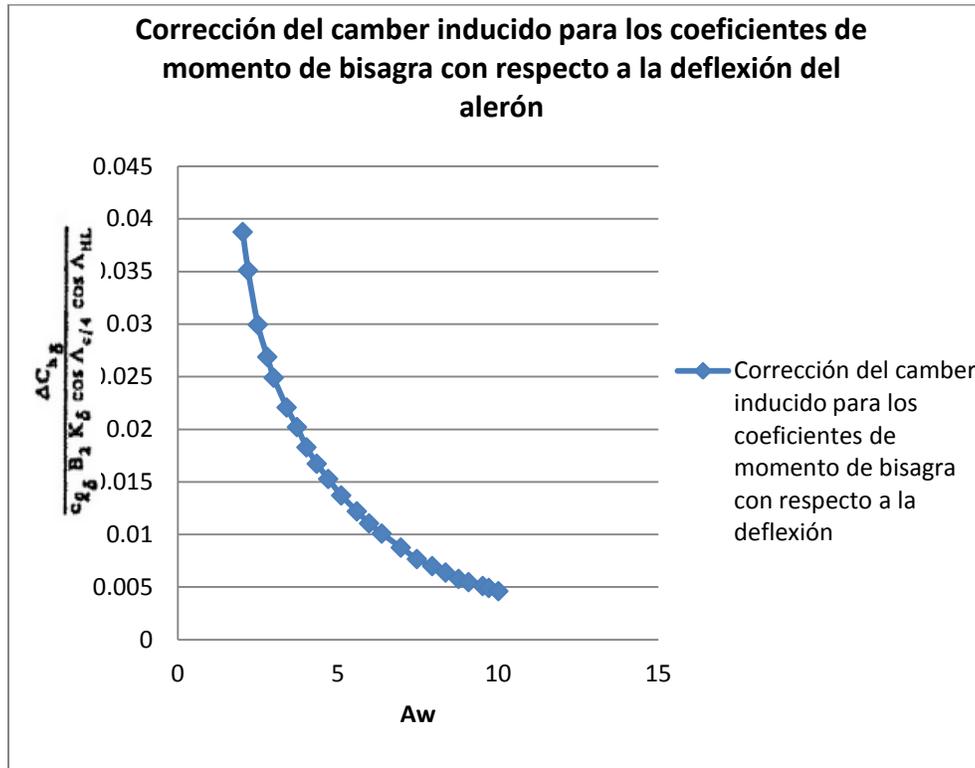


Figura 49 Corrección del camber inducido para los coeficientes de momento de bisagra con respecto a la deflexión del alerón.

La Ecuación 95 se empleo para extrapolar el valor que corresponde a la relación de aspecto del SUE-SUA.

$$y = 0,1083x^{-1,324}$$

Ecuación 95

$$y = 0,1083*(17.92)^{-1,324}$$

$$y = 0.0023$$

$$\frac{\Delta C_{h\delta a}}{C_{l\delta} B_2 K_\delta \cos \Lambda_{c/4} \cos \Lambda_{HL}} = 0.0023$$

$$\Delta C_{h\delta a} = (0.0023)(3.68)(0.73)(1.76)(\cos 0)(\cos 0)$$

$$\Delta C_{h_{\delta a}} = 0.0108 / \text{rad}$$

Posteriormente se hallaron todos los coeficientes que dependen del ángulo de ataque; entonces de figura 2 del anexo B  $\frac{a_o}{(a_o)_{\text{teórico}}} = 0.825$  y de la figura 3 del anexo B

$$\frac{C'_{h_{\alpha}}}{(C_{h_{\alpha}})_{\text{teórico}}} = 0.5 .$$

Luego se encontró en la figura 4 del anexo B  $(C_{h_{\alpha}})_{\text{teórico}}$  el cual posee un valor de - 0.38 /rad. Ahora se reemplazaron los valores calculados en la Ecuación 82

$$C'_{h_{\alpha}} = (0.5)(-0.38 / \text{rad})$$

$$C'_{h_{\alpha}} = -0.19 / \text{rad}$$

El valor de  $\left(\frac{C_{h_{\alpha \text{bal}}}}{C'_{h_{\alpha}}}\right)$  de la figura 1 anexo B es de 0.8 y por lo tanto:

$$C_{h_{\alpha \text{bal}}} = \left(\frac{C_{h_{\alpha \text{bal}}}}{C'_{h_{\alpha}}}\right) C'_{h_{\alpha}}$$

$$C_{h_{\alpha \text{bal}}} = (0.8)(-0.26 / \text{rad})$$

$$C_{h_{\alpha \text{bal}}} = -0.208 / \text{rad}$$

Para calcular el valor del parámetro  $\Delta C_{h_{\alpha}}$ , es necesario aplicar el método de Bandu Pamadi, el cual fue utilizado para definir este valor en el momento de bisagra en el elevador. De allí  $B_2=0.75$  (Figura 5(c) del anexo B).

Para poder obtener el valor de  $\Delta C_{h_{\alpha}}$ , es necesario encontrar el valor de:

$$K_{\alpha} = \frac{(K_{\alpha})_{\eta i}(1 - \eta i) - (K_{\alpha})_{\eta o}(1 - \eta o)}{\eta o - \eta i}$$

Donde:

$$\eta_i = \frac{2y_i}{b} = \frac{(2)(2.862)}{9.5} = 0.60$$

$$\eta_o = \frac{2y_o}{b} = \frac{(2)(4.43)}{9.5} = 0.93$$

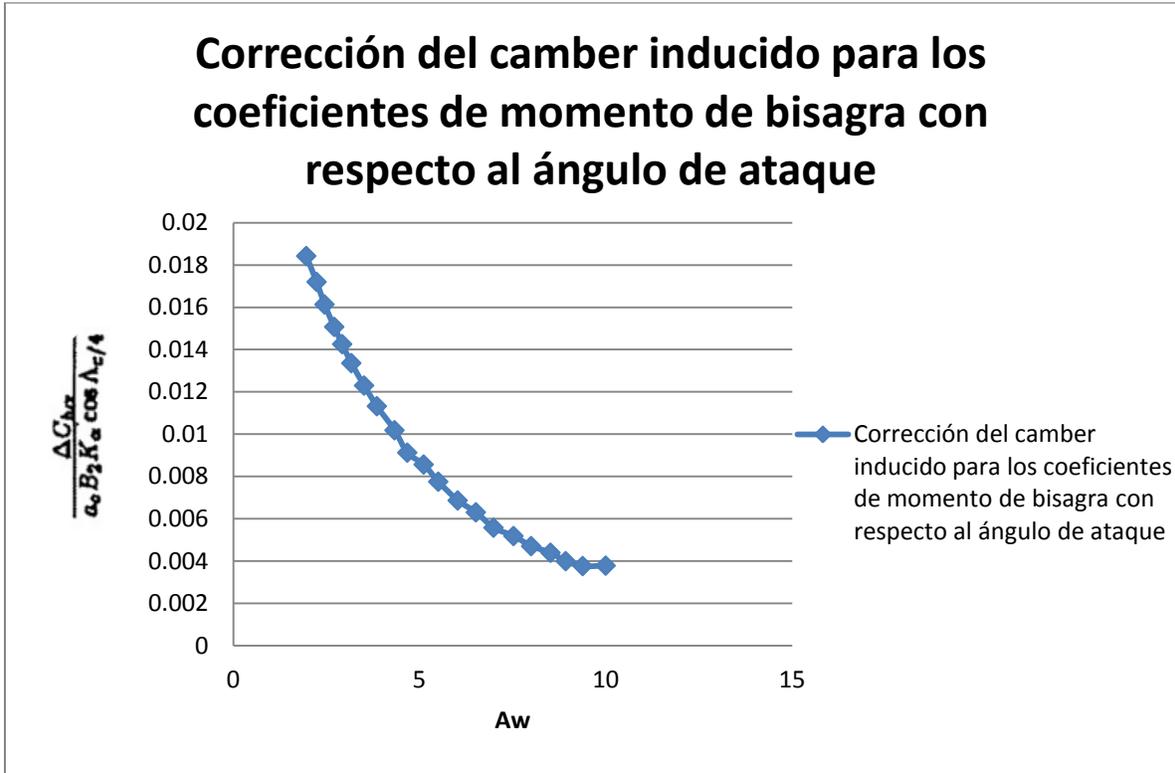
De la figura 5(b) del anexo B, se obtienen los valores de  $(K_\alpha)_{\eta_i}$  y  $(K_\alpha)_{\eta_o}$ , los cuales son de 2.3 y 3.8 respectivamente. De allí, se reemplazan los valores encontrados, en la siguiente ecuación. Siendo así, se obtiene que  $K_\alpha$  tiene un valor de:

$$K_\alpha = \frac{(2.3)(1 - 0.60) - (3.8)(1 - 0.93)}{0.93 - 0.60}$$

$$K_\alpha = 1.98$$

Luego de obtener este valor es posible hallar  $\Delta C_{h_\alpha}$ , como el valor de la relación de aspecto de las alas es muy alto por ende es necesario definir la ecuación de la curva de la figura 5 (c) del anexo B, para que el valor de  $\frac{\Delta C_{h_\alpha}}{a_o B_2 K_\alpha \cos \Lambda_c / 4}$  se pueda encontrar (Figura 50).

Figura 50. Corrección del camber inducido para los coeficientes de momento de bisagra con respecto al ángulo de ataque



$$y = 0,0431x^{-1,046}$$

$$y = 0,0431(17.92)^{-1,046}$$

$$y=0.0021$$

$$\frac{\Delta C_{h\alpha}}{a_0 B_2 K_\alpha \cos \Lambda_c/4} = 0.0021$$

$$\Delta C_{h\alpha} = (0.0021)(6.02)(0.75)(1.98)(\cos 0)$$

$$\Delta C_{h\alpha} = 0.019 / \text{rad}$$

$$C_{h\alpha} = \left( \frac{A_w \cos(\Lambda_c/4)}{A_w + 2 \cos(\Lambda_c/4)} \right) C_{h\alpha_{\text{bal}}} + \Delta C_{h\alpha}$$

$$C_{h\alpha} = \left( \frac{17.92 \cos(0)}{17.92 + 2 \cos(0)} \right) (-0.208) + 0.019$$

$$C_{h\alpha} = -0.168 / \text{rad} \cong -0.0029 / \text{deg}$$

Para calcular el valor de  $\alpha_\delta = -\frac{C_{l\delta a}}{a_0}$ :

$$\alpha_\delta = -\frac{C_{l\delta a}}{a_0} = -\frac{3.68}{6.02} = -0.611$$

$$C_{h\delta a} = \cos \Lambda_{c/4} \cos \Lambda_{HL} \left[ (C_{h\delta a})_{\text{bal}} + \alpha_\delta (C_{h\alpha a})_{\text{bal}} \left( \frac{2 \cos \Lambda_{c/4}}{A_w + 2 \cos \Lambda_{c/4}} \right) \right] + \Delta C_{h\delta a}$$

$$C_{h\delta a} = \cos 0 \cos 0 \left[ -0.49 + (-0.611)(-0.208) \left( \frac{2 \cos 0}{17.92 + 2 \cos 0} \right) \right] + 0.0108 / \text{rad}$$

$$C_{h\delta a} = -0.466 / \text{rad} \cong -0.008140 / \text{deg}$$

Finalmente se empleó la Ecuación 96 para calcular el momento de bisagra que es generado por las fuerzas aerodinámicas sobre alerón.

$$M_{ha} = C_h * q_t * S_a * \bar{c}_a$$

Ecuación 96

$$M_{ha} = (C_{h\alpha} * \alpha_s + C_{h\delta, a} * \delta_a) * q_t * S_a * \bar{c}_a$$

$$M_{ha} = (C_{h\alpha} * \alpha_s + C_{h\delta, a} * \delta_a) * \frac{1}{2} * \rho * V^2 * S_a * \bar{c}_a$$

$$M_{ha} = [(-0.0029) * (9) + (-0.008140 / \text{deg}) * (-39)] * \frac{1}{2} * \left( 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) * (14.01)^2 * (0.2156) * (0.1375)$$

$$M_{ha} = 1.03839 \text{ Nm}$$

Como se explicó en el análisis para el elevador, la condición 3 aplica también para los alerones. Por lo tanto el momento total más crítico en la superficie de control es la suma del momento de bisagra y el producido por el peso de alerón, de tal manera que:

$$M_T = M_{ha} + M_p$$

$$M_p = Wb_{cg}\cos\delta a$$

$$M_{Ta} = (1.03839) + [(0.12)(0.09)(\cos - 39)]$$

$$M_{Ta} = 1.047 \text{ Nm}$$

Seguido a esto, se realizó el mismo procedimiento que con el elevador para encontrar la longitud del cuerno de los alerones y el servo motor que puede mover la superficie en la condición de mayor momento.

$$b_h = \frac{e_2}{\text{sen}\delta}$$

$$b_h = \frac{0.01414}{\text{sen}(39)}$$

$$b_h = 0.02247 \text{ m} \cong 22.47 \text{ mm}$$

Luego;

$$F = \frac{M_{Ta}}{b_h \cos\delta}$$

$$F = \frac{1.047}{(0.02247)(\cos(39))}$$

$$F = 59.94 \text{ N}$$

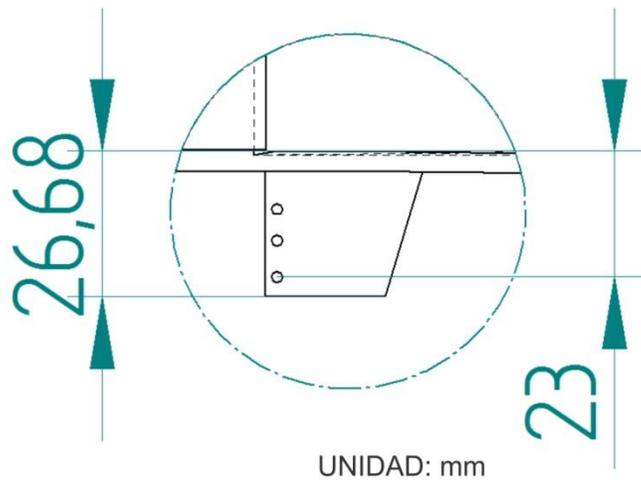
Y;

$$M_s = Fb_s \cos\gamma$$

$$M_s = (59.94)(0.02)(\cos(45))$$

$$M_s = 0.847 \text{ N.m}$$

Según estos resultados, el cuerno debe tener una longitud de 23 mm desde la línea de bisagra hasta el agujero más externo como se observa en la Figura 51.



**Figura 51 Cuerno Nylon T-style para el alerón**

Se propone emplear un servo Hitec HS-5625MG mostrado en la Figura 52 y cuyas especificaciones se resumen en la Tabla 9.



**Figura 52 Servo Hitec HS-5625MG-Digital High Speed**

**Fuente:** <http://www.servodatabase.com/servo/hitec/hs-5625mg>

**Tabla 9 Especificaciones Servo Hitec HS-5625 MG**

Hitec HS-5625MG	
Velocidad	0,17 seg/60°
	0,14 sec/60°
Voltaje batería	4,8 V
	6 V
Torque	0,77 N.m
	0,92 N.m
Peso	60 g
Dimensiones	40.4 x 19.6 x 37.6 mm
Ángulo de recorrido	45°

#### 9.4.3 Momento de bisagra en el Timón de Dirección

Al sustituir los valores  $c_b = 0.038$  m,  $c_f = 0.3287$  m y el  $t_c \approx 0.076$  metros en la ecuación (65) se obtuvo:  $RB = 0.31$

Luego de tener el valor del balance ratio y asumiendo que el timón de dirección poseerá una nariz afilada, se determinó el valor de  $\frac{C_{h\alpha_{bal}}}{C'_{h\alpha}}$  de 0.8 a partir de la figura 1 del anexo B.

Para poder hallar el parámetro  $\frac{C'_{h\alpha}}{(C_{h\alpha})_{teórico}}$  se calcula primero el valor de  $\frac{a_o}{(a_o)_{Teórico}}$ .

Siendo necesario calcular el  $TAN \frac{1}{2} \phi' TE$ .

$$TAN \frac{1}{2} \phi' TE = \frac{y_{90} - y_{99}}{0.09}$$

$$TAN \frac{1}{2} \phi' TE = \frac{(0.0142605) - (0.002274)}{0.09}$$

$$TAN \frac{1}{2} \phi' TE = 0.133$$

Al igual que para las otras superficies de control fue necesario corroborar si éste método se puede utilizar según DATCOM, por ende se debe cumplir la condición de espesor:

$$\text{TAN } \frac{1}{2} \phi'_{TE} \cong \text{TAN } \frac{1}{2} \phi''_{TE} \cong \frac{t}{c}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2} \phi''_{TE} = \frac{y_{95} - y_{99}}{0.05}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2} \phi''_{TE} = \frac{0.0073015 - 0.002274}{0.05}$$

$$\text{TAN } \frac{1}{2} \phi''_{TE} = 0.10055$$

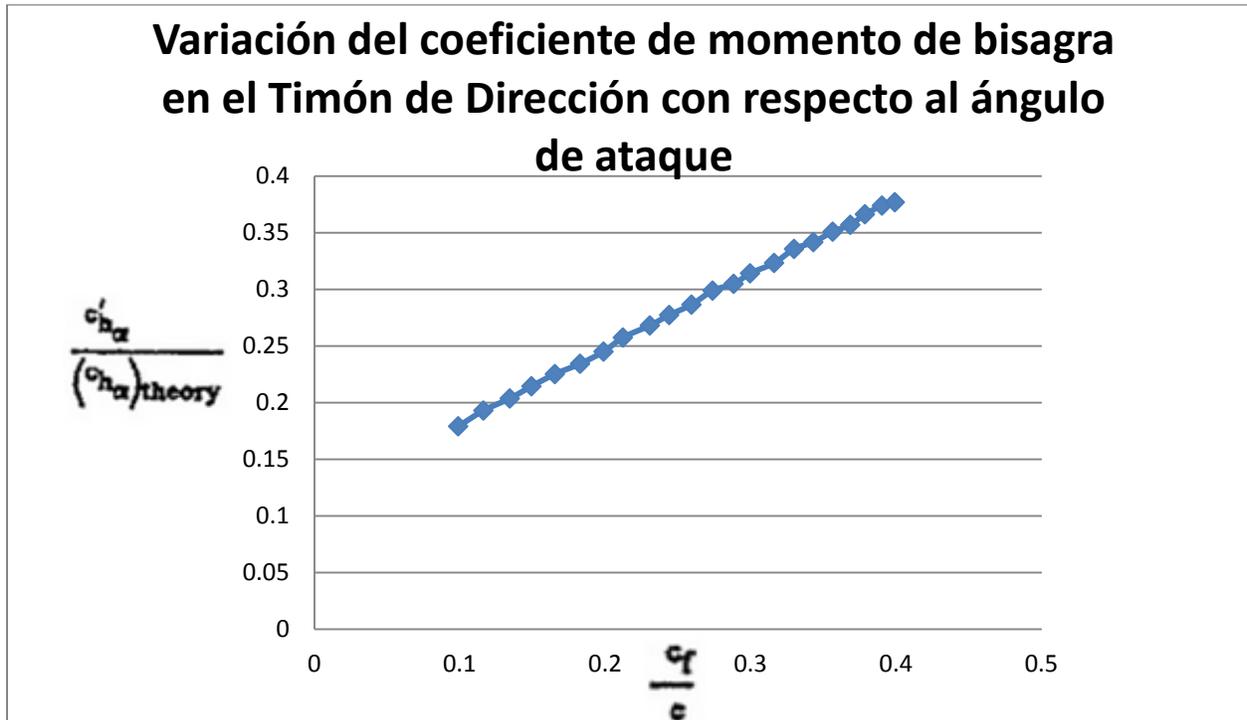
$$\frac{t}{c} = 0.12$$

$$0.133 \cong 0.10055 \cong 0.12$$

Como los valores de cada expresión son similares entonces se obtuvo el valor de  $\frac{a_o}{(a_o)_{\text{Teórico}}} = 0.76$  a partir de la figura (2) del anexo B.

El valor  $\frac{C_{h\alpha}}{(C_{h\alpha})_{\text{teórico}}}$  se obtuvo de la Figura 53.

Figura 53. Variación del coeficiente de momento de bisagra en el Timón de Dirección con respecto al ángulo de ataque



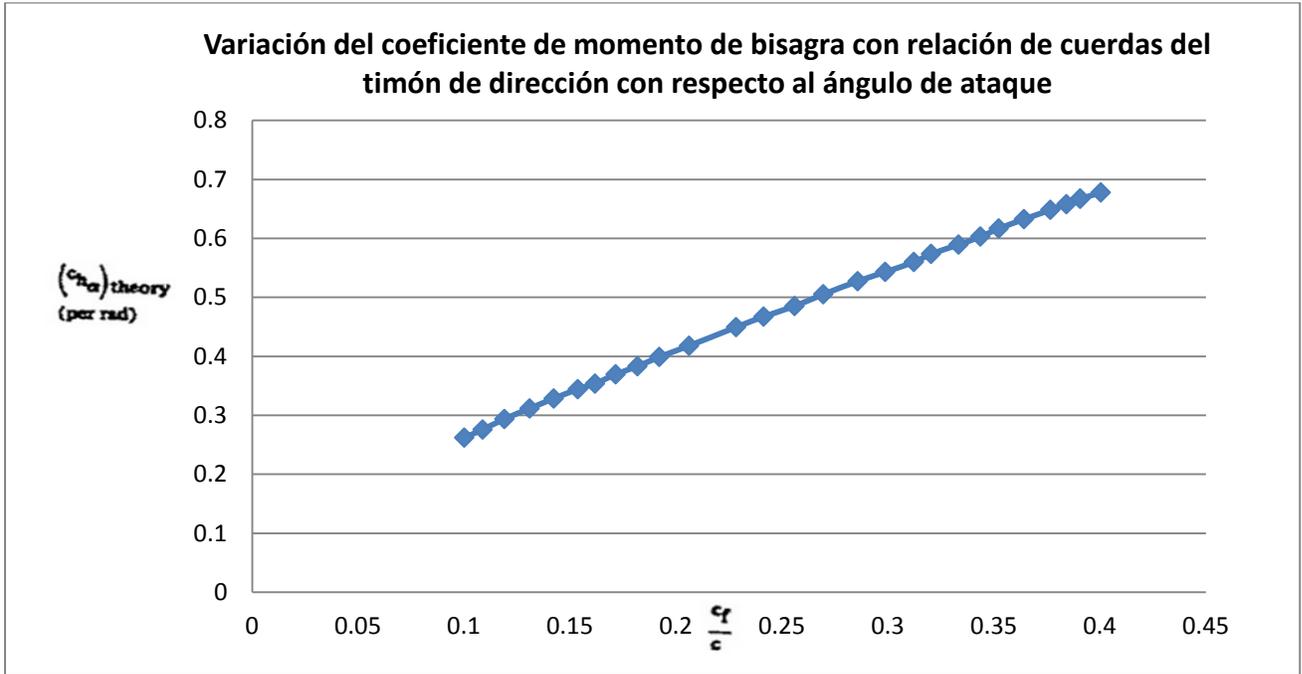
$$y = 0,6608x + 0,1152$$

$$y = 0,6608(0.447) + 0,1152$$

$$\left( \frac{C'_{h\alpha}}{(C_{h\alpha})_{teórico}} \right) = y = 0.4105$$

Luego se encuentra  $(C_{h\alpha})_{teórico}$ , en la Figura 54. Para este caso, al igual que la figura anterior, como en el eje x se encuentra la misma relación de cuerdas del rudder, es necesario sacar la ecuación de la recta.

Figura 54. Variación del coeficiente de momento de bisagra con relación de cuerdas del timón de dirección.



$$y = 1,3748x + 0,1318$$

$$y = 1,3748(0.447) + 0,1318$$

$$y = 0.75$$

Por otro lado, los valores que posee  $(C_{h\alpha})_{teórico}$  son valores negativos y se obtuvo un valor de  $-0.75 / rad$ .

Luego, se reemplazan los valores calculados, siendo así:

$$C'_{h\alpha} = \left( \frac{C'_{h\alpha}}{(C_{h\alpha})_{teórico}} \right) (C_{h\alpha})_{teórico}$$

$$C'_{h\alpha} = (0.4105)(-0.75 / rad)$$

$$C'_{h\alpha} = -0.31 / rad$$

$$C_{h\alpha_{rbal}} = \left( \frac{C_{h\alpha_{bal}}}{C'_{h\alpha}} \right) C'_{h\alpha}$$

$$C_{h\alpha_{rbal}} = (0.8)(-0.31/\text{rad})$$

$$C_{h\alpha_{rbal}} = -0.248/\text{rad}$$

De la figura 5(c) del anexo B, se obtuvo  $B_2 = 1.2$ ;

$$K_\alpha = \frac{(K_\alpha)_{\eta i}(1 - \eta i) - (K_\alpha)_{\eta o}(1 - \eta o)}{\eta o - \eta i}$$

Donde:

$$\eta i = \frac{2y_i}{b} = \frac{(2)(0.0735)}{1.47} = 0.1$$

$$\eta o = \frac{2y_o}{b} = \frac{(2)(0.6615)}{1.47} = 0.9$$

De la figura 5 (b) del anexo B, se obtuvieron los valores de  $(K_\alpha)_{\eta i}$  y  $(K_\alpha)_{\eta o}$ , los cuales son de 1.1 y 3.6 respectivamente. De allí, se reemplazan los valores halladas en la ecuación. Siendo así, se obtuvo que  $K_\alpha$  tiene un valor de:

$$K_\alpha = \frac{(1.1)(1 - 0.1) - (3.6)(1 - 0.9)}{0.9 - 0.1}$$

$$K_\alpha = 0.79$$

Luego, se encontró el valor de  $\Delta C_{h\alpha}$  (Figura 5(a) del anexo B):

$$\frac{\Delta C_{h\alpha}}{a_o B_2 K_\alpha \cos \Lambda_c / 4} = 0.018$$

$$\Delta C_{h\alpha} = (0.018)(6.30)(1.2)(0.79)(\cos 0)$$

$$\Delta C_{h\alpha} = 0.11/\text{rad}$$

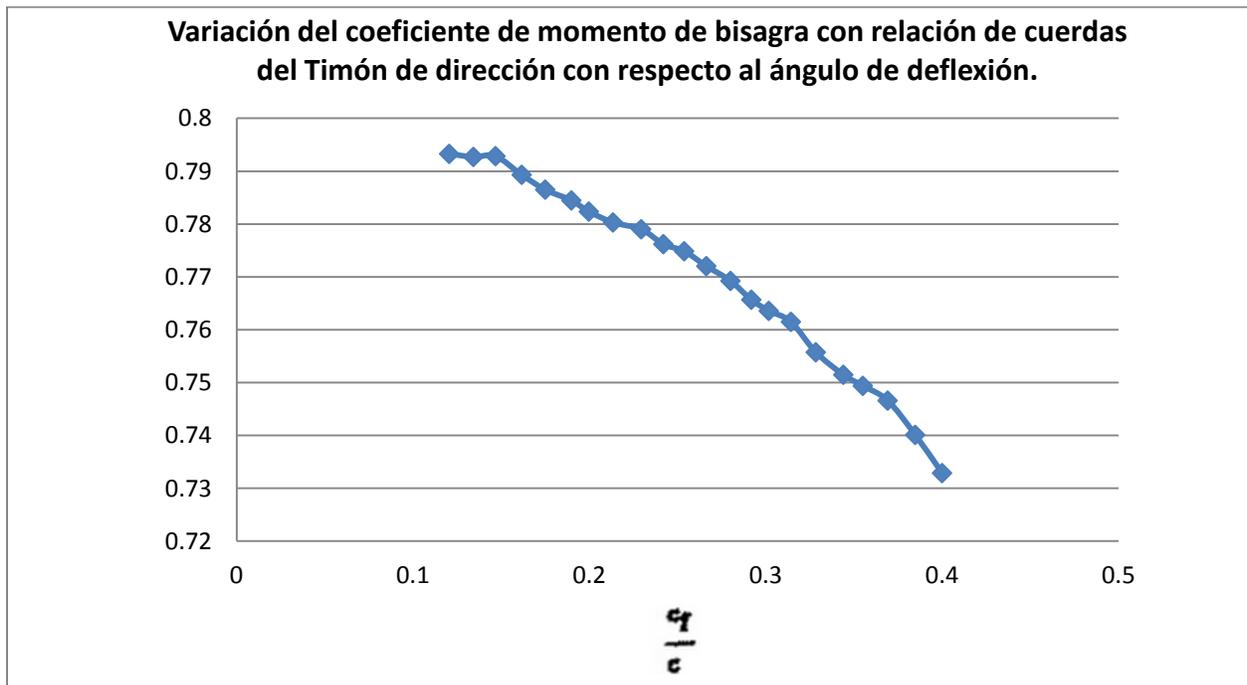
$$C_{h\alpha} = \left( \frac{A_r \cos(\Lambda_c/4)}{A_r + 2 \cos(\Lambda_c/4)} \right) C_{h\alpha_{\text{bal}}} + \Delta C_{h\alpha}$$

$$C_{h\alpha} = \left( \frac{2 \cos(0)}{2 + 2 \cos(0)} \right) (-0.248) + 0.11$$

$$C_{h\alpha} = -\frac{0.014}{\text{rad}} \cong -0.0002443/\text{deg}$$

Para hallar  $\Delta C_{h\delta,r}$  se realizó el mismo procedimiento que en los alerones. De la figura 1 del anexo B,  $\frac{(C_{h\delta,r})_{\text{bal}}}{C_{h\delta,r}} = 0.8$  y para encontrar  $\frac{C_{h\delta,r}}{(C_{h\delta,r})_{\text{teórico}}}$  se utilizó la gráfica de la Figura 55.

**Figura 55. Variación del coeficiente de momento de bisagra con relación de cuerdas del timón de dirección con respecto al ángulo de deflexión.**



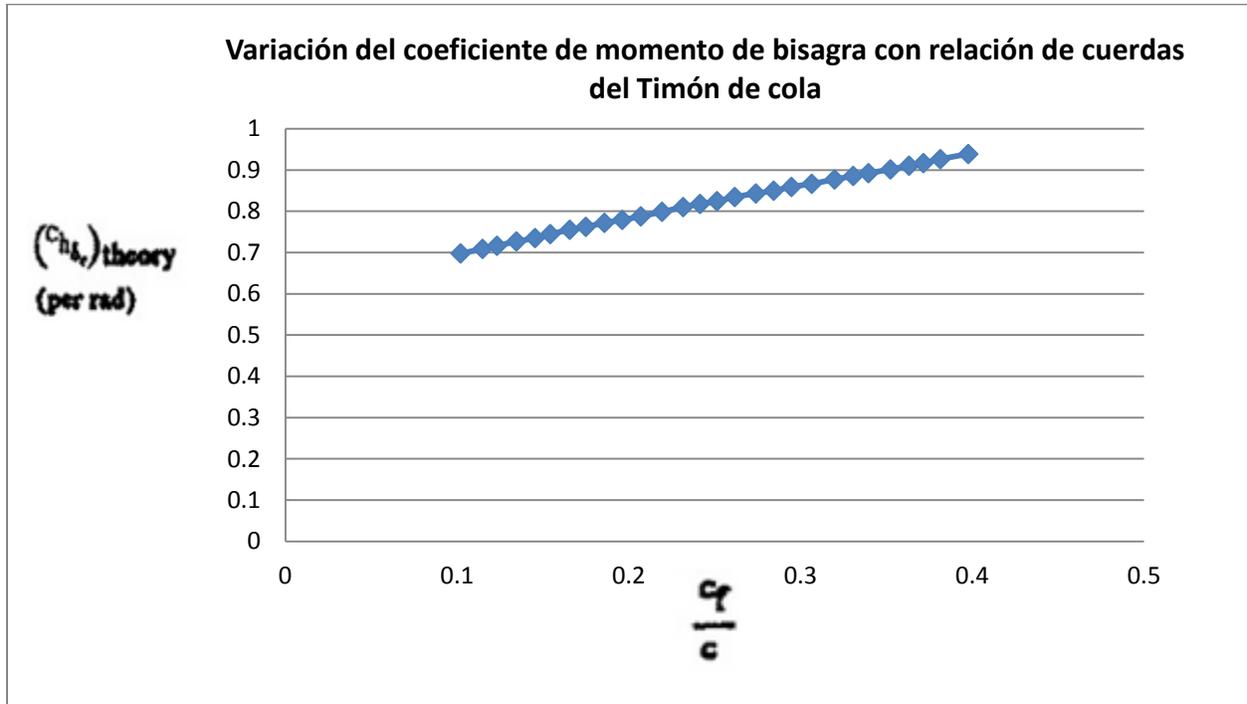
$$y = -0,4453x^2 + 0,0222x + 0,7972$$

$$y = -0,4453(0.447)^2 + 0,0222x + 0,7972$$

$$\frac{C_{h\delta,r}}{(C_{h\delta,r})_{teórico}} = y = 0.72$$

De la Figura 56 se obtuvo el valor de  $(C_{h\delta,r})_{teórico}$ .

**Figura 56. Variación del coeficiente de momento de bisagra con relación de cuerdas del Timón de cola**



$$y = 0,8053x + 0,6202$$

$$y = 0,8053(4.447) + 0,6202$$

$$y = 0.98;$$

Siendo en Bandu Pamadi un valor negativo entonces  $(C_{h\delta,r})_{teórico} = -0.98$ . Siguiendo con el procedimiento estipulado en su libro, de la figura 8(b) del anexo B, se obtuvo que:

$$K_{\delta} = \frac{(K_{\delta})_{\eta i}(1 - \eta i) - (K_{\delta})_{\eta o}(1 - \eta o)}{\eta o - \eta i}$$

$$K_{\delta} = \frac{(1.08)(1 - 0.1) - (3.7)(1 - 0.9)}{0.9 - 0.1}$$

$$K_{\delta} = 0.75$$

De la figura (23)(b) del anexo B:

$$\frac{\Delta C_{h\delta r}}{C_{l\delta} B_2 K_{\delta} \cos \Lambda_{c/4} \cos \Lambda_{HL}} = 0.035$$

$$\Delta C_{h\delta r} = (0.035)(4.73)(1.2)(0.75)(\cos 0)(\cos 0)$$

$$\Delta C_{h\delta r} = 0.149/\text{rad}$$

$$C'_{h\delta,r} = \left( \frac{C'_{h\delta,r}}{(C_{h\delta,r})_{\text{teórico}}} \right) (C_{h\delta,r})_{\text{teórico}}$$

$$C'_{h\delta,r} = (0.72)(-0.98)$$

$$C'_{h\delta,r} = -0.7056/\text{rad}$$

$$(C_{h\delta,r})_{\text{bal}} = C'_{h\delta,r} \frac{(C_{h\delta,r})_{\text{bal}}}{C_{h\delta,r}}$$

$$(C_{h\delta,r})_{\text{bal}} = (-0.7056 \text{ rad})(0.8)$$

$$(C_{h\delta,r})_{\text{bal}} = -0.5644/\text{rad}$$

Para calcular el valor de  $\alpha_{\delta} = -\frac{C_{l\delta}}{a_o}$ ; fue necesario:

$$\alpha_{\delta} = -\frac{C_{l\delta}}{a_o} = -\frac{4.73}{6.30} = -0.75$$

$$C_{h\delta r} = \cos\Lambda_{c/4} \cos \Lambda_{HL} \left[ (C_{h\delta,r})_{bal} + \alpha_{\delta} (C_{h\alpha})_{bal} \left( \frac{2\cos\Lambda_{c/4}}{A_h + 2\cos\Lambda_{c/4}} \right) \right] + \Delta C_{h\delta,r}$$

$$C_{h\delta r} = \cos 0 \cos 0 \left[ -0.5644 + (-0.75)(-0.248) \left( \frac{2\cos 0}{2 + 2\cos 0} \right) \right] + 0.149/\text{rad}$$

$$C_{h\delta r} = -0.3224/\text{rad} \cong -0.005626/\text{deg}$$

Para hallar el momento de bisagra en el timón de dirección, se utilizó nuevamente la siguiente ecuación.

$$M_{hr} = C_h * q_t * S_r * \bar{c}_r$$

$$M_{hr} = (C_{h\alpha} * \alpha_s + C_{h\delta,r} * \delta_r) * q_t * S_r * \bar{c}_r$$

$$M_{hr} = (C_{h\alpha} * \alpha_s + C_{h\delta,r} * \delta_r) * \frac{1}{2} * \rho * V^2 * S_r * \bar{c}_r$$

$$M_{hr} = ((-0.0002443) * (0) + (-0.005626) * (-10.2)) * \frac{1}{2} * \left( 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) * (14.01)^2 * (0.80115) * (0.73)$$

$$M_{hr} = 4.034 \text{ N.m}$$

Y de la condición número tres, se obtuvo que:

$$M_T = M_{hr} + M_p$$

$$M_p = W b_{cg} \cos \delta r$$

$$M_{Tr} = (4.034) + [(0.80)(0.05)(\cos - 10.2)]$$

$$M_{Tr} = 4.073 \text{ Nm}$$

Utilizando el mismo procedimiento que se realizó en los alerones, entonces:

$$b_h = \frac{e_2}{\sin \delta}$$

$$b_h = \frac{0.01414}{\sin(10.2)}$$

$$b_h = 0.07986 \text{ m} \cong 79.86 \text{ mm}$$

Luego;

$$F = \frac{M_{Tr}}{b_h \cos \delta}$$

$$F = \frac{4.073}{(0.07986)(\cos (10.2))}$$

$$F = 51.81 \text{ N}$$

Y;

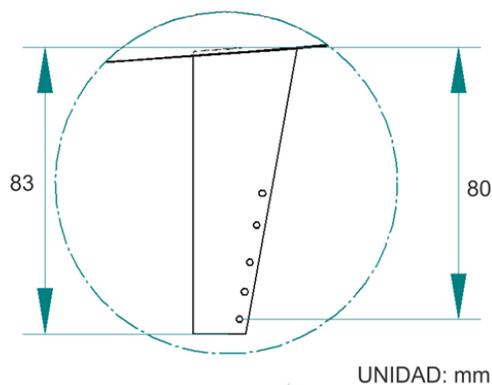
$$M_S = F b_s \cos \gamma$$

$$M_S = (51.81)(0.02)(\cos (45))$$

$$M_S = 0.732 \text{ N.m}$$

De esta manera, se diseñó el cuerno de 80 mm de longitud mostrado en la Figura 57 (tal cual, como se diseñaron en el elevador y en el alerón).

**Figura 57. Cuerno Nylon T-style para el Rudder.**

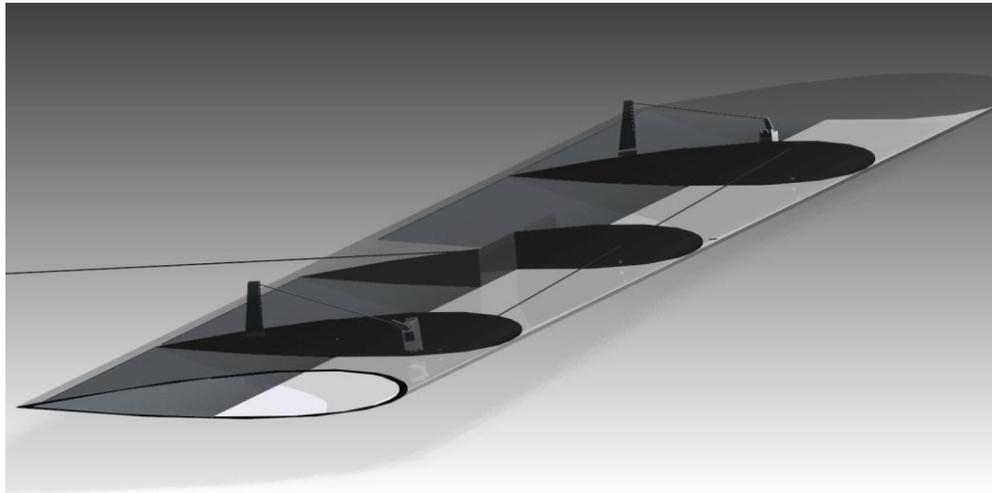


Por el momento que se genera, es posible utilizar en el estabilizador vertical, el mismo servo utilizado para mover los alerones, en este caso, es el servo Hitec HS-5625 MG, el cual se observa en la Figura 52 y sus especificaciones se encuentran en la Tabla 9.

Dependiendo de las dimensiones de las superficies de control se observó que los momentos de bisagra aumentan, siendo necesario utilizar brazos de servos más grandes y servo motores que manejen un torque más alto lo cual puede aumentar un poco el peso de la aeronave.

Luego de hallar la longitud de cada uno de los cuernos que van a ir ubicados en las superficies de control y de definir los tipos de servo motores que se van a utilizar, se presenta de manera ilustrativa la ubicación general propuesta para cada uno de los mecanismos de control en la aeronave SUE-SUA. En la Figura 58 se muestra la ubicación de los servos que mueven el elevador en el Canard. Estos pueden sujetarse directamente a las costillas que forman la estructura del Canard o a soportes especialmente diseñados para acomodarse a la configuración estructural.

**Figura 58. Ubicación de los servos motores en el Canard.**



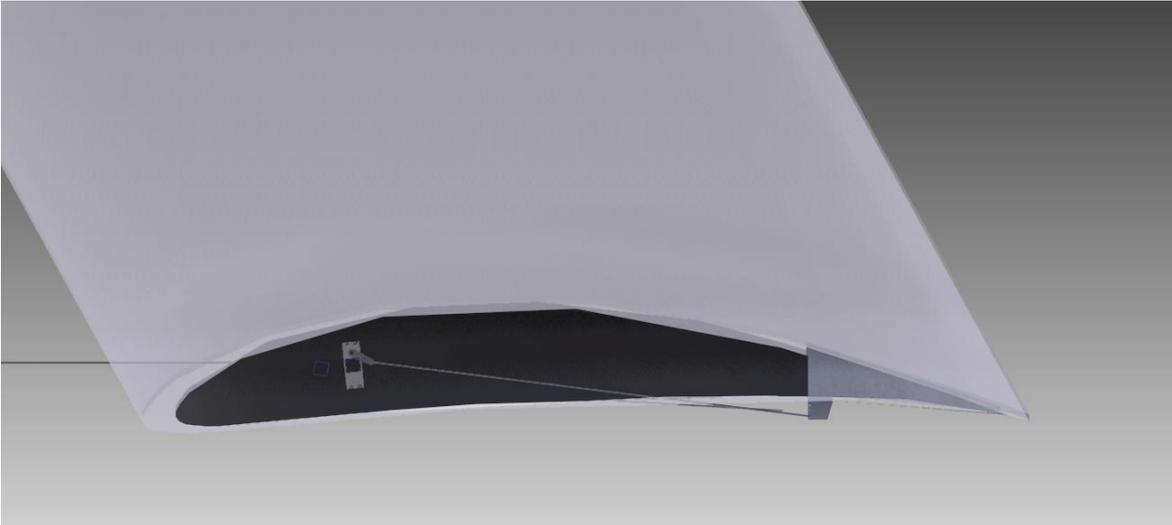
El servo mecanismo que mueve el timón de dirección puede instalarse en soportes especialmente diseñados que se acoplan a la estructura del estabilizador vertical cerca del tail-boom (Figura 59), donde el espesor es mayor y el riesgo de deformación de la superficie de control en las puntas por efectos aeroelásticos es menor.

**Figura 59. Ubicación del servo motor en el Rudder.**



Finalmente en la Figura 60 se muestra un corte transversal del ala en la zona donde se encuentra uno de los alerones para mostrar la ubicación y posición general del servo motor. Al igual que para las demás superficies de control, el servo puede unirse a la estructura por medio de una costilla reforzada o puntos soportes especialmente diseñados para ese propósito.

**Figura 60. Ubicación de los servos motores en el alerón.**



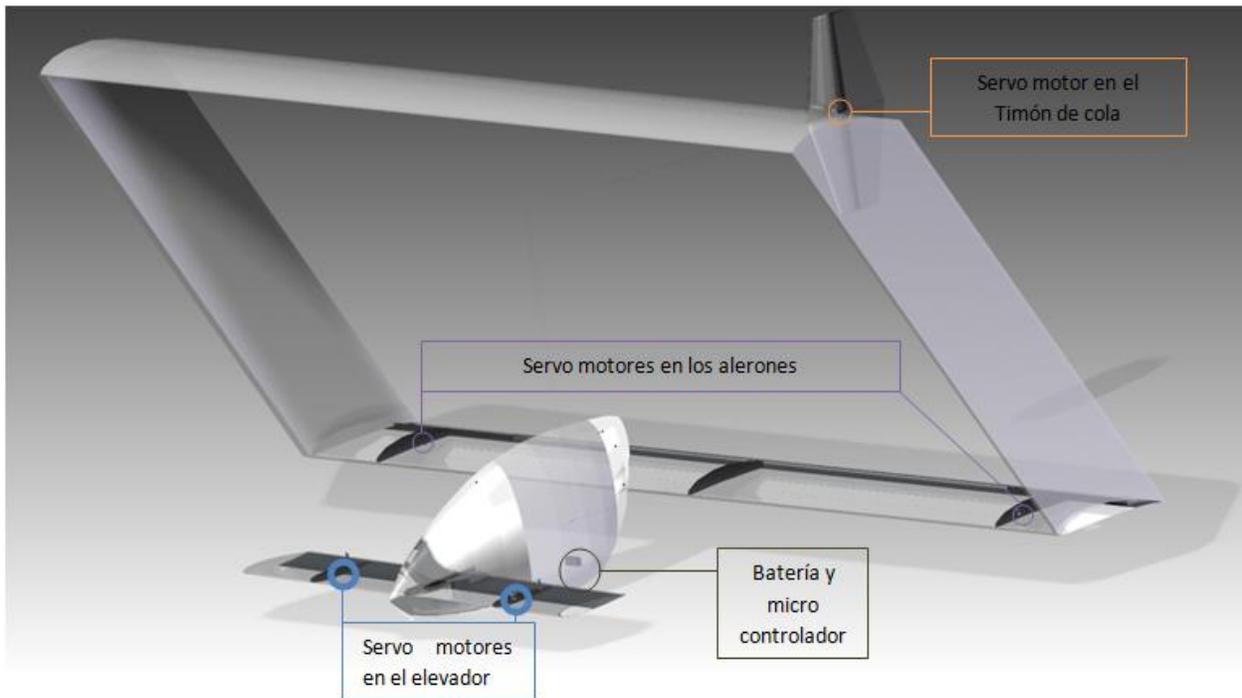
Para la ubicación general de los servos motores que se utilizarán en el SUE-SUA es necesario manejar un micro controlador PIC16F84-A <sup>79</sup> y una batería LiPo 2S 7,4 v. 2000mAh MAXXTRAX<sup>80</sup> con las cuales será posible mover cada uno de los servos para que las superficies de control tengan un correcto funcionamiento y se localizarán debajo de la silla de piloto. En la Figura 61, se observa la ubicación general de estos dispositivos en la aeronave.

---

<sup>79</sup> Especificaciones: <http://www.electronicamagnabit.com/tienda/microcontroladores/14-microcontrolador-pic16f684-a.html>

<sup>80</sup> Características: <http://www.radiocontrolymodelismo.com/LIPo-2S-74-v-2000mAh-MAXXTRAX>

Figura 61. Ubicación de los servos motores en el SUE-SUA.



Finalmente, los beneficios que se obtienen al utilizar servomotores y no sistemas convencionales como guayas, poleas y palancas, como se encuentran en aviones comerciales pequeños, son la simplicidad en el diseño porque no toca ajustar la estructura para pasar cables, poner poleas y tensionar los cables (proceso que complica la construcción de la aeronave y conllevan más tiempo). Igualmente, el factor peso se ve reducido para este tipo de aeronaves. Al utilizar servomotores, es más fácil pasar un cable eléctrico que no tiene que tensionarse, ni tener libertad de movimiento y el esfuerzo del piloto para mover los controles es mínimo, lo cual es significativo para la competencia.

## 10 CONCLUSIONES

1. Por medio del programa de VLM XFLR5, se estimaron características aerodinámicas del diseño preliminar del Sue-Sua como curvas de sustentación, centro aerodinámico (1.7m), coeficientes de momento ( $C_{m_{ac}} = -0.416$ ), coeficiente máximo de sustentación ( $CL_{max} = 1.328$ ), máximo ángulo de ataque ( $\alpha = 8 \text{ grados}$ ) así como la máxima eficiencia aerodinámica  $L/D_{max} = 26.816$  que se da en un ángulo de ataque con una magnitud igual a  $\alpha = 4.5 \text{ grados}$ . Esta información se empleó para realizar el análisis de estabilidad y control. Luego de esto, se realizó el análisis de estabilidad y control de la aeronave a partir de las características y valores obtenidos respecto al programa XFLR5 también de datos obtenidos por el programa Javaprop para la contribución de la hélice. Finalmente con los datos obtenidos, se diseñaron cada uno de los mecanismos de movimiento de las superficies de control, analizando los momentos de bisagra que se generaron en cada una de las superficies y diseñando los tipos de cuernos a utilizar y los servo motores aptos para el correcto funcionamiento de éstas.
2. La aeronave es inestable longitudinalmente debido a que la pendiente de la curva de coeficiente de momento respecto al ángulo de ataque es positiva y porque corta al eje vertical en un valor negativo debido a la contribución de la hélice y fuselaje que la desestabilizan en este eje. A partir del análisis de resultados plantearon posibles soluciones una de ellas aumentar la longitud de la superficie del canard o cambiar el centro de gravedad logrando así estabilizar a aeronave longitudinalmente.

3. Direccionalmente la aeronave es estable ya que la contribución del estabilizador vertical y los paneles verticales, generan una pendiente positiva respecto al ángulo de sideslip.
4. Lateralmente la aeronave es estable sin embargo el estabilizador vertical desestabiliza la aeronave en este eje. De acuerdo al control lateral de la aeronave la deflexión de los alerones tiene que tener una magnitud menor a cero ( $\delta a < 0$ ) para que la aeronave sea estable en este eje.
5. Para el diseño de los mecanismos de control de la aeronave, fue importante calcular los momentos generados sobre el elevador, alerones y timón de dirección, los cuales son 1.371 Nm, 1.047 Nm y 4.073 Nm, respectivamente. Estos se calcularon para la condición más crítica que corresponde a la máxima deflexión y al momento producido por el peso de la superficie. Igualmente se diseñaron cuernos *T-style*, en los cuales la distancia entre el punto de bisagra y el acople con la varilla de control en el elevador, los alerones y en el timón de dirección son de 82 mm, 23 mm y 80 mm, respectivamente.
6. Al diseñar los cuernos, se aseguró que la distancia de recorrido de los servos motores, fuera la misma distancia de recorrido de las superficies de control, teniendo en cuenta las deflexiones máximas de cada una de éstas. En los elevadores, alerones y timón de dirección se obtuvo una distancia de recorrido del cuerno de 0.01414 m, con una deflexión de  $10^\circ$ ,  $39^\circ$  y  $10.2^\circ$ , respectivamente.
7. El torque indispensable para el debido funcionamiento de cada servo motor depende de la fuerza proporcionada por la deflexión de las superficies de control. Los momentos generados por los elevadores, los alerones y el timón de cola son de 0.243 Nm, 0.847 Nm y 0.732 Nm, respectivamente. Los servos a utilizar manejan torques de 0.49 Nm y 0.92 Nm.

8. Las fuerzas necesarias para mover las superficies se hallaron según el momento total generado por la sumatoria del momento de bisagra y el producido por el peso de las mismas, la longitud del cuerno y el ángulo de deflexión de éstas. Los servos pueden ser movidos por el piloto a través de un micro controlador con palancas tipo Joystick y alimentados por una batería LiPo. Finalmente conociendo el voltaje (7.8 V) y la corriente otorgadas por la batería, es necesario utilizar un micro controlador para regular el voltaje de salida y así alimentar los sistemas correctamente.

## 11 RECOMENDACIONES

1. Para análisis de biplanos en el programa XFLR5, buscar fuentes adicionales de información que faciliten y reduzcan el tiempo de estudio.
2. Para realizar el análisis de estabilidad y control tener la geometría de acuerdo a los datos modificados durante la simulación del proyecto.
3. Las modificaciones de las superficies de control pueden variar de acuerdo a las características aerodinámicas que tenga la aeronave tal como el centro de gravedad y geometría de las superficies principales como el canard y las alas.
4. Para la construcción de los mecanismos de control de la aeronave, tener en cuenta que la correcta escogencia de los servos motores y cuernos a utilizar, se realizan para la condición más crítica.
5. Diseñar los cuernos *T-style* como se sugieren en este trabajo de grado, para así asegurar un correcto funcionamiento de los mecanismos de control.
6. Los servos motores a utilizar deben soportar un Torque mayor al que es generado por la superficie, por ende a la hora de construir la aeronave, tener en cuenta que con los servos motores escogidos y el ensamble total, no se aumente significativamente el peso de la aeronave.
7. Los servos pueden ser movidos por el piloto a través de un micro controlador con palancas tipo Joystick, haciendo que la maniobrabilidad de la aeronave no sea complicada para el piloto durante la competencia.

## 12 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Nelson Robert C: Flight Stability and Automatic Control. Second Edition.
- [2] Bandu N. Pamadi: Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes.
- [3] SPENCER Bernard and SLEEMAN, William C, Jr: Low-Speed Longitudinal Characteristics of an airplane configuration including effects of Canard and wing trailing-edge Flap Controls in combination. NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION WASHINGTON. September 1962.
- [4] SPEARMAN, M. Leroy, and Driver, Cornelius: Effects of Canard Surface Size on Stability and Control Characteristics of Two Canard Airplane Configurations at Mach Numbers of 1.41 and 2.01. NACA RM L57LI7a, 1958.
- [5] MUNK, M.M. The aerodynamic Forces on Airship Hulls, NACA TR 184, 1924.
- [6] MULTHOPP, H. Aerodynamics of Fuselage, NACA TM-1036, 1942.
- [7]"Stability and Control analysis in XFLR5 v6", A. Deperrois, Presentation document, September 2010. [http://xflr5.sourceforge.net/docs/XFLR5\\_and\\_Stability\\_analysis.pdf](http://xflr5.sourceforge.net/docs/XFLR5_and_Stability_analysis.pdf)

## 13 ANEXOS

### 13.1 Anexo A

Para el análisis de estabilidad estática fue necesario utilizar una serie de gráficas, las cuales se encuentran en el presente anexo, éstas ayudaron a encontrar valores de expresiones necesarias para el desarrollo del segundo objetivo de ésta tesis. A continuación se observan algunas de ellas.

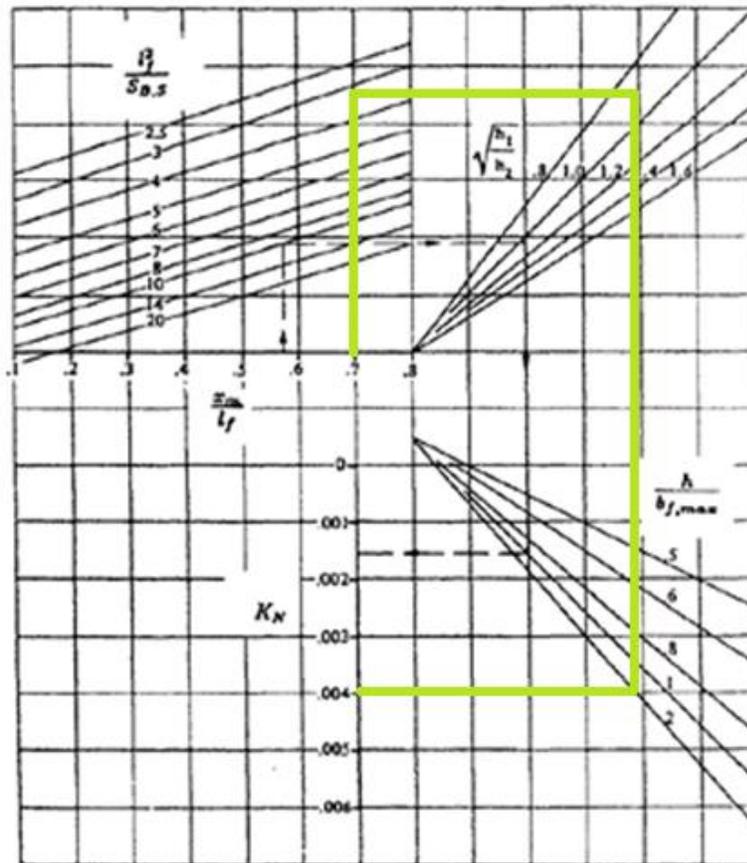
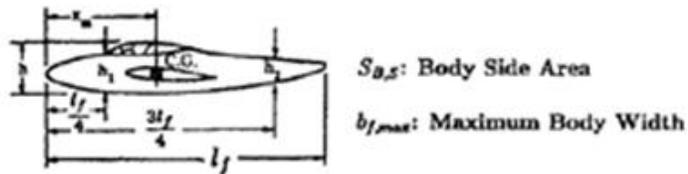


Figura 1. Factor empírico  $K_N$

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.221.

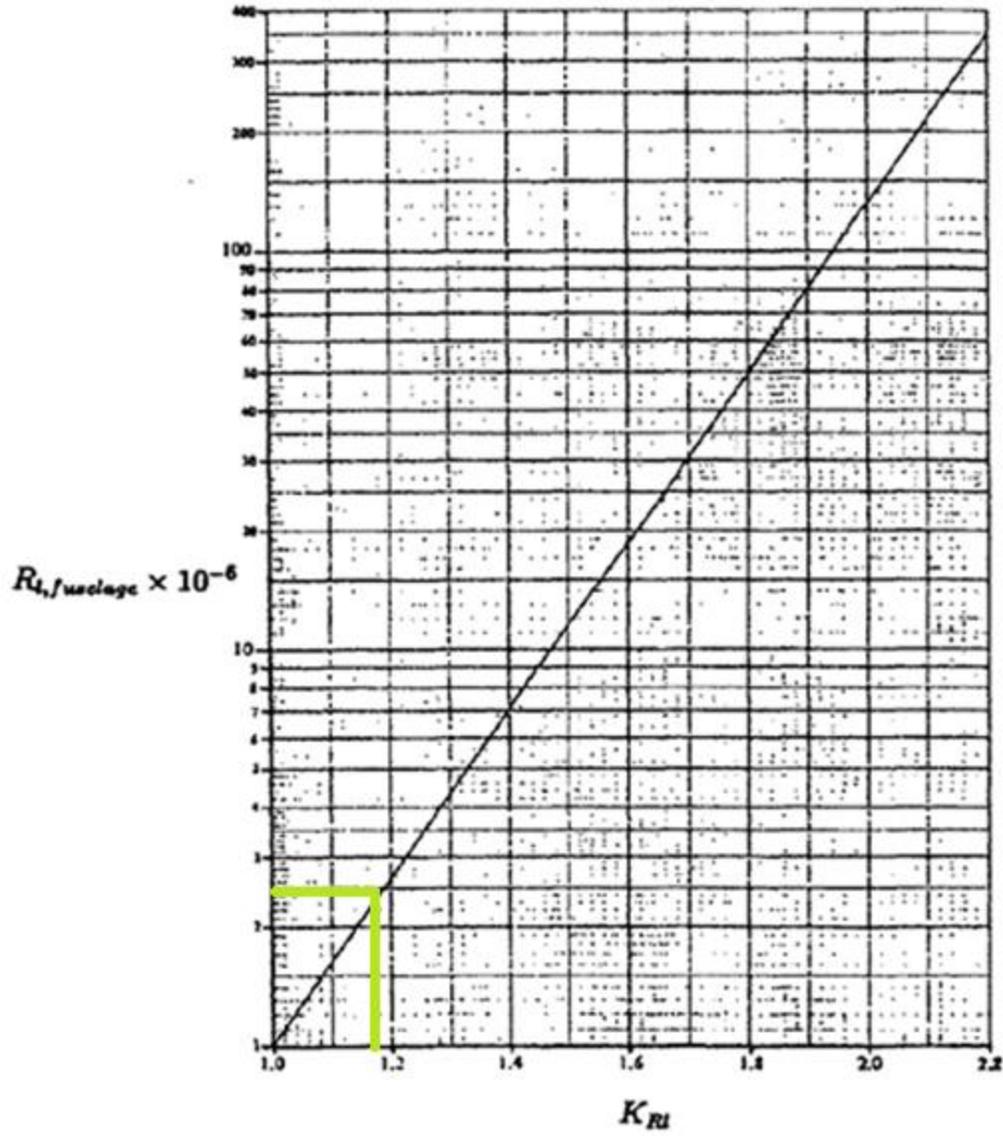


Figura 2. Variación del KRI con el número de Reynolds del fuselaje.  
Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.272.

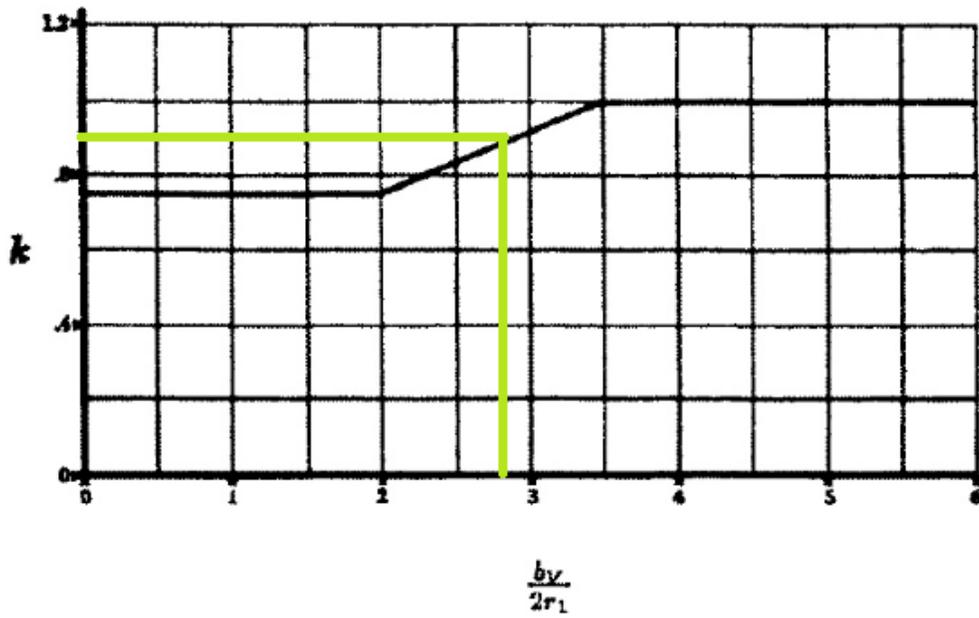


Figura 3. Factor empírico K

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.273.

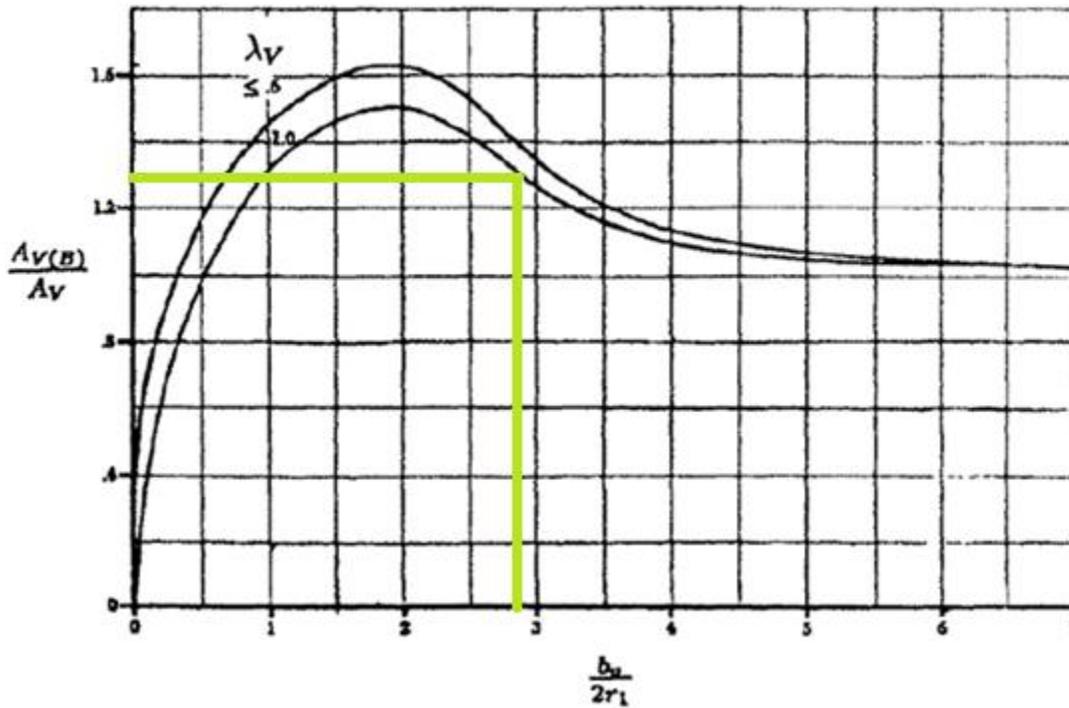


Figura 4. Parámetro de la relación de aspecto efectiva.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.275.

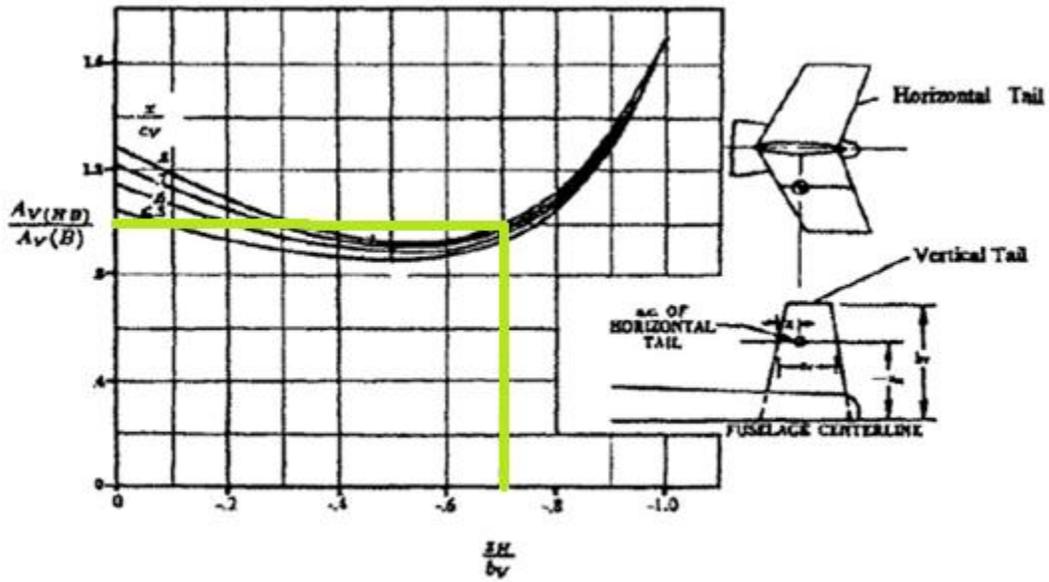


Figura 5. Parámetro según la geometría de la cola vertical para calcular la relación de aspecto efectiva.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.276.

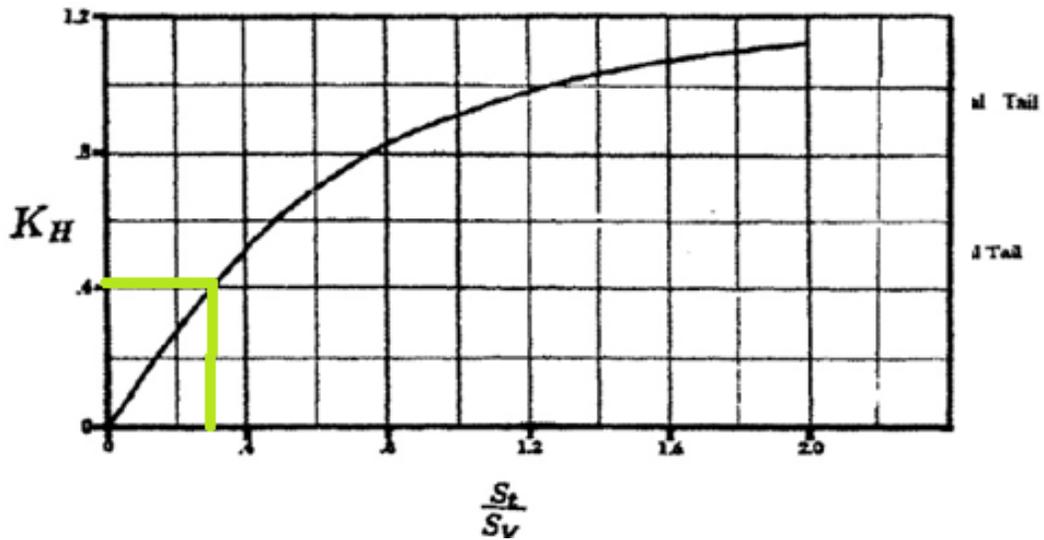


Figura 6. Parámetro según las superficies del canard y la cola vertical.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.276.

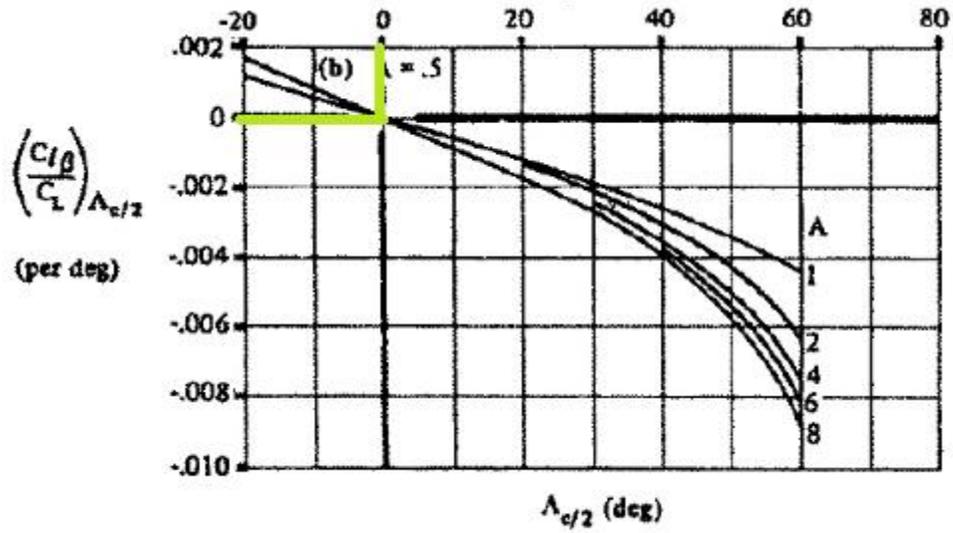


Figura 7. Parámetro  $\left(\frac{C_{l\beta}}{C_L}\right)_A$  respecto a la relación de aspecto.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.301.

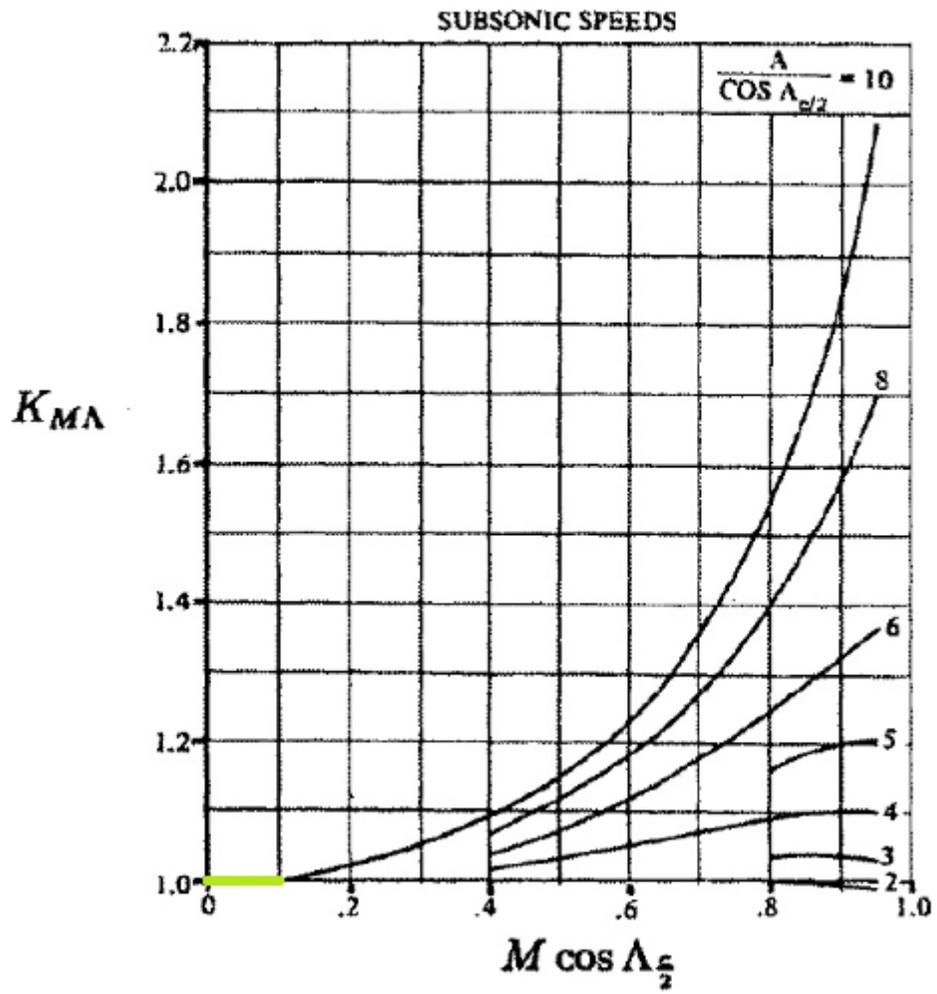


Figura 8. Parámetro  $K_{M\Lambda}$  respecto a la relación de aspecto.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.302.

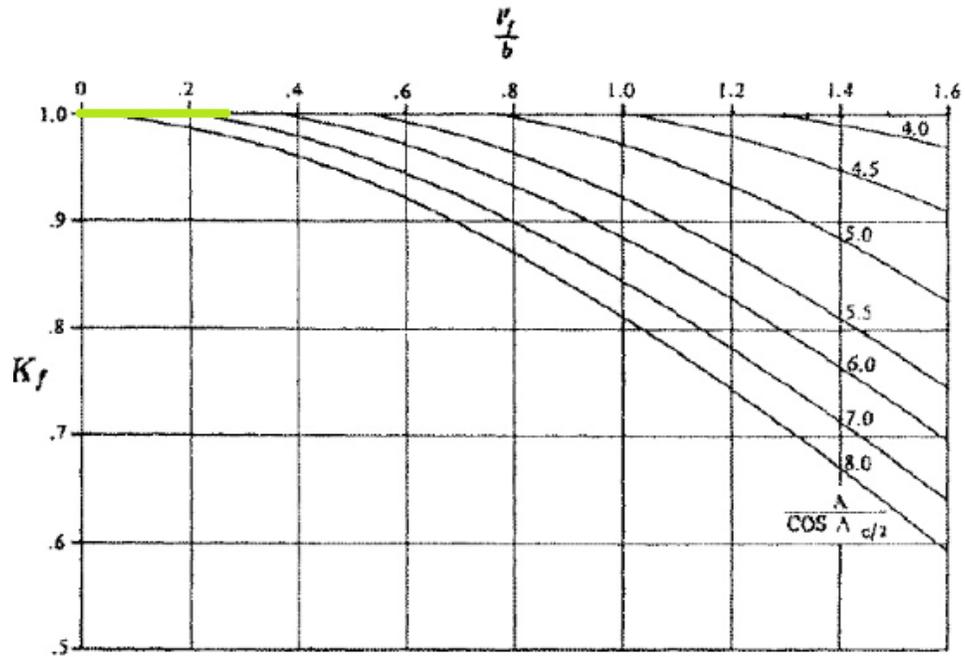


Figura 9. Parámetro  $K_f$  respecto a la relación de aspecto.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.303.

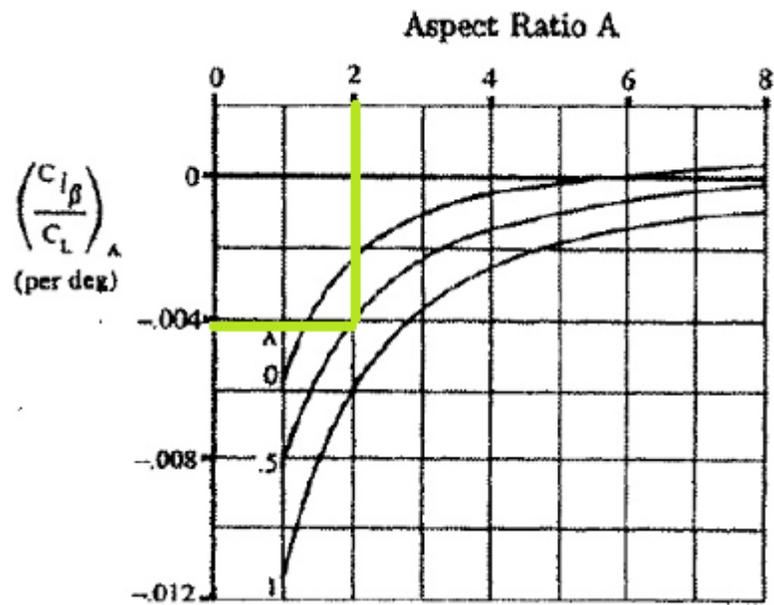


Figura 10. Parámetro  $\left(\frac{C_{l\beta}}{C_L}\right)_A$  respecto a la relación de aspecto.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.304.

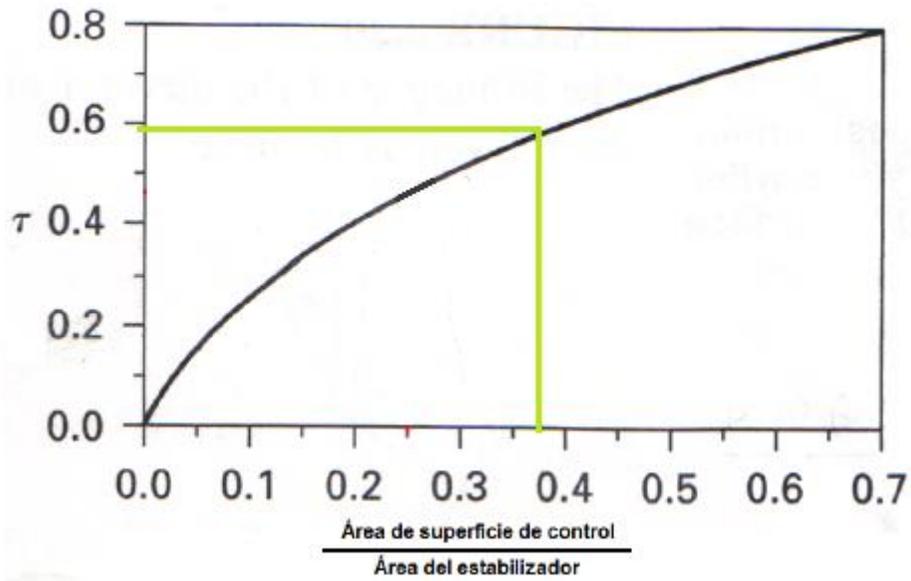


Figura 11. Parámetro  $\tau_2$ .

Fuente: Nelson. Robert. op. cit., p.304.

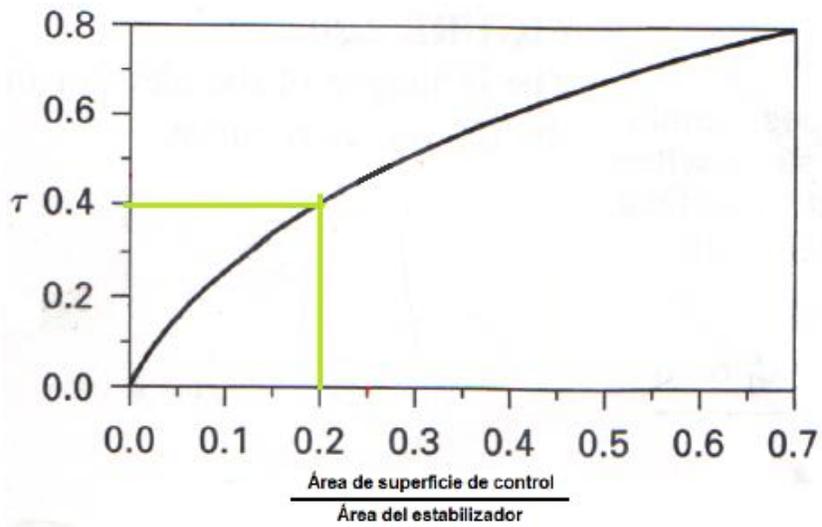


Figura 12. Parámetro  $\tau_2$ .

Fuente: Nelson. Robert. op. cit., p.304

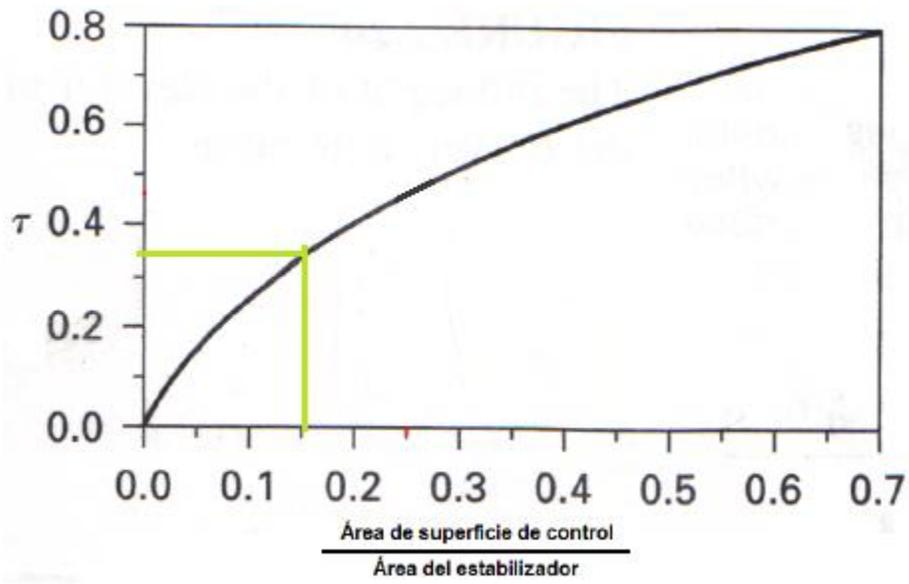


Figura 13. Parámetro  $\tau_2$ .

Fuente: Nelson. Robert. op. cit., p.304.

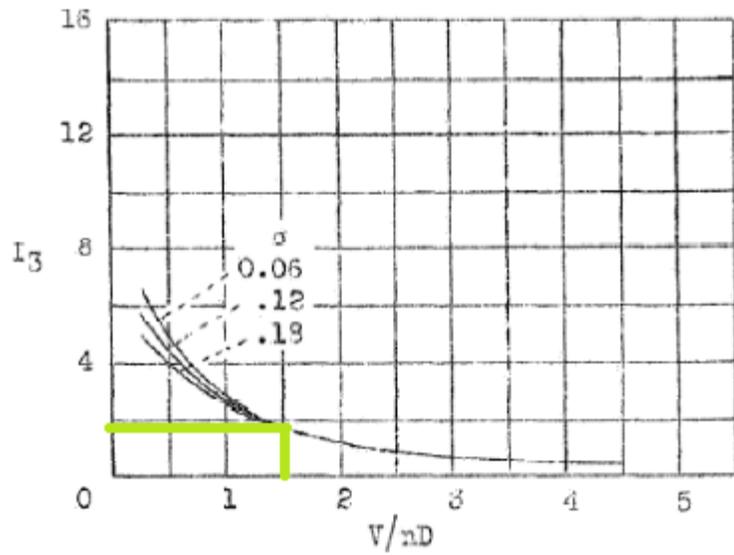


Figura 14. Parámetro  $I_3$ .

Fuente: Nelson. Robert. op. cit., p.304.

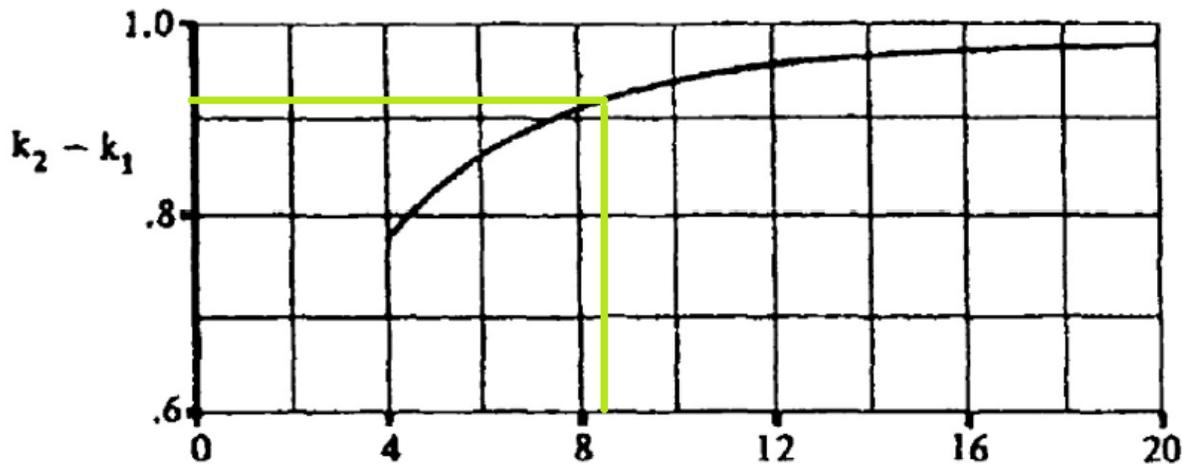


Figura 15. Parámetro  $K_1 - K_2$ .

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.204

## 13.2 Anexo B

Para diseñar los mecanismos de movimiento de las superficies de control es importante analizar los momentos de bisagras generados en cada una de ellas, es por eso que a continuación se observarán las figuras que se utilizaron según Bandu Pamadi para hallar estos momentos.

### 13.2.1 Figuras para el momento de bisagra en el elevador, alerones y timón de cola

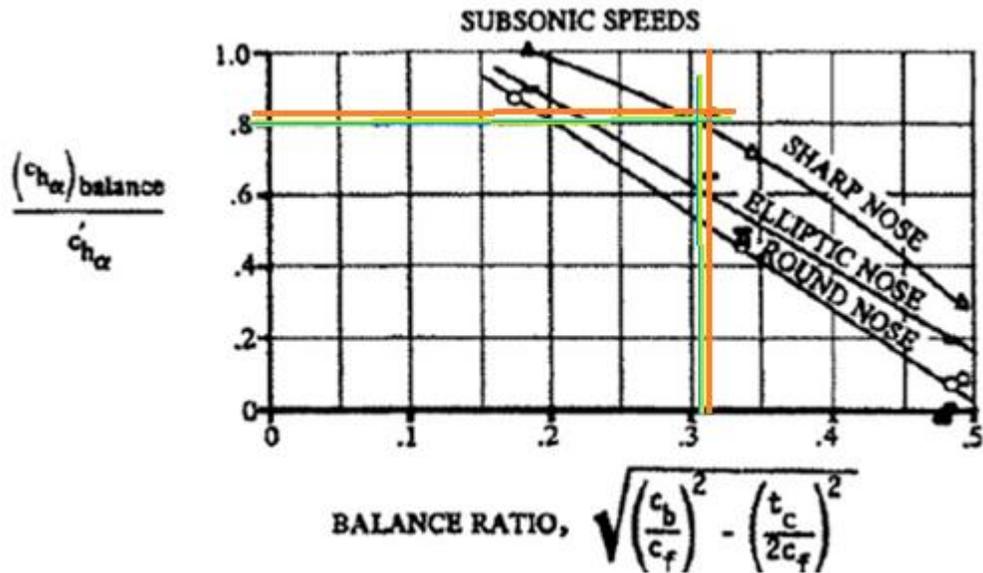


Figura 1. Efecto del nose balance para el control del momento de bisagra en el elevador, alerones y en el timón de cola.

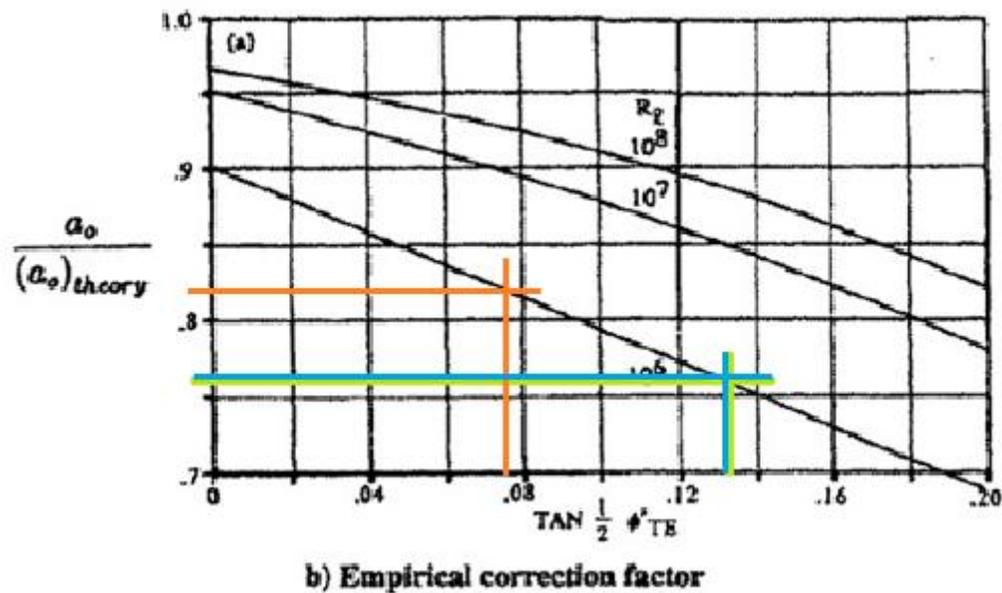


Figura 2. Pendiente de la curva de sustentación de las alas en 2D del elevador, alerones y timón de cola.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.177

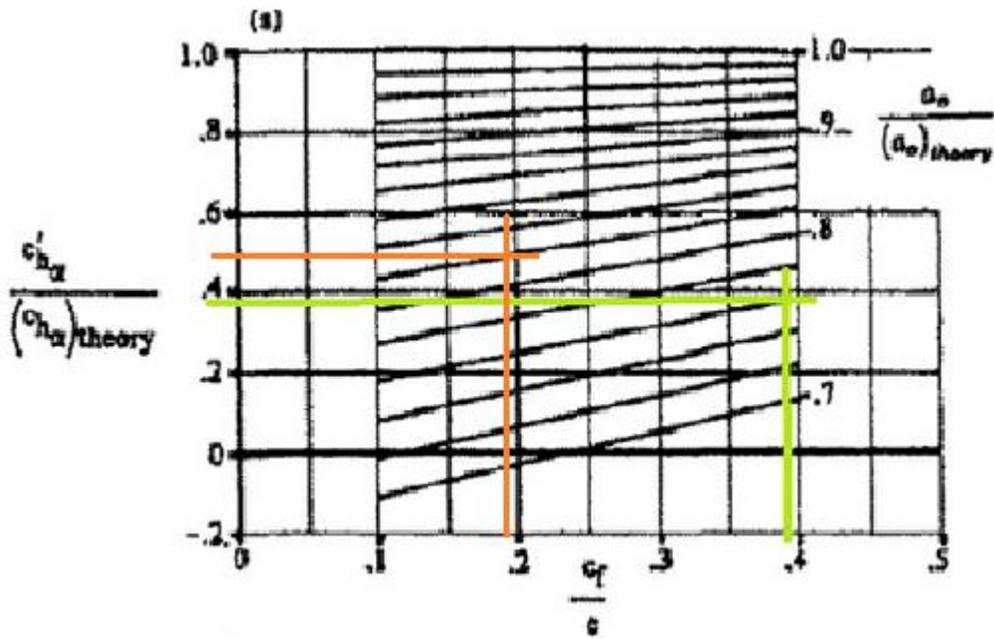


Figura 3. Variación del coeficiente de momento de bisagra en el elevador y alerón  
 Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.211

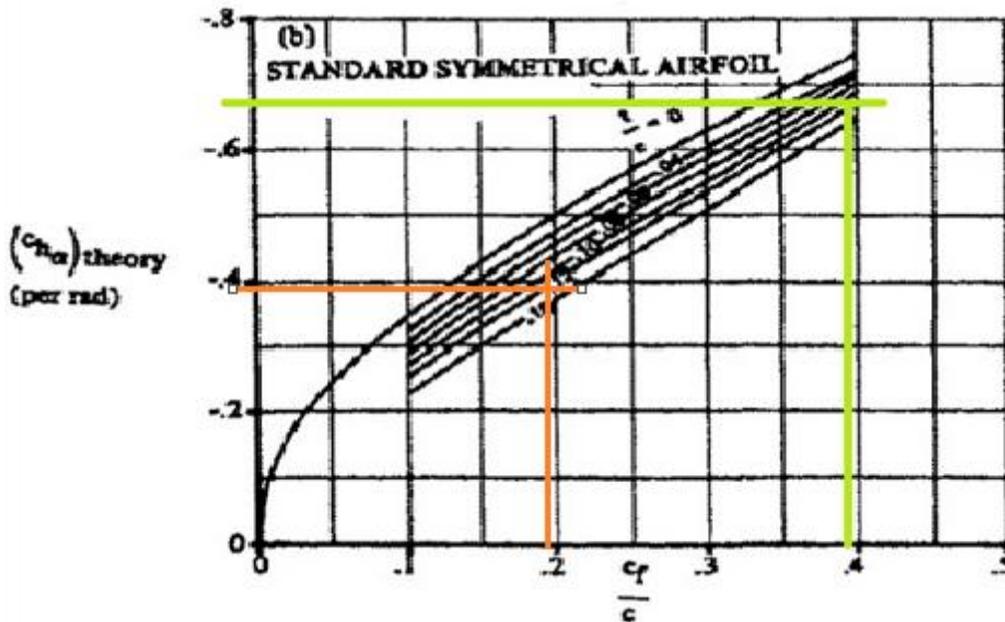


Figura 4. Variación del coeficiente de momento de bisagra con ángulo de ataque en el elevador y en los alerones.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.211.

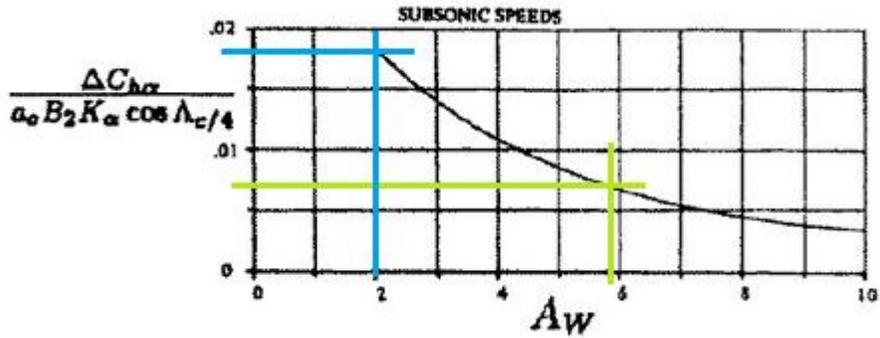


Figura 5(a) Corrección del camber para los coeficientes de momento de bisagra en el elevador y en el timón de cola.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.223

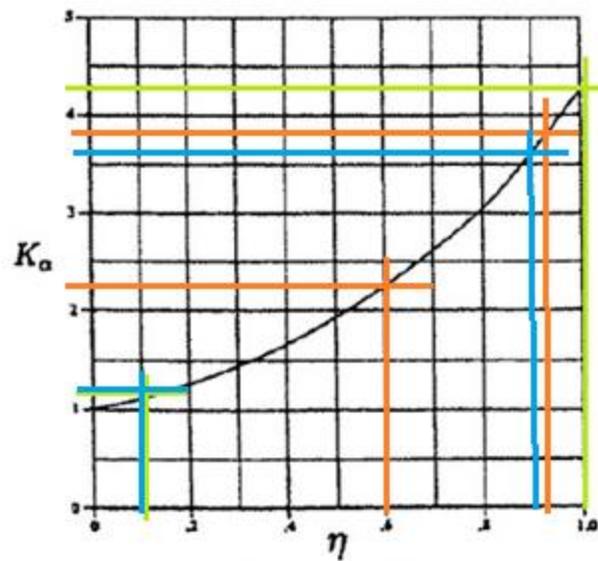


Figura 5. (b) Corrección del camber para los coeficientes de momento de bisagra en el elevador, los alerones y en el timón de cola.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.223.

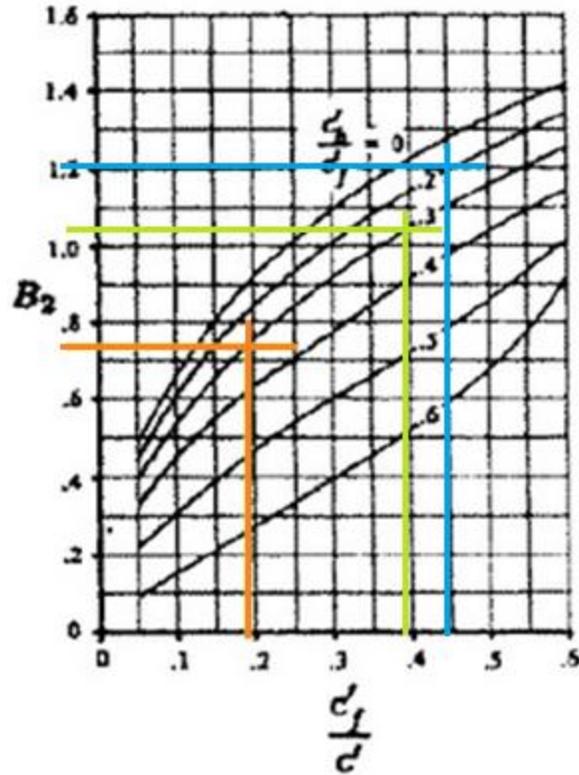


Figura 5. (c) Corrección del camber para los coeficientes de momento de bisagra en el elevador, en los alerones y en el timón de cola.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.223

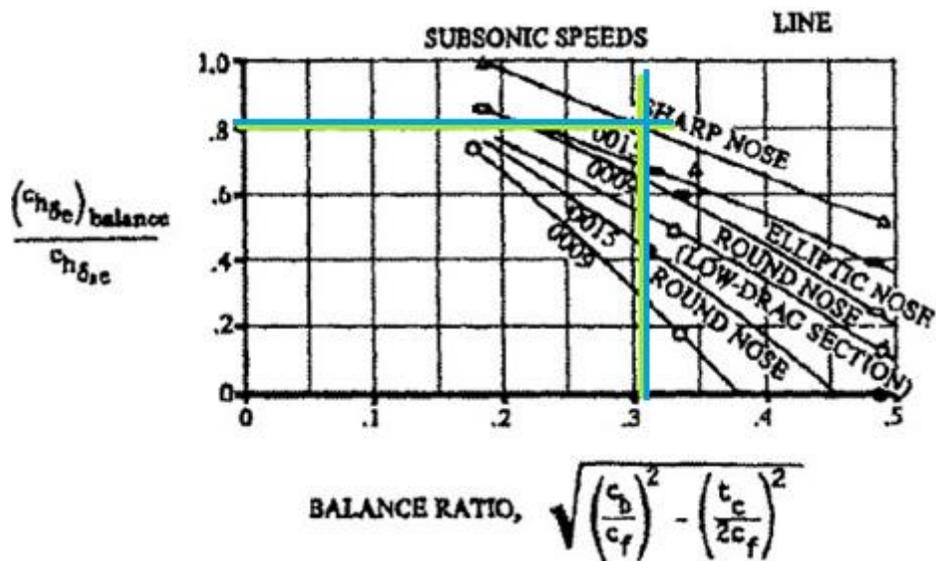


Figura 6. Efecto del nose balance para el control del momento de bisagra en el elevador y en el timón de cola.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.221.

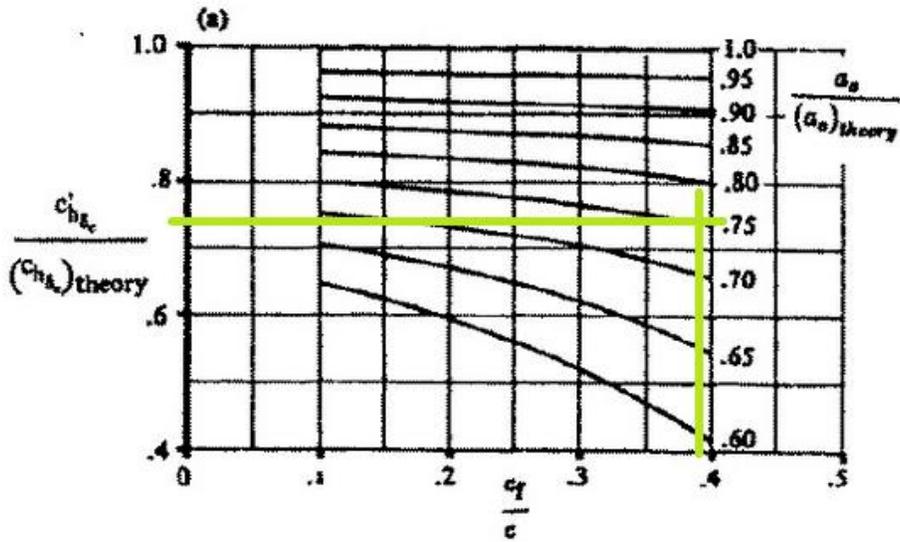


Figura 7(a). Variación del coeficiente de momento de bisagra con relación de cuerdas del elevador.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.222

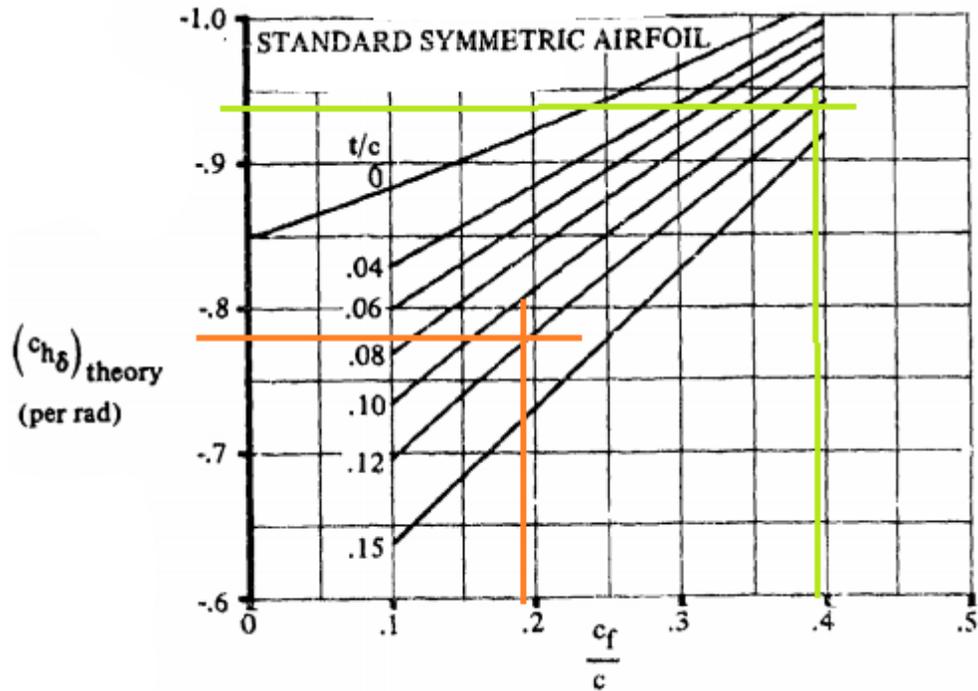


Figura 7(b). Variación del coeficiente de momento de bisagra con relación de cuerdas del elevador y de los alerones.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.222.

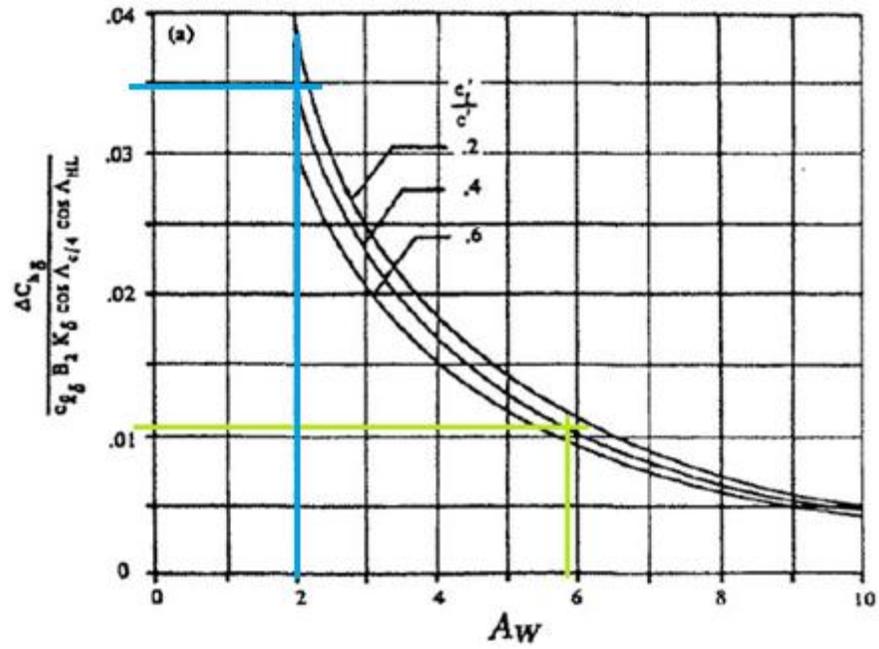


Figura 8 (a). Corrección del camber inducido para los coeficientes de momento de bisagra con respecto a la deflexión del elevador y del timón de cola.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.227

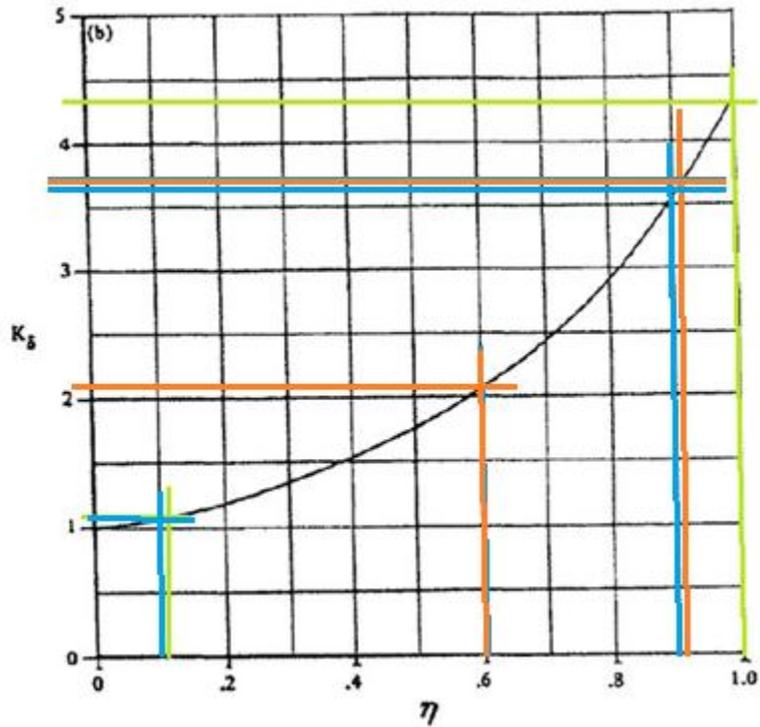


Figura 8 (b). Corrección del camber para los coeficientes de momento de bisagra con respecto a la deflexión del elevador, de los alerones y del timón de cola.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.227.

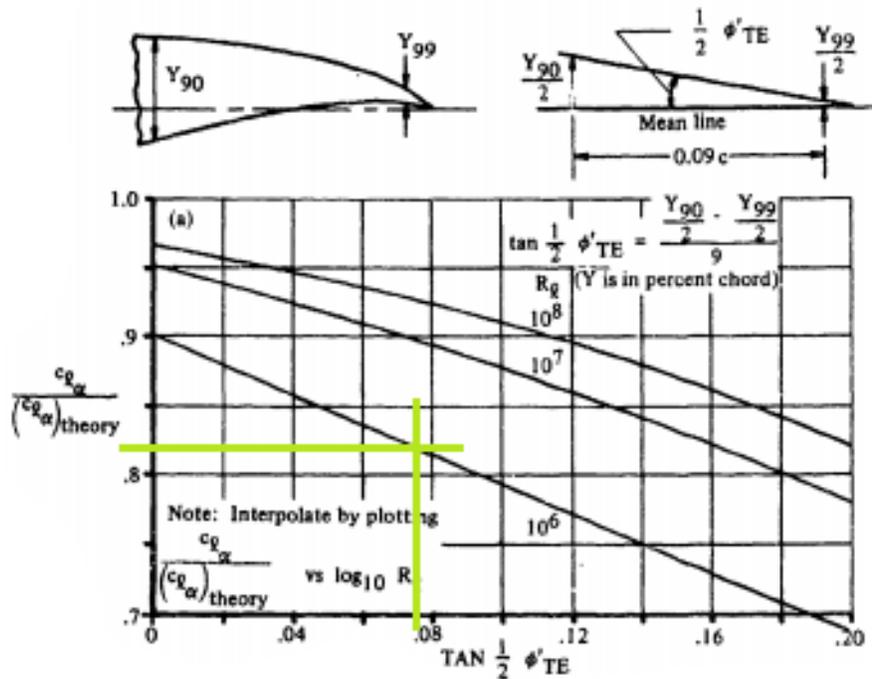


Figura 10. Curva de sustentación en 2D. Método 2 para los alerones

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.302..

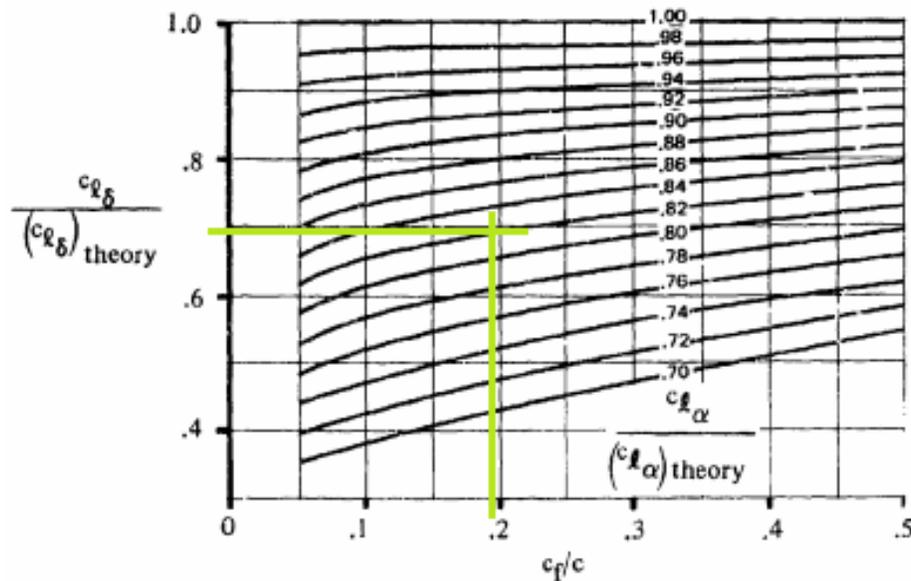


Figura 11. Corrección empírica de la efectividad teórica de la sustentación en los alerones.

Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.226.

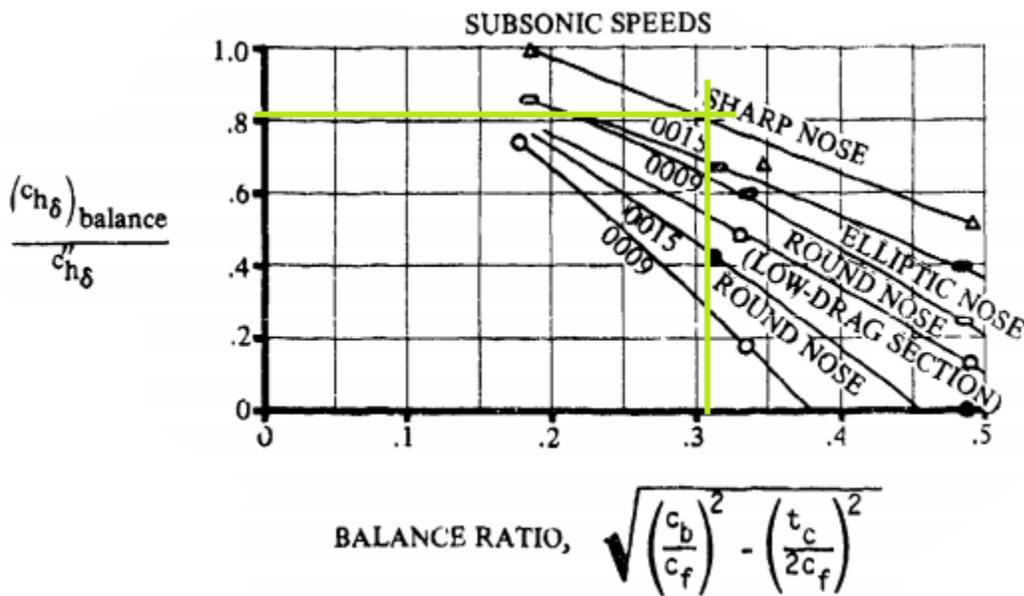
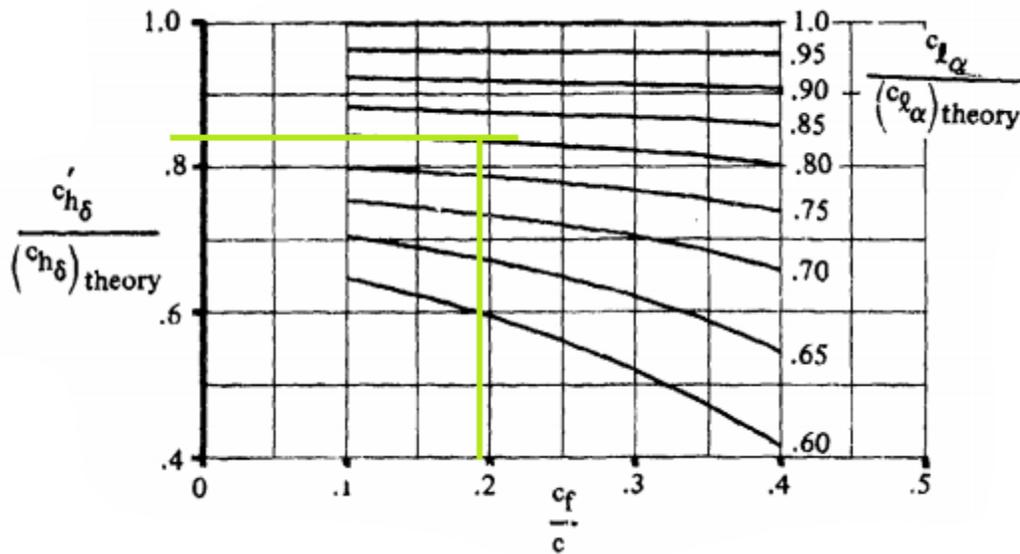
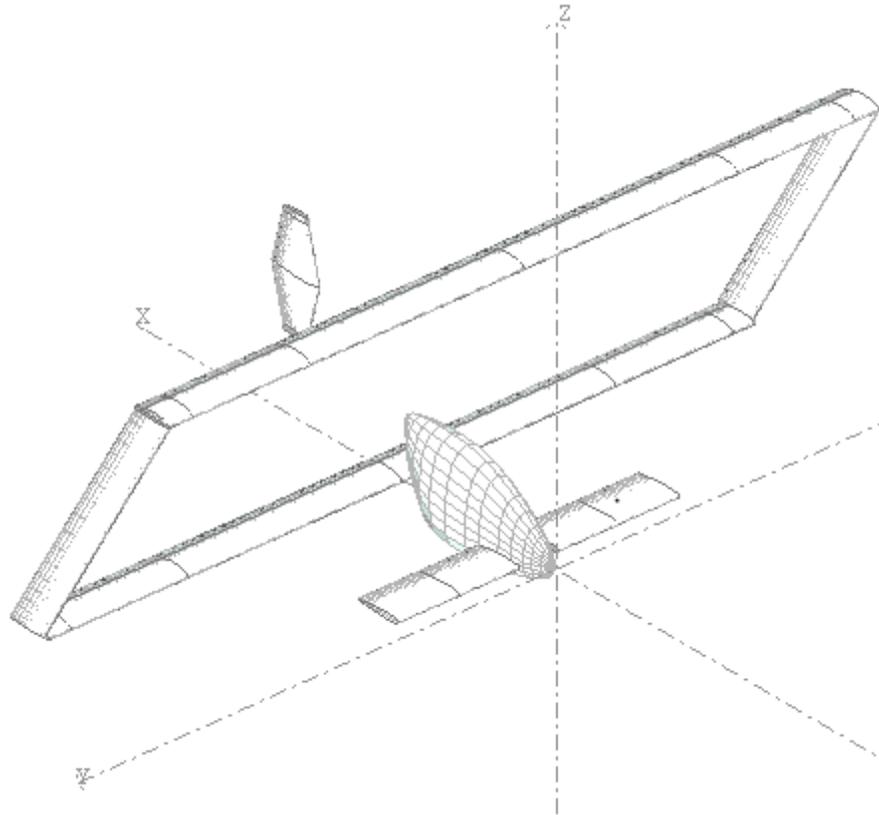


Figura 12. Efecto del balance en el control del momento de bisagra en el alerón.

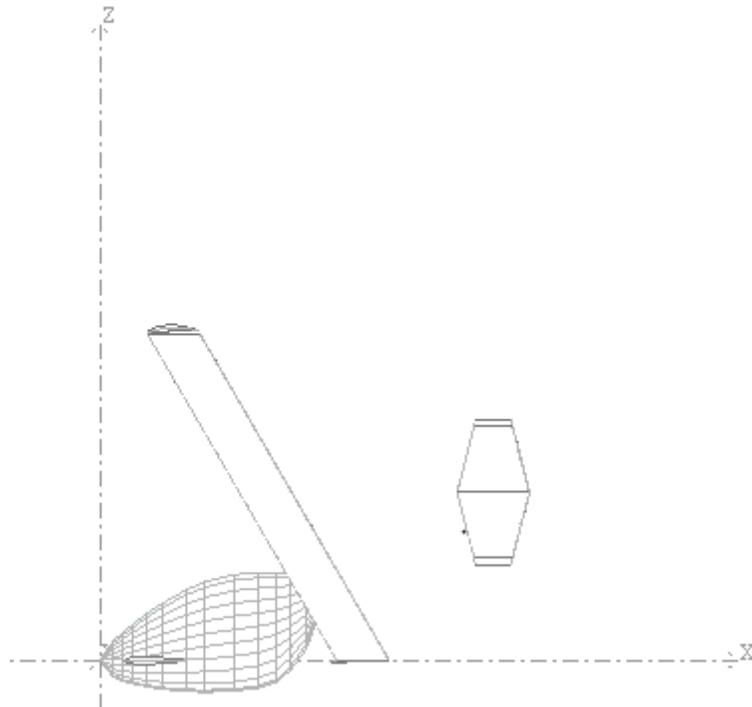
Fuente: PAMADI, Bandu op. cit., p.221.

### 13.3 ANEXO C

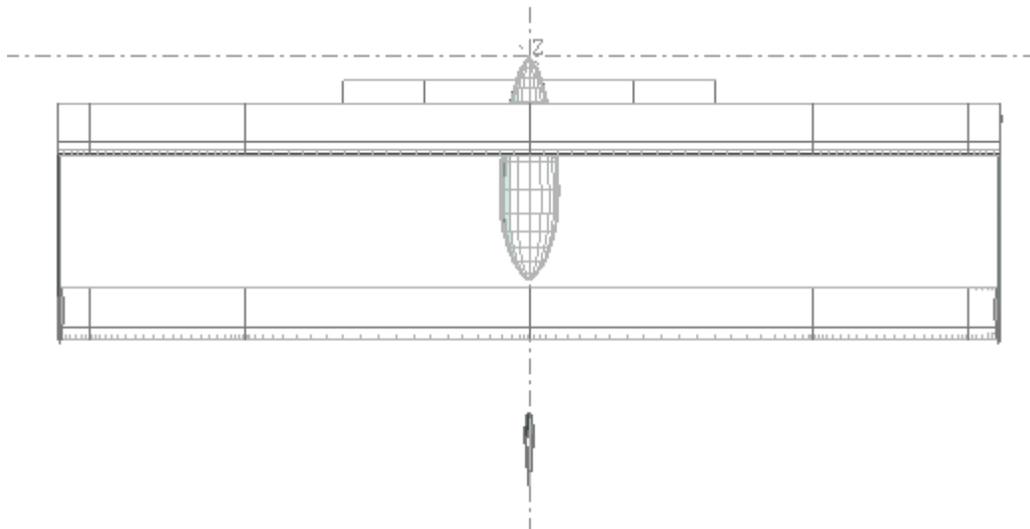
Vistas del SUE-SUA en el análisis de xflr5:



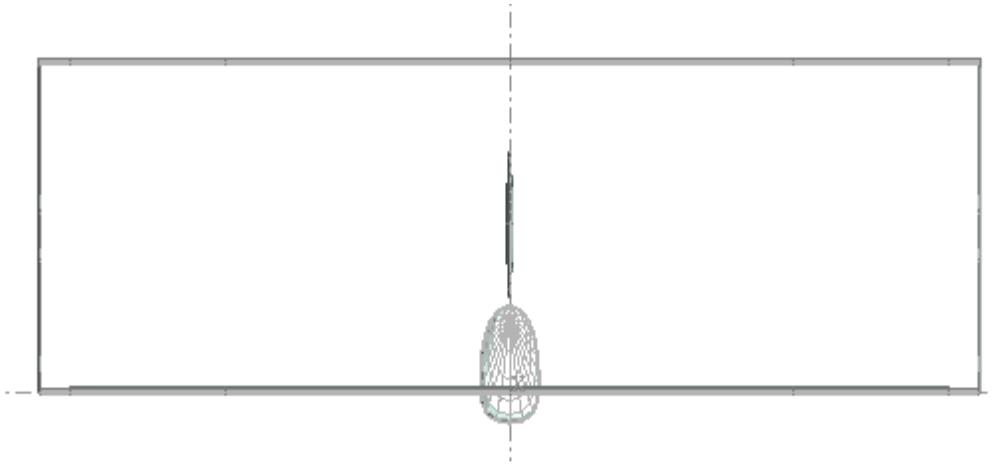
**Figura 1. Vista isométrica de la aeronave en XFLR5.**



**Figura 2. Vista lateral de la aeronave en XFLR5.**



**Figura 3. Vista de techo de la aeronave en XFLR5.**



**Figura 4. Vista frontal de la aeronave en XFLR5.**