

## RAE

1. **TIPO DE DOCUMENTO:** Trabajo de grado para optar al título de INGENIERO AERONÁUTICO.
2. **TÍTULO:** METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DE UNA TOBERA VECTORIAL PARA UNA AERONAVE NO TRIPULADA DE DESPEGUE VERTICAL EN FASE DE ASCENSO
3. **AUTORES:** Andrés Felipe Guzmán Vanegas y Juan Camilo Guzmán Suárez.
4. **LUGAR:** Bogotá D.C.
5. **FECHA:** Noviembre de 2013.
6. **PALABRAS CLAVE:** Vectored Rotating Nozzle Thrust System, Tobera, Aeronave no tripulada, Flujo Variable, metodología, Motor Turbofan y Turbojet , Propulsión Vectorial, Vertical Take off and Landing y Flujo compresible.
7. **DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO:** El trabajo presenta una propuesta de la metodología de diseño que se debe llevar a cabo para implementar el sistema de una tobera delantera de flujo variable para una aeronave no tripulada de despegue vertical.
8. **LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN:** Línea de Investigación: Tecnologías Actuales y Sociedad. Sub-línea de Investigación: Instrumentación y Control. Campo Temático: Diseño y Construcción de Aeronaves.
9. **FUENTES CONSULTADAS:** ALVARADO María A., Castillo David O., Patiño Nicolás A. Diseño metodológico preliminar de una tobera de empuje vectorial: Universidad de San Buenaventura, 2005. MATTINGLY, Jack D. Elements of Propulsion: Gas Turbines And Rockets. s.l. : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. RAYMER, Daniel. Aircraft design A Conceptual Approach . United States of America : American Institute of Aeronautics and Astronautics , 1992. SARAVANAMUTTOO, HIH. Gas turbine theory . England : Longman House, Burn Mil, Harlow , 1996. JAMES, John E. Gas Dynamics. New Jersey : Prentice-Hall, 2006. IDELCHIK, Isaak E. Handbook of Hydraulic Resistance. s.l. : Jaico Publishing House, 2008. COMPANY, Babcock & Wilcox. Steam Its Generation And Use, 2005.
10. **CONTENIDO:** Actualmente en la industria aeronáutica se ha resaltado la importancia de una aeronave de despegue y aterrizaje en pistas cortas. Por esta razón, se presenta una metodología para el diseño de una tobera vectorial para una aeronave no tripulada de despegue vertical en fase de ascenso la cual permitirá el desarrollo de nuevas tecnologías en este ámbito. En el presente trabajo se desarrolla el procedimiento que se debe realizar para determinar el empuje suministrado por la tobera delantera de una aeronave de despegue vertical, el análisis que debe elaborarse para seleccionar el motor y determinar las características del flujo a su salida. Adicionalmente se presenta la propuesta de una tobera de flujo variable, la cual está dividida en 4 secciones y se muestra el procedimiento requerido para lograr que la aeronave pueda despegar de forma vertical implementando este sistema.
11. **METODOLOGÍA:** La metodología de este trabajo es de carácter empírico-analítico.
12. **CONCLUSIONES:** Se establece por medio del ejemplo aplicativo que el empuje total determinado fue 630 kgf; el cual representa un 40% mayor al peso de la aeronave, este empuje es capaz de suministrar la fuerza requerida por la tobera delantera igual a 492,18 kgf, para que la aeronave realice un despegue de forma vertical. Para la sección 2-3, se determina que la propuesta de dividir las áreas en función de la cantidad porcentual del empuje requerido por la tobera delantera, la cual en este caso fue del 78,13%, satisface las características de presión, temperatura, velocidades, número de Mach y flujo másico necesarias para suministrar el empuje solicitado por la tobera delantera de 492,18 kgf.

METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DE UNA TOBERA VECTORIAL PARA  
UNA AERONAVE NO TRIPULADA DE DESPEGUE VERTICAL EN FASE  
DE ASCENSO

ANDRÉS FELIPE GUZMÁN VANEGAS 20083231036

JUAN CAMILO GUZMÁN SUÁREZ 20083231034

UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGE  
NIERÍA AERONÁUTICA  
BOGOTÁ D.C.  
2013

METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DE UNA TOBERA VECTORIAL PARA UNA  
AERONAVE NO TRIPULADA DE DESPEGUE VERTICAL EN FASE DE  
ASCENSO

ANDRÉS FELIPE GUZMÁN VANEGAS

JUAN CAMILO GUZMÁN SUÁREZ

Trabajo de Grado para optar por el título de Ingeniero Aeronáutico.

Presentado a:

Ing. Alejandro Urrego

UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA AERONÁUTICA  
BOGOTÁ D.C.  
2013

Nota de aceptación

---

---

---

---

Presidente del jurado

---

Jurado

---

Jurado

---

Jurado

Bogotá D.C octubre 21 del 2013

## **DEDICATORIA**

En primer lugar dedico este trabajo a Dios, ya que él me ha otorgado las capacidades con las cuales me ha sido posible prosperar en mi vida. En especial por darme virtudes como la paciencia, sabiduría y perseverancia que me han asistido en el desarrollo de este proyecto.

En segundo lugar esta tesis es dedicada a mis padres y familia por brindarme su apoyo incondicional en todas las etapas de este proceso y por el cual hoy estoy presentando este trabajo.

Andrés Felipe Guzmán Vanegas

## **DEDICATORIA**

Este trabajo lo dedico a Dios por brindarme grandes virtudes en el desarrollo del proyecto.

En segundo lugar a mis padres, hermanos y amigos por brindarme le apoyo en cada una de las etapas desarrolladas durante este proceso de vida.

Juan Camilo Guzmán Suárez

## **AGRADECIMIENTOS**

Primordialmente agradezco a la Universidad de San Buenaventura por proporcionarme las herramientas y competencias necesarias que me permitieron avanzar en este proyecto.

Agradezco al tutor de tesis Ingeniero Alejandro Urrego, quien fue el pilar fundamental en la elaboración de este proceso metodológico y sin el cual no hubiese sido posible concluir este estudio.

También a los profesores que estuvieron presentes en la trayectoria de mi carrera, en especial a los ingenieros Salvador Vargas y Rafael Serpa que con ayuda de sus conocimientos implementaron enormemente a la mejora y perfeccionamiento de esta tesis.

Por ultimo agradezco a mis compañeros que de una u otra forma colaboraron en el desarrollo de este trabajo.

Andrés Felipe Guzmán Vanegas

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar agradezco a la universidad de san buenaventura, por el desarrollo de los conocimientos intelectuales y técnicos para el desarrollo del proyecto.

En segundo lugar agradezco al tutor de tesis José Alejandro Urrego por la colaboración y conocimientos prestados durante el desarrollo del proyecto

En Tercer lugar agradezco a mis padres y hermanos por la formación de valores y apoyo incondicional durante el desarrollo del proyecto.

Y por último a mis compañeros y amigos por la colaboración prestada durante el proyecto.

Juan Camilo Guzmán Suárez



## CONTENIDO

Pág.

NOMENCLATURA.....	15
INTRODUCCIÓN.....	19
1. PROBLEMA.....	20
1.1 TÍTULO.....	20
1.2 TEMA.....	20
1.3 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN.....	20
1.4 LÍNEA DE INVESTIGACIÓN.....	20
2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	21
2.1 ANTECEDENTES.....	21
2.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	24
2.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	24
3 JUSTIFICACIÓN.....	25
4 OBJETIVOS.....	26
4.1 OBJETIVO GENERAL.....	26
4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	26
5 ALCANCES Y LIMITACIONES.....	27
5.1 ALCANCES.....	27
5.2 LIMITACIONES.....	27
6 METODOLOGÍA.....	28
6.1 METODOLOGÍA DE TRABAJO.....	28
7 DESARROLLO INGENIERIL.....	29
7.1 METODOLOGÍA DE DISEÑO.....	29
7.2 ETAPAS DE ESTUDIO PARA EL DISEÑO DE LA TOBERA.....	29
7.2.1 Selección de la configuración de la tobera.....	30
7.2.2 Determinación del empuje total requerido.....	31
7.2.3 Distribución de empuje en las toberas.....	32
7.2.4 Selección del motor.....	33

7.2.5	Estudio del Comportamiento del Fluido en la Tobera .....	44
7.2.6	Identificación de materiales .....	54
7.3	Ejemplo Aplicativo de la Metodología Propuesta.....	60
7.3.1	Caso de estudio de una tobera de salida para una aeronave con motor turbofan.60	
7.3.2	Diseño preliminar en CAD de la tobera de flujo obtenida en el caso de estudio. 76	
7.4	Programa aplicativo .....	77
7.4.1	Utilización del programa aplicativo .....	77
CONCLUSIONES.....		88
BIBLIOGRAFÍA.....		90
ANEXO A.....		92
ANEXO B.....		104
ANEXO C .....		126
ANEXO D .....		127
ANEXO E.....		128
ANEXO F .....		145
ANEXO G .....		148

## LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1 Datos iniciales para el cálculo de los parámetros del motor turbofan .....	34
Tabla 2 Datos iniciales para el cálculo de los parámetros del motor turbojet .....	41
Tabla 3 Principales materiales para implementar en la tobera .....	58
Tabla 4 Tensión admisible de los materiales estudiados .....	59
Tabla 5 Características de la aeronave a ser utilizadas en el ejemplo .....	61
Tabla 6 Parámetros de entrada del motor turbofan para el caso de estudio .....	63
Tabla 7 Datos iniciales solicitados por el programa aplicativo .....	79

## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Aeronave Harrier AV-8B con su configuración de toberas vectoriales para despegue vertical.....	21
Figura 2. Motor pegasus F 402 con los flujos primario y secundario repartido a las toberas.....	22
Figura 3. Aeronave Lockheed Martin F-35B .....	23
Figura 4 Tobera sobre el eje vertical del centro de gravedad .....	30
Figura 5 Empuje de la tobera delantera y trasera con respecto al centro de gravedad .....	31
Figura 6 Configuración a ser implementada en la metodología de diseño .....	31
Figura 7 Diagrama del análisis estático y de momentos aplicados a la aeronave	32
Figura 8 Diagrama del motor turbofan .....	34
Figura 9 Diagrama de la mezcla de flujo primario y secundario en un motor turbofan.....	36
Figura 10 Diagrama del motor turbojet. ....	41
Figura 11 Secciones que conforman la tobera de empuje delantera .....	45
Figura 12 Primera sección de la tobera vectorial .....	46
Figura 13 Diferencia de longitudes utilizada para determinar las características del fluido a la salida de la primera sección. ....	46

Figura 14 Segunda sección de la tobera .....	48
Figura 15 Sección de la tobera 3-4.....	51
Figura 16 Salida convergente de la tobera (sección 4-5).....	52
Figura 17 Aeronave no tripulada Elbit Hermes 450 .....	61
Figura 18 Ubicación del motor y su distancia con respecto a la punta de la aeronave.....	62
Figura 19 Ubicación en la aeronave del motor y las toberas con sus respectivas distancias.....	64
Figura 20 Primera sección de la tubería puntos 1 a 2.....	69
Figura 21 Editor de ecuaciones de Matlab mostrando el programa aplicativo .....	78
Figura 22 Barra de herramientas superior del programa Matlab .....	78
Figura 23 Ventana de comando mostrada en el programa Matlab .....	79
Figura 24 Ventana de comando solicitando las variables iniciales de la aeronave .....	80
Figura 25 Ventana de comando mostrando los requerimientos del motor .....	80
Figura 26 Ventana de comando solicitando el motor a utilizar .....	81
Figura 27 Ventana de comando solicitando las características del motor seleccionado .....	81
Figura 28 Ventana de comando mostrando los valores de la ecuación de momento en función del número de Mach propuesto .....	82
Figura 29 Ventana de comando mostrando los valores de la ecuación de momento en función del número de Mach adecuado .....	82
Figura 30 Ventana de comando suministrando la relación requerida para determinar el número de Mach a la salida de la primera sección .....	83

Figura 31 Ventana de comando suministrando y solicitando las principales características para el estudio de la segunda sección de la tobera .....	84
Figura 32 Ventana de comando solicitando el número Mach a la salida de la segunda sección .....	84
Figura 33 Ventana de comando suministrando la relación requerida para determinar el número de Mach a la salida de la tercera sección .....	85
Figura 34 Ventana de comando solicitando el valor del número de Mach en función de un área a la salida propuesta .....	85
Figura 35 Ventana de comando mostrando las características del fluido a la salida de la tobera en función de un área a la salida propuesta .....	86
Figura 36 Ventana de comando solicitando el valor del número de Mach en función de un área a la salida acertada .....	87
Figura 37 Ventana de comando mostrando las características del fluido a la salida de la tobera en función de un área a la salida acertada .....	87

## NOMENCLATURA

$a_{ts}$ : Velocidad del sonido techo de servicio.

$a$ : Velocidad del sonido.

$a_{tob}$ : Velocidad del sonido en la sección de la tobera.

$A$ : Área.

$A^*$ : Área cuando el número de Mach es igual a uno.

$B$ : Relación de Bypass.

$C$ : Velocidad.

$cg$ : Centro de gravedad.

$C_{tob}$ : Velocidad en la sección de la tobera.

$C_{ts}$ : Velocidad techo de servicio.

$C_{pa}$ : Coeficiente de calor específico del aire.

$C_{pg}$ : Coeficiente de calor específico del gas.

$C_{pm}$ : Coeficiente de calor específico de la mezcla.

$D_{1-2}$ : Diámetro sección 1-2 de la tobera.

$D_{2-3}$ : Diámetro sección 2-3 de la tobera.

$e_{1-2}$ : Espesor de la tobera en la primera sección de la tobera.

$e_{2-3}$ : Espesor de la tobera en la segunda sección de la tobera.

$e_{3-4}$ : Espesor de la tobera en la tercera sección de la tobera.

$e_{4-5}$ : Espesor de la tobera en la cuarta sección de la tobera.

$E_{reqtobdelantera}$ : Empuje requerido por la tobera delantera.

$E_{reqtobtrasera}$ : Empuje requerido por la tobera trasera.

$Empuje_{tobera\ delantera}$ : Empuje suministrado por la tobera delantera.

$E_{tobdelantera}$ : Cantidad porcentual de empuje requerido por la tobera delantera.

$E_{tobtraseras}$ : Cantidad porcentual de empuje requerido por la tobera trasera.

$f$ : Coeficiente de fricción.

$f_m$ : Coeficiente de fricción de Moody.

$ITT$ : Temperatura de entrada a la turbina.

$K_b$ : Coeficiente de pérdida de la tubería.

$L$ : Longitud de la tobera sección 1-2.

$\dot{m}$ : Flujo másico de entrada al motor.

$\dot{m}_c$ : Flujo másico que transita a través del ducto bypass.

$\dot{m}_h$ : Flujo másico que transita a través de la turbina.

$\dot{m}_{tobdelantera}$ : Flujo másico requerido por la tobera delantera.

$\dot{m}_{tobtraseras}$ : Flujo másico requerido por la tobera trasera.

$M_{gas}$ : Peso molecular del gas ideal.

$M_{air}$ : Peso molecular del aire.

$M_{tur}$ : Número Mach de diseño de la turbina.

$M_{fan}$ : Número Mach del fan.

$M_7$ : Número Mach a la salida de la mezcla.

$M_{jet}$ : Número Mach de diseño motor turbojet.

$M_{tob1}$ : Número Mach a la entrada de la tobera sección 1-2.

$M_{tob2}$ : Número Mach a la entrada del codo de la tobera sección 2-3.

$M_{tob3}$ : Número Mach a la salida del codo de la tobera sección 2-3.

$M_{tob4}$ : Número Mach a la salida del tubo recto de la tobera sección 3-4.

$M_{tob5}$ : Número Mach a la salida de la tobera convergente sección 4-5.

$\eta_m$ : Eficiencia mecánica del eje de transmisión.



$\eta_{\infty c}$ : Eficiencia politrópica del fan y del compresor motor turbofan.

$\eta_{\infty t}$ : Eficiencia politrópica de la turbina del motor turbofan.

$\eta_i$ : Eficiencia isentrópica a la entrada del motor.

$\eta_c$ : Eficiencia isentrópica del compresor motor turbojet.

$\eta_t$ : Eficiencia isentrópica de la turbina del motor turbojet.

$\eta_j$ : Eficiencia isentrópica de la tobera de salida del motor turbojet.

$P_{ts}$ : Presión techo de servicio.

$P_0$ : Presión de estancamiento.

$P_{estática}$ : Presión estática.

$P_{tob}$ : Presión estática en la tobera.

$P_c$ : Presión crítica.

$P^*$ : Presión cuando el número Mach es igual a uno.

$relcoefdefricc1$ : Relación coeficiente de fricción, diámetro y longitud de la primera sección de la tobera.

$relcoefdefricc2$ : Relación coeficiente de fricción, diámetro y longitud de la tercera sección de la tobera.

$relpres_{tob\ 2-3}$ : Relación de presiones en la sección 2-3 de la tobera.

$reláreas_{5-4}$ : Relación entre las áreas a la entrada y a la salida de la tobera convergente.

$R$ : Radio de curvatura del codo.

$R_{air}$ : Constante de los gases ideales para el aire.

$R_{gas}$ : Constante de los gases ideales para el gas.

$R_{mix}$ : Constante de los gases ideales para la mezcla.

$T$  : Empuje total.

$Tmin$ : Empuje mínimo requerido para el despegue vertical.

$T_{ts}$ : Temperatura techo de servicio.

$T_0$ : Temperatura de estancamiento.

$T_{estática}$ : Temperatura estática.

$T_{tob}$ : Temperatura estática en la tobera.

$T'_{04}$ : Temperatura a la salida de la turbina en función de la eficiencia isentrópica.

$W$ : Peso máximo de la aeronave.

$X_1$ : Distancia entre la tobera delantera y el centro de gravedad.

$X_2$ : Distancia entre el centro de gravedad y la tobera trasera.

$Y$ : Longitud de la tobera sección 3-4.

$\Delta P$ : Coeficiente de pérdida de presión.

$\lambda$ : Constante universal de los gases ideales.

$\pi_c$ : Relación de compresión.

$\theta$ : Ángulo de curvatura del codo.

$\gamma$ : Relación de coeficiente de calor específico a la salida del motor.

$\gamma_{air}$ : Relación de coeficiente de calor específico del aire.

$\gamma_{gas}$ : Relación de coeficiente de calor específico del gas.

$\gamma_{mix}$ : Relación de coeficiente de calor específico de la mezcla.

$\rho_0$ : Densidad de estancamiento.

$\rho_{estática}$ = Densidad estática.

$\rho_{tob}$ : Densidad estática en la tobera.

## INTRODUCCIÓN.

Actualmente en la industria aeronáutica se ha resaltado la importancia de una aeronave de despegue y aterrizaje en pistas cortas. Por esta razón, se presenta una metodología para el diseño de una tobera vectorial para una aeronave no tripulada de despegue vertical en fase de ascenso la cual permitirá el desarrollo de nuevas tecnologías en este ámbito, permitiendo así la creación de una aeronave que cumpla con características de desempeño óptimas para cumplir este fin.

La implementación de toberas de flujo variable en los motores a reacción, ha contribuido los avances en los sistemas de empuje vectorial para aeronaves de despegue vertical, lo cual permite un análisis para la adaptación de una tobera que dirija el empuje de manera que se pueda efectuar dicho despegue, la cual pueda ser implementada a diferentes aeronaves con un sistema de propulsión a reacción adecuado y características iniciales aceptables.

Se establece la metodología para el diseño de una tobera delantera de empuje vectorial en fase de despegue para una aeronave no tripulada, implementando la adaptación de un sistema de propulsión vectorial o *Vectored Rotating Nozzle Thrust System (VERNOTS)*. El proyecto se enfoca en la integración del sistema de propulsión para la categoría de aeronaves no tripuladas experimentales con tecnología de despegue vertical, buscando que la tobera de empuje vectorial permita un flujo de salida óptimo para un ascenso de manera satisfactoria.

Se presenta el procedimiento que se debe realizar para determinar el empuje suministrado por la tobera delantera, el análisis que debe elaborarse para seleccionar el motor y determinar las características del flujo a su salida. Adicionalmente se presenta la propuesta de una tobera de flujo variable, la cual está dividida en 4 secciones y se muestra el procedimiento requerido para lograr que la aeronave pueda despegar de forma vertical implementando este sistema.

## **1. PROBLEMA**

### **1.1 TÍTULO**

Metodología para el diseño de una tobera vectorial para una aeronave no tripulada de despegue vertical en fase de ascenso.

### **1.2 TEMA.**

Toberas.

### **1.3 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN**

El enfoque a emplear en la investigación es el empírico analítico, dado una estructura particular a la metodología de investigación, en tanto que orienta el trabajo a la contrastación permanente de las aseveraciones teóricas y cálculos. El interés de este proyecto es netamente teórico orientado a la interpretación del mundo material.

### **1.4 LÍNEA DE INVESTIGACIÓN**

El campo temático del programa de ingeniería aeronáutica para el cual está inscrito este proyecto es diseño y construcción de aeronaves. La sub-línea de investigación de la facultad es investigación y control de procesos. Y la línea de investigación de la Universidad es tecnologías actuales y sociedad.

## 2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

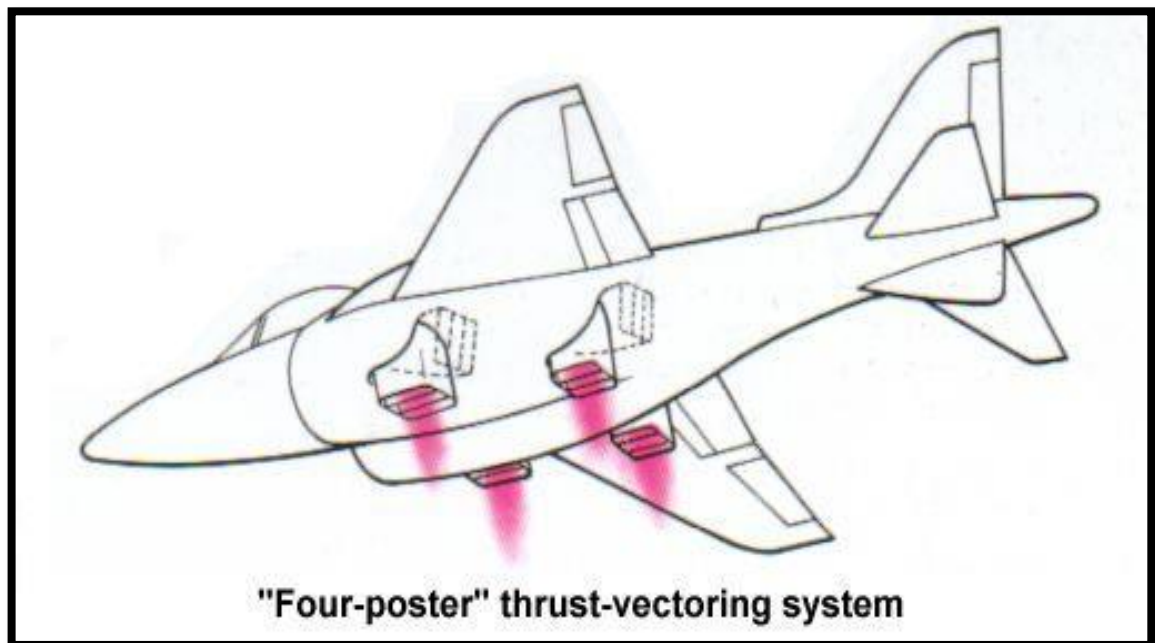
### 2.1 ANTECEDENTES.

Actualmente no existe una metodología de diseño para una tobera vectorial aplicada a un UAV de despegue vertical, debido a que la tecnología de toberas de flujo variable para despegue vertical no ha sido implementada en aeronaves no tripuladas, sin embargo existen diferentes trabajos realizados que se pueden tomar como puntos de partida para el desarrollo del proyecto.

#### Harrier AV-8B

Las investigaciones realizadas que se tomarán como punto de partida para el desarrollo del proyecto tienen como inicio la aeronave Harrier AV-8B (Harrier II) desarrollada por Boeing y McDonnell Douglas. Esta es una aeronave que tiene la habilidad de despegar y aterrizar verticalmente y puede permanecer estáticamente en el aire aproximadamente tres minutos. Esta aeronave es utilizada en múltiples misiones, como por ejemplo atacar y destruir objetivos en tierra y aire.

**Figura 1. Aeronave Harrier AV-8B con su configuración de toberas vectoriales para despegue vertical**

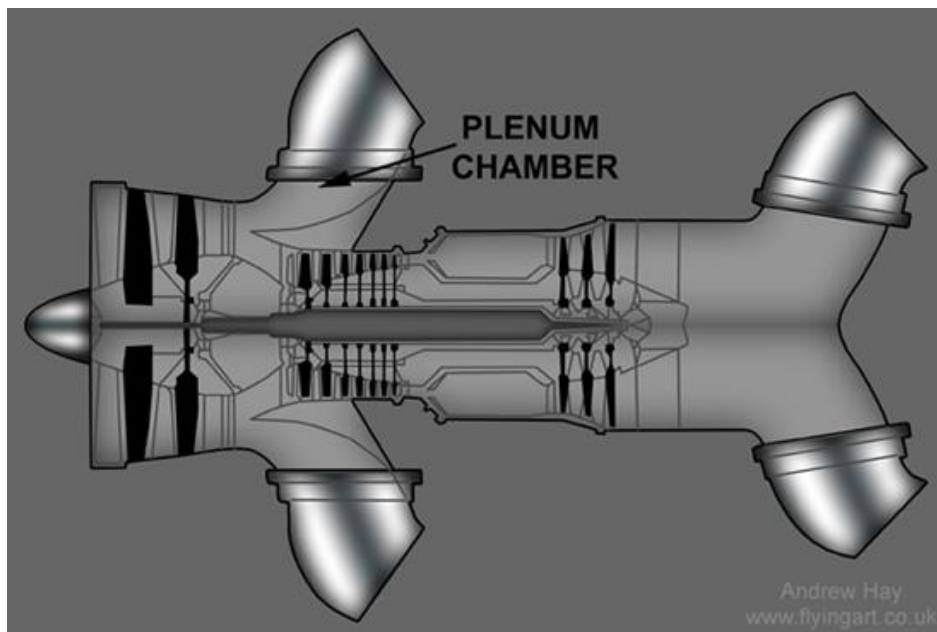


Fuente: [www.aerospaceweb.org/question/planes/q0102a.shtml](http://www.aerospaceweb.org/question/planes/q0102a.shtml)

## Motor Turbofan Pegasus F 402

Este motor ha sido diseñado específicamente para una aeronave de despegue vertical. El motor pegasus de la casa motriz Rolls Royce es considerado el corazón del Harrier II. Este es un motor turbofan, el cual tiene cuatro toberas de flujo variable, de las cuales dos son alimentadas por el flujo secundario y las otras dos toberas por los gases de escape. Este motor es capaz de girar las toberas 90° de manera tal que se pueda generar un despegue vertical y posteriormente la aeronave vuelve a girar sus toberas quedando de forma horizontal para así continuar con un vuelo recto y nivelado.

**Figura 2. Motor pegasus F 402 con los flujos primario y secundario repartido a las toberas**



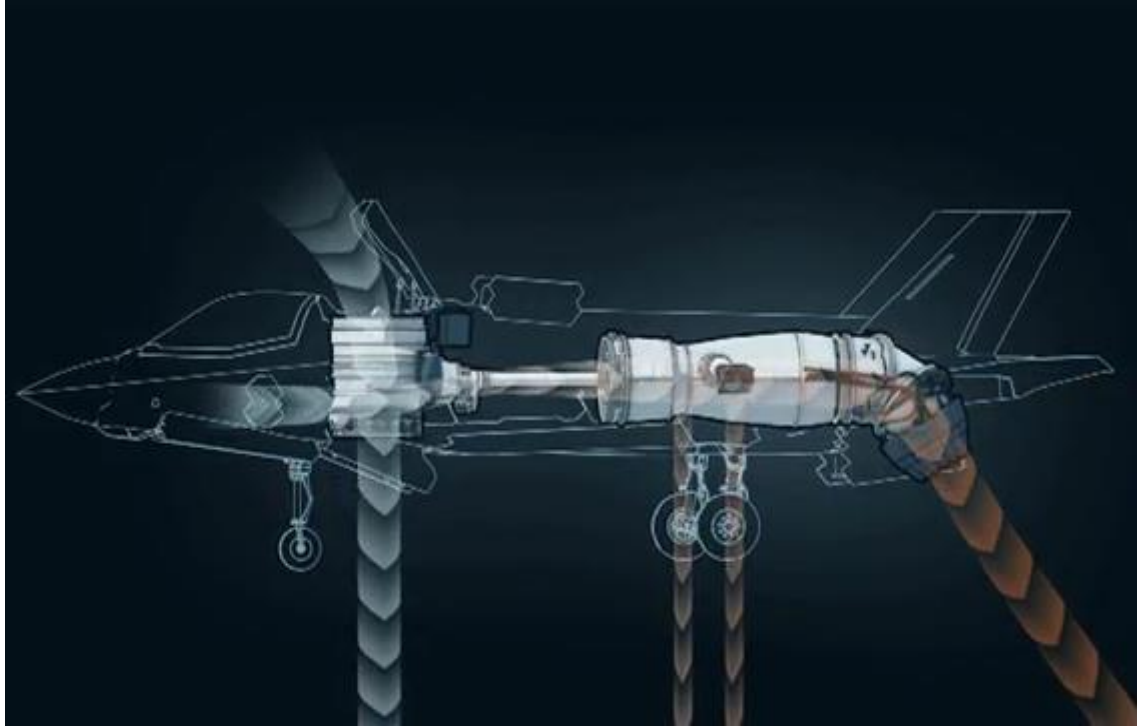
Fuente: [on-target-aviation.com/harrier.html](http://on-target-aviation.com/harrier.html)

## Lockheed Martin F-35B

Este avión tiene la capacidad de realizar despegues en pistas cortas y un aterrizaje vertical, pero a diferencia del Harrier el cual utiliza 4 toberas de flujo para dirigir el empuje y elevar la aeronave, este cuenta con un turbo propulsor el cual por medio de un eje y una caja de velocidades transmite potencia a una turbina vertical ubicada adelante del centro de gravedad de la aeronave con su respectiva entrada en la parte superior y el empuje del propulsor es dirigido por una tobera de flujo variable a la salida con el fin de generar el empuje necesario para elevar la

aeronave de forma vertical. Adicionalmente este cuenta con un sangrado del motor que es dirigido a los extremos de la aeronave para brindar una mayor estabilidad durante estas maniobras.

**Figura 3. Aeronave Lockheed Martin F-35B**



Fuente: [piziadas.com/2012/01/pruebas-del-f-35b-avion-de-despegue-vertical-y-aterrizaje-corto.html](http://piziadas.com/2012/01/pruebas-del-f-35b-avion-de-despegue-vertical-y-aterrizaje-corto.html)

### **Diseño metodológico preliminar de una tobera de empuje vectorial - Universidad de San Buenaventura.**

Adicionalmente, en la Universidad se culminó un proyecto de grado relacionado con el diseño metodológico preliminar de una tobera de empuje vectorial<sup>1</sup>. Este trabajo consiste en el diseño metodológico de una tobera supersónica de empuje vectorial, la cual es implementada en una aeronave de despegue horizontal similar a la que es utilizada por la aeronave F-22 raptor. En este proyecto se evidencian los estudios térmicos, de dinámica de gases y sus diferentes simulaciones realizados para verificar las condiciones de salida del fluido para bajos cambios angulares.

---

<sup>1</sup> **ALVARADO María A., Castillo David O., Patiño Nicolás A.** Diseño metodológico preliminar de una tobera de empuje vectorial: Universidad de San Buenaventura, 2005.

## **2.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.**

Se pretende establecer la metodología para el diseño preliminar de una tobera de empuje vectorial para una aeronave de despegue vertical no tripulada en fase de ascenso, realizando una investigación de los parámetros que afectan este tipo de diseño. Esto se elabora debido a que actualmente no hay información de este tipo y es un punto de partida primordial para investigaciones posteriores.

## **2.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.**

¿Cuál debe ser la metodología para efectuar el diseño preliminar de una tobera de empuje vectorial para una aeronave no tripulada de despegue vertical en fase de ascenso?



### **3 JUSTIFICACIÓN**

La razón fundamental para el desarrollo del proyecto es establecer la metodología de diseño de una tobera vectorial para una aeronave no tripulada de despegue vertical en fase de ascenso, debido a que si se tiene un punto inicial de investigación se puede profundizar en este tema e innovar en el ámbito aeronáutico del país al comprobar que el sistema VERNOT es funcional y que se puede implementar en aeronaves no tripuladas.

La viabilidad del proyecto se fundamenta en los recursos humanos ingenieriles con los que se cuenta, recursos de investigación y simulación, recursos bibliográficos, investigaciones previas, desarrollos de proyectos y prototipos similares, sistemas de corto despegue y aterrizaje vertical (V/STOL) que han sido funcionales y de los cuales se tienen documentos que pueden ser tomados como punto de partida.

Este proyecto permitiría impulsar el estudio de las capacidades aeronáuticas de despegue vertical y su aplicación en aeronaves no tripuladas en la industria aeronáutica y específicamente en el programa de ingeniería aeronáutica de la Universidad de San Buenaventura. Además de incentivar al diseño y construcción de aeronaves similares en otras instituciones y universidades del país.

La utilización de una aeronave no tripulada de despegue vertical a la que se le implemente el sistema VERNOT admite mayores ventajas que las de una aeronave de despegue horizontal, siendo capaz de realizar su operación desde y hacia cualquier plataforma.

## **4 OBJETIVOS**

### **4.1 OBJETIVO GENERAL**

Desarrollar un proceso metodológico para el diseño preliminar de una tobera de empuje vectorial para una aeronave no tripulada de despegue vertical en fase de ascenso.

### **4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Establecer los criterios para definir las características requeridas de una tobera de empuje vectorial en fase de despegue.
- Plantear las técnicas para proponer el dimensionamiento de la tobera delantera para que cumpla con las características de flujo requeridas para la operación de la aeronave en fase de ascenso.
- Identificar los materiales necesarios que cumplan las condiciones de diseño.
- Diseñar un programa aplicativo tomando como base el desarrollo metodológico en el programa MATLAB.
- Elaborar un artículo que contenga el desarrollo metodológico propuesto.

## **5 ALCANCES Y LIMITACIONES**

### **5.1 ALCANCES**

Se va a elaborar un análisis térmico y de dinámica de gases para establecer los parámetros necesarios para la metodología.

El desarrollo del programa aplicativo se realizará por medio del programa disponible en la UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA SEDE BOGOTÁ D.C, tal como Matlab.

Se realizará un diseño preliminar en CAD de la tobera de flujo variable obtenida del diseño metodológico.

### **5.2 LIMITACIONES**

Algunos de los parámetros del motor deberán ser calculados o supuestos dado que es poco probable que el fabricante suministre una guía completa de las características del motor seleccionado.

La metodología de diseño se realizará únicamente para la maniobra de despegue.

Para el proyecto no se realizará ninguna simulación, se limitará al análisis teórico y a la elaboración de un programa aplicativo de este análisis en el programa Matlab.

El diseño metodológico se desarrollará únicamente para una tobera en la maniobra de despegue, en donde el ángulo de la tobera va a ser perpendicular al suelo.

Para el proyecto no se realizará ningún modelo debido al gran costo de implementación y por lo tanto no alcanzará la etapa de construcción en la Universidad como proyecto de grado.

Se limitará a una propuesta de diseño donde se muestre el comportamiento del empuje en la fase de despegue.

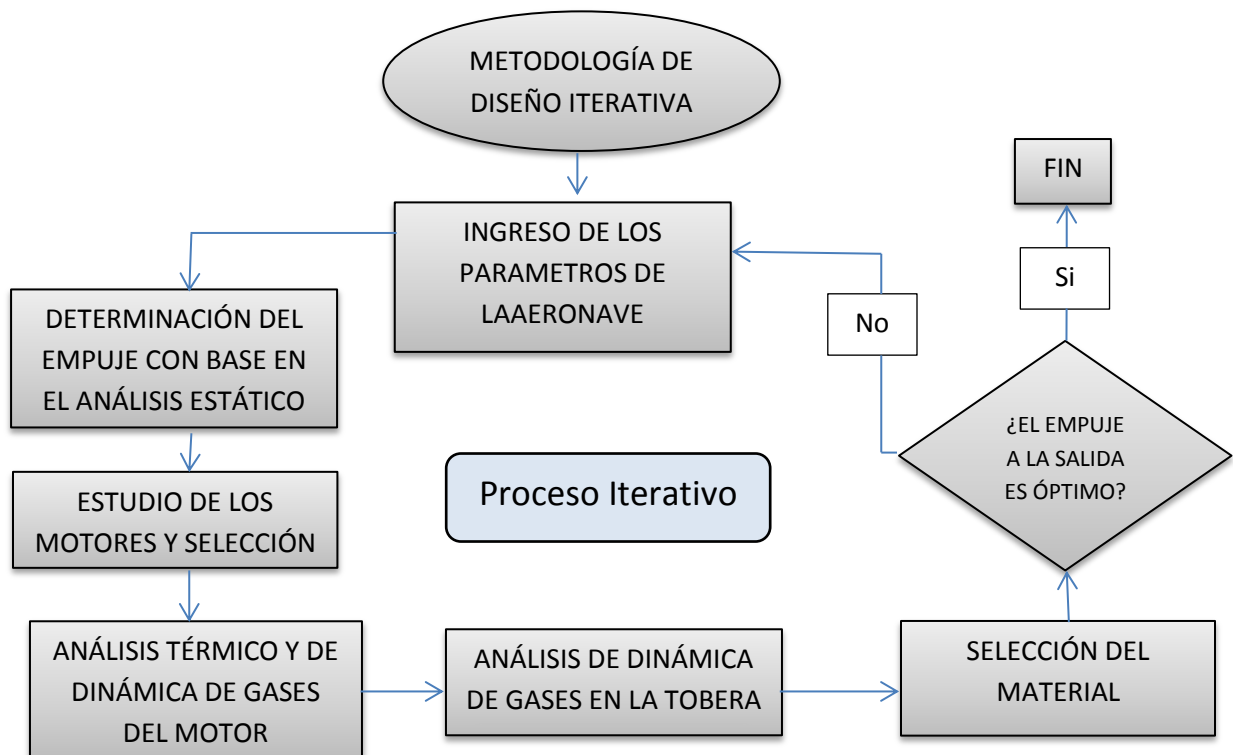
No se tendrán en cuenta los sistemas hidráulicos de control ni la automatización requerida para este sistema debido a que sólo se va a elaborar el análisis para el despegue.

## 6 METODOLOGÍA.

### 6.1 METODOLOGÍA DE TRABAJO

Inicialmente se establecerán los requerimientos del motor con base en el peso y dimensiones de la aeronave, posteriormente se elaborará un análisis estático de fuerzas y momentos para establecer el empuje mínimo requerido en función del peso de la aeronave y la distancia de las toberas al centro de gravedad, luego se realizará un análisis térmico y de dinámica de gases para determinar los parámetros de salida del motor escogido debido a que estos parámetros van a ser los datos de entrada de la tobera, después se determinará el tipo de tobera a ser implementado en el desarrollo metodológico y se le realizará un estudio de dinámica de gases con el fin de establecer los parámetros del flujo en las diferentes secciones de la tobera, seguidamente se realizará el estudio de la convergencia a la salida de la tobera, se verificará que el empuje suministrado sea igual al requerido y finalmente se escogerá el material a utilizar con base en los parámetros obtenidos en el diseño de la tobera.

La metodología de diseño será iterativa, por lo cual todos los parámetros de diseño están directamente relacionados, es decir que el cambio en uno de los procesos puede generar un cambio en los otros.



## **7 DESARROLLO INGENIERIL.**

El desarrollo ingenieril para este proceso metodológico de diseño se ha dividido en diferentes etapas de estudio, partiendo del tipo de la configuración de tobera a utilizar, los requerimientos del motor con base en el peso de la aeronave y localización de las toberas, seguido de la selección del motor y el estudio de sus parámetros de salida, continuando con un análisis del flujo a través de la tobera, su posterior verificación, selección de materiales y la elaboración de un ejemplo aplicativo con la metodología propuesta con su respectivo diseño computarizado. Además de un programa aplicativo con el desarrollo de dicha metodología. Es importante resaltar que esta metodología de diseño se realizará únicamente para un flujo subsónico, compresible, adiabático e isentrópico.

### **7.1 METODOLOGÍA DE DISEÑO**

La metodología de diseño propuesta comprende el análisis para la selección de la configuración de la aeronave, el empuje requerido por la tobera delantera, los requerimientos del motor, el estudio de las características de salida del motor, las características del flujo a través de cada una de las secciones propuestas en la tobera y la selección de materiales con base en las temperaturas. En el ANEXO A se puede observar un diagrama de flujo propuesto tomando como base la metodología de diseño.

### **7.2 ETAPAS DE ESTUDIO PARA EL DISEÑO DE LA TOBERA.**

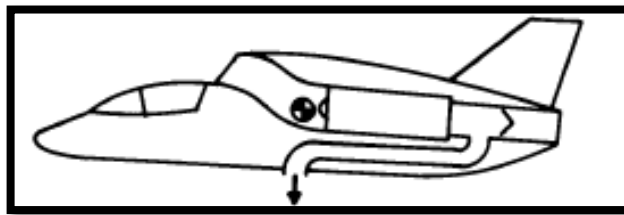
El estudio de la tobera consiste en seleccionar la configuración de la aeronave, en realizar un estudio del empuje requerido y su distribución con base en la localización de las toberas, además de un análisis de las variables en las estaciones del motor con el fin de determinar los parámetros a la salida. Luego se inicia el estudio de la tubería que transportará los gases de salida, la cual se divide en cuatro etapas que consisten en una tubería recta establecida por la distancia de la tobera de salida al centro de gravedad, una tubería curvada a  $90^\circ$  con área determinada teniendo en cuenta el empuje, otra tubería recta basada en la altura de la aeronave y una tobera convergente.

### 7.2.1 Selección de la configuración de la tobera.

Teniendo en cuenta los procedimientos propuestos en la bibliografía estudiada<sup>2</sup> existen dos maneras eficientes para diseñar una aeronave de despegue y aterrizaje vertical:

La primera propuesta consiste en una tobera que dirige el flujo a la salida del motor, de manera que el empuje sea aplicado exactamente sobre el eje vertical del centro de gravedad (como se muestra en la Figura 4). Este diseño es poco útil en vista que la aeronave tiende a ser inestable, se aumentan considerablemente las dimensiones del fuselaje, el peso aumenta y es necesario elaborar una tobera que dirija el flujo a la salida de la aeronave para el vuelo recto.

**Figura 4 Tobera sobre el eje vertical del centro de gravedad.**



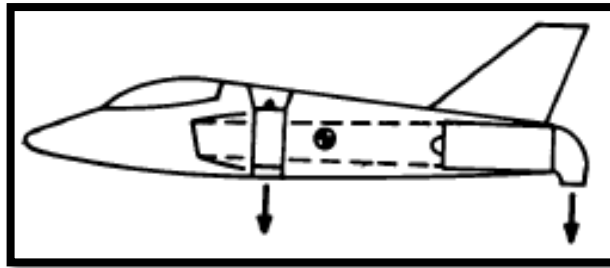
**Fuente: Los Autores**

La segunda propuesta consiste en dos toberas ubicadas adelante y atrás del centro de gravedad de la aeronave (como se muestra en la Figura 5), esto con el fin de obtener una mayor estabilidad y control en despegue y aterrizaje. Este diseño es bastante utilizado en aeronaves de despegue y aterrizaje vertical, debido a su gran confiabilidad, a que el empuje puede ser redirigido y utilizado para el vuelo recto y nivelado por toberas de flujo variable y a que es posible diseñar bajo un mayor rango, permitiendo así ubicar las toberas con respecto al centro de gravedad a conveniencia del proyecto.

---

<sup>2</sup> **RAYMER, Daniel.** Aircraft design A Conceptual Approach . United States of America : American Institute of Aeronautics and Astronautics , 1992. Pag.539

**Figura 5 Empuje de la tobera delantera y trasera con respecto al centro de gravedad.**

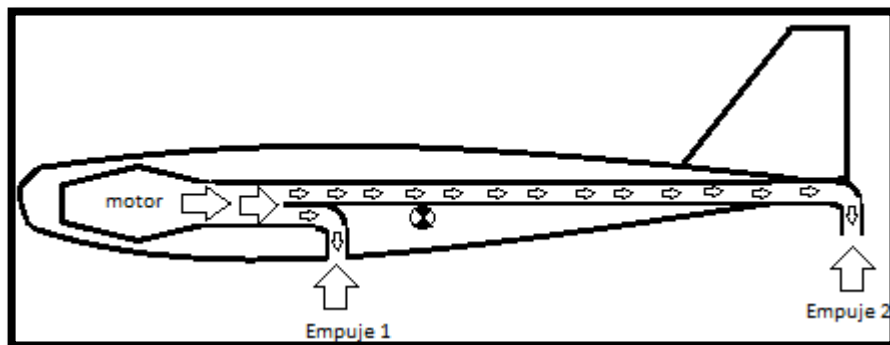


**Fuente: Los Autores**

Considerando lo anterior se decide implementar la segunda propuesta de diseño, la cual consiste en una tobera delantera y una trasera. Es importante tener en cuenta que para esta metodología de diseño se realizará el estudio únicamente de la tobera delantera, no obstante se suministrarán los datos suficientes para que en trabajos posteriores sea posible establecer el comportamiento de la tobera trasera.

Adicionalmente, se restringe que la aeronave sólo tenga un motor (turbojet o turbofan), por lo tanto se establece la siguiente configuración con la cual se va a elaborar la metodología de diseño (ver Figura 6):

**Figura 6 Configuración a ser implementada en la metodología de diseño**



**Fuente: Los Autores**

### **7.2.2 Determinación del empuje total requerido.**

Con base a lo mostrado en las bibliografías estudiadas [3] y [4], para que una aeronave pueda despegar de manera vertical es necesario que el empuje

<sup>3</sup> Saravanamuttoo, H.H. Gas turbine theory . England : Longman House, Burn Mil, Harlow , 1996.

generado sea mayor al peso de la misma. Por tal motivo, se estableció que la relación empuje/peso requerida para que una aeronave pueda realizar un despegue vertical debe ser mayor a 1,0.

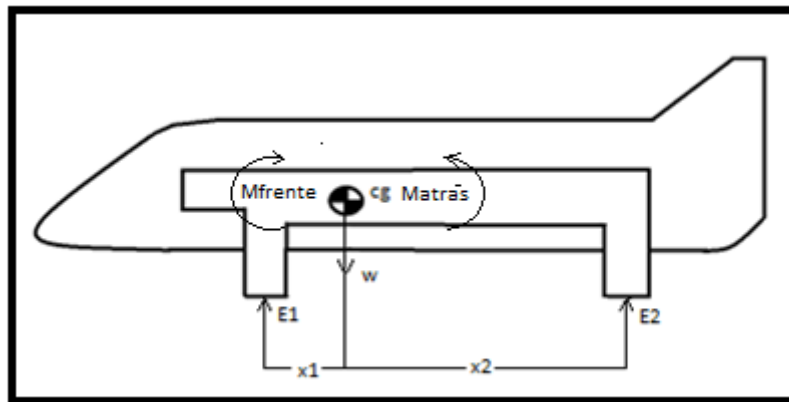
Teniendo en cuenta lo anterior y lo presentado en el libro [5] el cual indica que la relación empuje/peso debe ser mínimo de 1.3 para los diseños de aeronaves de despegue vertical. Se establece como parámetro inicial de diseño que el empuje sea un 40% mayor al peso de la aeronave:

$$T_{\text{mín}} = 1,4 * W \quad (1)$$

### 7.2.3 Distribución de empuje en las toberas

Al tener la configuración de la tobera y el empuje total requerido para poder efectuar un despegue vertical, se procede a elaborar un análisis estático de fuerzas y momentos con el fin de determinar el empuje requerido en la tobera delantera y trasera en función de la determinación de las distancias del centro de gravedad y el peso de la aeronave.

**Figura 7 Diagrama del análisis estático y de momentos aplicados a la aeronave**



**Fuente: Los Autores**

---

<sup>4</sup> **Mattingly, Jack D.** Elements of Propulsion: Gas Turbines and Rockets. s.l.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.

<sup>5</sup> **RAYMER, Daniel.** Aircraft design A Conceptual Approach . United States of America : American Institute of Aeronautics and Astronautics , 1992. Pág. 538



Al elaborar el análisis se obtiene el empuje requerido en la tobera delantera y la trasera (ver Ecuaciones 2 y 3).

$$E_{reqtobdelantera} = \frac{1,4 * w}{1 + \frac{x_1}{x_2}} \quad (2)$$

$$E_{reqtobtrasera} = \frac{E_{reqtobdelantera} * x_1}{x_2} \quad (3)$$

#### 7.2.4 Selección del motor

Para esta propuesta de diseño metodológico se ha propuesto que los tipos de motores a emplear son turbofan y turbojet debido a que la relación peso empuje es alta, lo cual es fundamental para cumplir la relación establecida anteriormente de un empuje 40% mayor al peso. A continuación se muestra el proceso de cálculos térmicos y de dinámica de gases con base en la bibliografía [6] para cada motor con el fin de establecer los parámetros a la salida del mismo.

##### 7.2.4.1 Cálculos térmicos y de dinámica de gases motor turbofan

Se realizan los cálculos térmicos y de dinámica de gases de un motor turbofan con el fin de establecer los parámetros de salida del mismo, los cuales van a ser los parámetros de entrada de la tobera. La Figura 8 muestra el diagrama esquemático del motor, en el cual se pueden observar los diferentes puntos en los que se realizará el análisis, tales como:

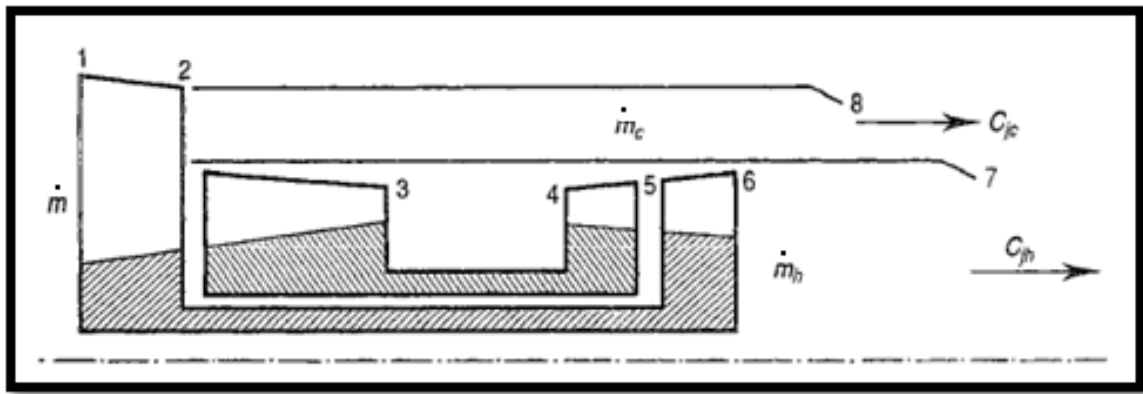
- Punto 1 entrada de aire al motor.
- Punto 2 salida del aire del fan.
- Punto 3 entrada del aire a la cámara de combustión.
- Punto 4 entrada de los gases de combustión a la turbina de alta potencia.
- Punto 5 entrada de los gases de combustión a la turbina de baja potencia.
- Punto 6 salida de los gases de combustión a la turbina de baja potencia.
- Punto 7 salida de los gases por la tobera de salida del motor.

---

<sup>6</sup> SARAVANAMUTTOO, H.H. Gas turbine theory . England : Longman House, Burn Mil, Harlow , 1996.

- Punto 8 salida del flujo secundario por la tobera de salida del motor

**Figura 8 Diagrama del motor turbofan**



Fuente: SARAVANAMUTTOO, HIH. Gas Turbine Theory . England : Longman House, Burn Mil, Harlow , 1996.

Los parámetros iniciales que se deben establecer para iniciar el cálculo de este motor se presentan a continuación (ver Tabla 1):

**Tabla 1 Datos iniciales para el cálculo de los parámetros del motor turbofan**

PARÁMETROS INICIALES DEL MOTOR TURBOFAN
Temperatura de techo de servicio
Presión techo de servicio
Peso molecular del gas
Peso molecular del aire
Coeficiente de calor específico del aire
Coeficiente de calor específico del gas
Número de Mach del diseño de la turbina
Relación de compresión del motor
Relación de compresión del Fan
Relación de Bypass
Temperatura a la entrada de la turbina (ITT)
Eficiencia politrópica del fan, compresor y turbina
Eficiencia isentrópica de la tobera de propulsión del motor
Eficiencia mecánica del eje de transmisión
Pérdida de presión en la combustión
Flujo másico de entrada
Relación de coeficiente de calor específico del aire
Relación de coeficiente de calor específico del gas

Inicialmente se determina el coeficiente de la relación de los calores específicos en función de la eficiencias politrópicas de compresión y expansión, los cuales van hacer utilizados en el análisis de compresión del aire y expansión del gas (ver Ecuaciones 4 y 5).

$$\left(\frac{n-1}{n}\right)_{compresión} = \frac{1}{n_{\infty c}} \left(\frac{\gamma_{air}-1}{\gamma_{air}}\right)_a \quad (4)$$

$$\left(\frac{n-1}{n}\right)_{expansión} = n_{\infty t} \left(\frac{\gamma_{gas}-1}{\gamma_{gas}}\right)_g \quad (5)$$

En el siguiente proceso se establece que la presión y temperatura de estancamiento son iguales a los parámetros de entrada al motor con base en el techo de servicio donde este opere ( $P_{01} = P_{ts}$  y  $T_{01} = T_{ts}$ ).

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente se procede a determinar las temperaturas de estancamiento a la salida del fan y a la entrada de la cámara de combustión (ver Ecuaciones 6 y 7).

$$T_{02} = \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{(n-1)/n} * T_{01} \quad (6)$$

$$T_{03} = T_{02} \left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)^{(n-1)/n} \quad (7)$$

A continuación se procede a determinar el flujo másico que transita a través del ducto bypass (ver Ecuación 8).

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m} * B}{B+1} \quad (8)$$

En el siguiente proceso se determinan las temperaturas y presiones de estancamiento a la salida de la turbina. En la Figura 8 se pueden observar los punto de análisis 4, 5 y 6 de los parámetros mostrados a continuación (ver Ecuaciones 9, 10, 11, 12 y 13).

$$T_{05} = T_{04} - \left[ \frac{c_{pa}}{n_m c_{pg}} (T_{03} - T_{02}) \right] \quad (9)$$

$$T_{06} = T_{05} - (B + 1) \frac{c_{pa}}{n_m c_{pg}} (T_{02} - T_{01}) \quad (10)$$

$$P_{04} = P_{03} - \Delta P_b \quad (11)$$

$$P_{05} = \frac{P_{04}}{\left(\frac{T_{04}}{T_{05}}\right)^{\frac{n}{n-1}}} \quad (12)$$

$$P_{06} = \frac{P_{05}}{\left(\frac{T_{05}}{T_{06}}\right)^{\frac{n}{n-1}}} \quad (13)$$

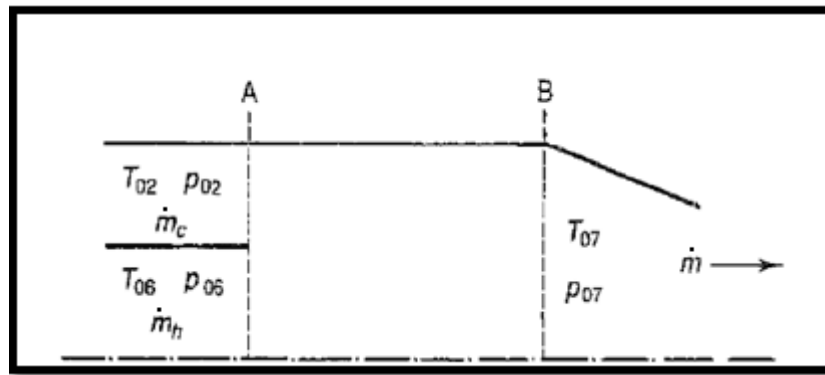
Posteriormente se procede a determinar el flujo másico que atraviesa la turbina (flujo primario) (ver Ecuación 14).

$$\dot{m}_h = \frac{\dot{m}}{B+1} \quad (14)$$

Para el caso de un motor turbofan es indispensable tener en cuenta que a la salida del motor se tienen un flujo primario y uno secundario, por lo tanto es necesario elaborar un estudio para la mezcla de estos flujos. Se plantea el estudio de un postquemador [1], para este estudio se supondrá que no hay adición de calor extra (debido a que únicamente se desean conocer las características de la mezcla sin la parte de adición de calor producida en el posquemador), pero si se estudiará la mezcla de las corrientes caliente y fría para determinar los parámetros de entrada a la tobera que direccionará el fluido para el despegue vertical.

A continuación se presenta en la Figura 9, los parámetros de salida de la mezcla (el punto 7), en función de los parámetros del flujo secundario (el punto 2) y los parámetros del flujo primario (el punto 6).

**Figura 9 Diagrama de la mezcla de flujo primario y secundario en un motor turbofan**



**Fuente:** SARAVANAMUTTOO, HIH. Gas Turbine Theory. England: Longman House, Burn Mil, Harlow, 1996.

Al observar la Figura 9, se establece que para este análisis se tienen las principales características del flujo primario y secundario a la salida del motor

(punto A) y se busca determinar las características de la mezcla de estos dos flujos (punto B). Se asumirá un sistema isentrópico, adiabático con flujos a la salida completamente axiales (es decir que no se generarán torbellinos en los puntos de estudio) y se utilizan ecuaciones de dinámica de gases para flujos compresibles para determinar las variables de la mezcla de los flujos del motor.

A continuación se presenta el procedimiento realizado para determinar las características de salida del motor al mezclar las corrientes de aire primaria y secundaria:

Inicialmente basándose en la bibliografía propuesta [7], se establece que por criterios de rendimiento, el valor del número de Mach de diseño de la turbina debe ser igual a 0,5. Adicionalmente se procede a establecer los valores de la presión y temperatura estática usando las ecuaciones propuestas donde se calculan las propiedades estáticas en términos del número mach y los valores de estancamiento:

$$P_{estática6} = \frac{P_{06}}{\left[1 + \frac{\gamma_{gas}-1}{2} M_{tur}^2\right]^{\frac{1}{(\gamma_{gas}-1)}}} \quad (15)$$

$$T_{estática6} = \frac{T_{06}}{\left[1 + \frac{\gamma_{gas}-1}{2} M_{tur}^2\right]} \quad (16)$$

Luego es necesario despejar la densidad y para esto se requiere establecer el valor de la constante de los gases ideales (R) la cual está directamente relacionada con el peso molecular del gas ideal (representado como  $M_{gas}$ ) y la constante universal de los gases ideales ( $\lambda$ ) (ver Ecuación 17).

$$R_{gas} = \frac{\lambda}{M_{gas}} \quad (17)$$

Ahora se determina el valor de la densidad a la salida del flujo primario, conociendo los valores de la constante del gas ideal, la temperatura y presión estáticas:

$$\rho_{estática6} = \frac{P_{estática6}}{R_{gas} * T_{estática6}} \quad (18)$$

Conociendo estos resultados, se procede a determinar la velocidad a la salida de la turbina (ver Ecuación 19), pero para esto es necesario determinar inicialmente la velocidad local del sonido (ver Ecuación 20).

---

<sup>7</sup> Ibid., P.

$$a_6 = \sqrt{\gamma_{gas} * R_{gas} * T_{estática6}} \quad (19)$$

$$C_6 = M_{tur} * a_6 \quad (20)$$

Al haber determinado los parámetros estáticos de salida de la turbina, la velocidad y el flujo másico se procede a utilizar la ecuación de continuidad para despejar el área del flujo primario (ver Ecuación 21).

$$A_6 = \frac{\dot{m}_h}{\rho_{estática6} * C_6} \quad (21)$$

Ahora se analizarán los parámetros de salida del flujo secundario. Basándose en que es un sistema ideal se supone que la presión a la salida del flujo secundario debe ser igual a la presión del flujo primario, por lo tanto:

$$P_{estática6} = P_{estática2} \quad (22)$$

Teniendo los valores de las presiones estática y de estancamiento se procede a despejar de la ecuación 19 el número de mach a la salida del flujo secundario (ver Ecuación 23).

$$M_{fan} = \sqrt{\frac{\left(3.5 \sqrt{\frac{P_{02}}{P_{estática2}}} - 1\right) * 2}{\gamma_{air} - 2}} \quad (23)$$

Luego de manera similar al estudio del flujo primario se determinan los parámetros a la salida del flujo secundario tales como la constante de gas ideal para el aire, la temperatura estática, la velocidad del sonido local, la velocidad de salida, la densidad y el área como se muestra a continuación (ver Ecuaciones 24, 25, 26, 27, 28 y 29):

$$R_{air} = \frac{\lambda}{M_{air}} \quad (24)$$

$$T_{estática2} = \frac{T_{02}}{\left[1 + \frac{\gamma_{air} - 1}{2} M_{fan}^2\right]} \quad (25)$$

$$a_2 = \sqrt{\gamma_{air} * R_{air} * T_{estática2}} \quad (26)$$

$$C_2 = M_{fan} * a_2 \quad (27)$$

$$\rho_{estática6} = \frac{P_{estática2}}{R_{air} * T_{estática2}} \quad (28)$$

$$A_2 = \frac{\dot{m}_c}{\rho_{estática2} * C_2} \quad (29)$$

Al conocer las áreas de salida del flujo primario y el flujo secundario se procede a determinar el valor del área total a la salida del motor (ver Ecuación 30).

$$A_{salidamotor} = A_6 + A_2 \quad (30)$$

Para determinar los parámetros de la mezcla del fluido en el punto 7 (ver Figura 9) se utiliza la ecuación de balance de momento a continuación (ver Ecuación 31):

$$\begin{aligned} (\dot{m}_c * C_2 + P_{estática2} * A_2) + (\dot{m}_h * C_6 + P_{estática6} * A_6) = \\ = (\dot{m} * C_7 + P_{estática7} * A_{salidamotor}) \end{aligned} \quad (31)$$

De esta ecuación se conocen los valores del flujo secundario ( $\dot{m}_c * C_2 + P_{estática2} * A_2$ ), los valores del flujo primario ( $\dot{m}_h * C_6 + P_{estática6} * A_6$ ), el valor del  $A_{salidamotor}$  y el flujo másico total. Pero se desconocen los valores de la presión estática ( $P_{estática7}$ ) y la velocidad ( $C_7$ ) de la mezcla. Por lo tanto para determinar estos valores es necesario realizar un proceso iterativo el cual será explicado a continuación:

- Inicialmente se calcula el valor de la temperatura de estancamiento en el punto a la salida de la mezcla (punto 7) por medio de la ecuación de balance de entalpía (ver Ecuación 32) y la ecuación para determinar el coeficiente de calor específico de la mezcla (ver Ecuación 33).

$$T_{07} = \frac{\dot{m}_c * C_{Pa} * T_{02} + \dot{m}_h * C_{Pg} * T_{06}}{\dot{m} * C_{pm}} \quad (32)$$

$$C_{pm} = \frac{\dot{m}_c * C_{Pa} + \dot{m}_h * C_{Pg}}{\dot{m}_c + \dot{m}_h} \quad (33)$$

- Adicionalmente es necesario establecer la constante de los gases ideales de la mezcla y la relación de calores específicos de la mezcla (ver Ecuaciones 34 y 35, respectivamente).

$$R_{mix} = \frac{\dot{m}_c * R_{air} + \dot{m}_h * R_{gas}}{\dot{m}_c + \dot{m}_h} \quad (34)$$

$$\gamma_{mix} = \frac{R_{mix}/C_{pm}}{(R_{mix}/C_{pm}) - 1} \quad (35)$$

- Luego para obtener los valores de los datos desconocidos es necesario realizar un proceso iterativo, donde al variar el número de Mach en 7 se obtendrán valores tentativos de presión estática en 7 y velocidad de la mezcla en 7 (ver Figura 9), posteriormente es necesario reemplazar estos valores en la ecuación de balance de momento (ver Ecuación 31) y verificar

que la igualdad se cumpla. Las ecuaciones para establecer los valores de la temperatura, velocidad del sonido local, velocidad de la mezcla y presión mencionadas anteriormente son:

$$T_{estática7} = \frac{T_{07}}{\left[1 + \frac{\gamma_{mix}-1}{2} M_7^2\right]} \quad (36)$$

$$a_7 = \sqrt{\gamma_{mix} * R_{mix} * T_{estática7}} \quad (37)$$

$$C_7 = M_7 * a_7 \quad (38)$$

$$P_{estática7} = \frac{\dot{m} * R_{mix} * T_{estática7}}{C_7 * A_7} \quad (39)$$

- Posteriormente es necesario verificar que el resultado al reemplazar los valores de  $C_7$  y  $P_{estática7}$  (hallados con base en el número de Mach supuesto) en la segunda parte de la ecuación de balance de momento ( $\dot{m} * C_7 + P_7 * A_{salidamotor}$ ) se obtenga un valor exactamente igual a la primera parte de la ecuación ( $\dot{m}_c * C_2 + P_2 * A_2$ ) + ( $\dot{m}_h * C_6 + P_6 * A_6$ ), sólo cuando esto ocurra se puede establecer el número de Mach, la presión, la temperatura y la velocidad a la salida de la mezcla de estos dos flujos.

Una vez verificados los valores en la ecuación de balance de momento se procede a establecer el valor de la densidad de la mezcla:

$$\rho_{estática7} = \frac{P_{estática7}}{R_{mix} * T_{estática7}} \quad (40)$$

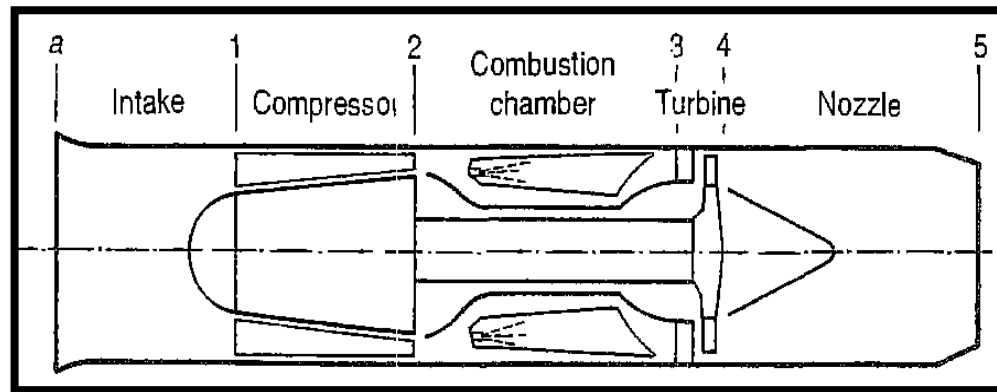
#### 7.2.4.2 Cálculos térmicos y de dinámica de gases motor turbojet

Se realizan los cálculos térmicos y de dinámica de gases de un motor turbojet con el fin de establecer los parámetros de salida, los cuales van a ser los parámetros de entrada de la tobera. La Figura 10 muestra el diagrama esquemático del motor, en el cual se pueden observar los diferentes puntos en los que se realizará el análisis, tales como:

- Punto a: entrada de aire al motor.
- Punto 1: entrada de aire al compresor.
- Punto 2: entrada de aire a la cámara de combustión.
- Punto 3: entrada de los gases de combustión a la turbina.
- Punto 4: salida de los gases de combustión de la turbina.
- Punto 5: salida de los gases de combustión por la tobera.



**Figura 10 Diagrama del motor turbojet.**



**Fuente:** SARAIVANAMUTTOO, HII. Gas Turbine Theory. England: Longman House, Burn Mil, Harlow , 1996.

Los parámetros iniciales que se deben establecer para iniciar el cálculo de este motor se presentan en la Tabla 2.

**Tabla 2 Datos iniciales para el cálculo de los parámetros del motor turbojet**

PARÁMETROS INICIALES
Presión en techo de servicio
Temperatura en techo de servicio
Peso molecular del gas
Flujo másico de entrada al motor
Velocidad del sonido en techo de servicio
Coeficiente de calor específico del aire
Coeficiente de calor específico del gas
Relación de calor específico del aire
Relación de calor específico del gas
Flujo másico de entrada
Relación de compresión
Temperatura de entrada a la turbina
Eficiencia isentrópica del compresor
Eficiencia isentrópica de la turbina
Eficiencia isentrópica del difusor de entrada
Eficiencia isentrópica de la tobera de propulsión
Eficiencia de la transmisión mecánica
Eficiencia de la combustión
Número Mach de diseño

El primer paso consiste en determinar la velocidad de entrada a la turbina la cual está en función del número Mach de diseño del motor y la velocidad del sonido del techo de servicio en que operará la aeronave:

$$C_{ts} = M_{jet} * a_{ts} \quad (41)$$

En el siguiente proceso se calculan temperatura de estancamiento ( $T_{01}$ ) y presión de estancamiento ( $P_{01}$ ) a la entrada del compresor:

$$T_{01} = T_{ts} + \frac{C_{ts}^2}{2C_{pa}} \quad (42)$$

$$P_{01} = P_{ts} * \left( 1 + \eta_i \frac{C_{ts}^2}{2C_{pa}T_{ts}} \right)^{\frac{\gamma_{air}}{\gamma_{air}-1}} \quad (43)$$

Luego se determina la presión de estancamiento ( $P_{02}$ ) y la temperatura de estancamiento ( $T_{02}$ ) a la entrada de la cámara de combustión

$$P_{02} = \pi_c * P_{01} \quad (44)$$

$$T_{02} = \left[ \frac{T_{01}}{\eta_c} * \left[ \left( \pi_c^{\frac{\gamma_{air}-1}{\gamma_{air}}} \right) - 1 \right] \right] + T_{01} \quad (45)$$

Posteriormente se determina la temperatura de estancamiento ( $T_{04}$ ) y la presión de estancamiento a la salida de la cámara de combustión ( $P_{03}$ ):

$$T_{04} = ITT - \left[ \frac{C_{pa} * (T_{02} - T_{01})}{\eta_m * C_{pg}} \right] \quad (46)$$

$$P_{03} = P_{02} * \left( 1 - \frac{\Delta P_b}{P_{02}} \right) \quad (47)$$

Después se determina la temperatura de la turbina en función de su eficiencia isentrópica ( $T'_{04}$ ):

$$T'_{04} = T_{03} - \frac{1}{\eta_t} (T_{03} - T_{04}) \quad (48)$$

El siguiente paso consiste en determinar la presión de estancamiento a la salida de la turbina, con la siguiente relación:

$$P_{04} = P_{03} \left( \frac{T'_{04}}{T_{03}} \right)^{\frac{\gamma_{gas}}{\gamma_{gas}-1}} \quad (49)$$

Ahora es necesario establecer si se genera una onda de choque en la tobera del motor, esto se realiza verificando la relación entre la presión a la salida de la turbina con la presión de techo de servicio y la presión crítica de diseño (ver Ecuaciones 50 y 51, respectivamente):

$$\frac{P_{04}}{P_{ts}} \quad (50)$$

$$\frac{P_{04}}{P_c} = \frac{1}{\left[1 - \frac{1}{\eta_j} \left( \frac{\gamma_{gas}-1}{\gamma_{gas}+1} \right)\right]^{\gamma_{gas}/(\gamma_{gas}-1)}} \quad (51)$$

Según lo presentado por el autor Saravanamutto: “la relación de presiones  $\frac{P_{04}}{P_{ts}}$  debe ser menor que la relación de presiones  $\frac{P_{04}}{P_c}$  para que no se genere ninguna onda de choque a la salida de la turbina” [8]. Como esta metodología de diseño esta propuesta para flujos subsónicos (con  $M < 1$ ), sólo se puede continuar con el proceso de diseño si no se genera una onda de choque en la tobera.

Al verificar que no se genera una onda de choque en la tobera, se continúa con el proceso metodológico determinando la temperatura estática y la velocidad a la salida de la tobera:

$$T_{estatica5} = T_{04} - \eta_j * T_{04} \left( 1 - \left( \frac{1}{P_{04}/P_{ts}} \right)^{\gamma_{gas}-1/\gamma_{gas}} \right) \quad (52)$$

$$C_5 = [2C_p(T_{04} - T_5)]^{1/2} \quad (53)$$

Finalmente se determinan el resto de los parámetros a la salida de la tobera del motor (ver Ecuaciones 54, 55, 56 y 57).

$$P_{estatica5} = P_{04} * \frac{1}{P_{04}/P_c} \quad (54)$$

$$R_{gas} = \frac{\lambda}{M_{gas}} \quad (55)$$

$$\rho_{estatica5} = \frac{P_{estatica5}}{R_{gas} * T_{estatica5}} \quad (56)$$

---

<sup>8</sup> Ibid., P.

$$A_5 = \frac{\dot{m}}{\rho_{estática5} * C_5} \quad (57)$$

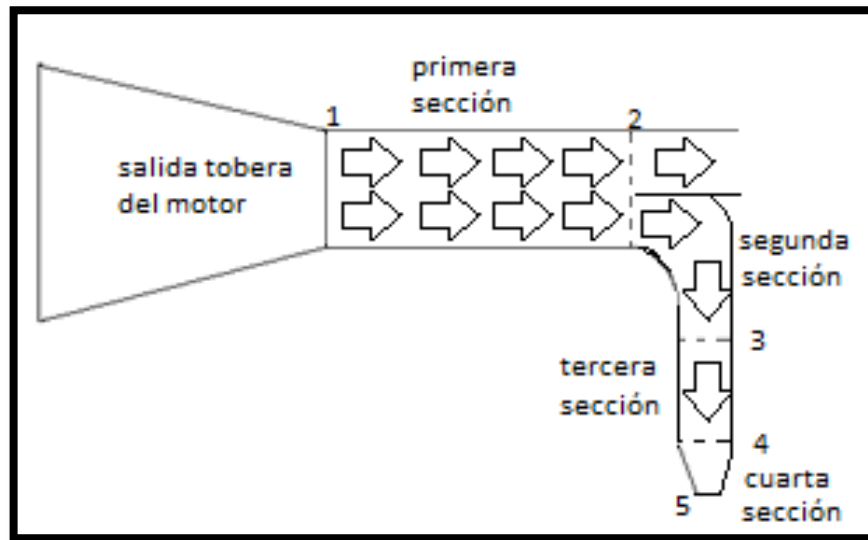
### 7.2.5 Estudio del Comportamiento del Fluido en la Tobera

Para el desarrollo de la tobera vectorial, se establece el motor a utilizar (turbo fan o turbo jet) y teniendo en cuenta el análisis de los parámetros a la salida de dicho motor (sección 7.2.4). Se continúa con un estudio de la tobera que direccionará el fluido para un despegue vertical.

Para este estudio se propone una división de la tobera en cuatro secciones (ver Figura 11), esto debido a que es posible elaborar un análisis a fondo del comportamiento del fluido en las principales estaciones de la tobera, aumentando así la precisión de los cálculos. Por lo tanto se realizará un análisis de dinámica de gases a través de cada una de estas divisiones, para determinar los parámetros de salida y así establecer el comportamiento del fluido a lo largo de la tobera.

- La primera sección (1-2), consiste en una tubería recta con el diámetro de salida de motor constante y una longitud establecida en base al largo de la aeronave.
- La segunda sección (2-3), consiste en una reducción del área en función del empuje requerido por la tobera delantera y un codo curvado a 90 grados encargado de darle la dirección al fluido.
- La tercera sección (3-4), consiste en una tubería recta con diámetro constante (este seleccionado en base a la disminución establecida en el paso anterior) y un largo en base a la altura de la aeronave.
- La cuarta sección (4-5), consiste en el estudio de la salida convergente de la tobera la cual es la encargada de expandir completamente los gases al ambiente.

**Figura 11 Secciones que conforman la tobera de empuje delantera**



Fuente: Los Autores

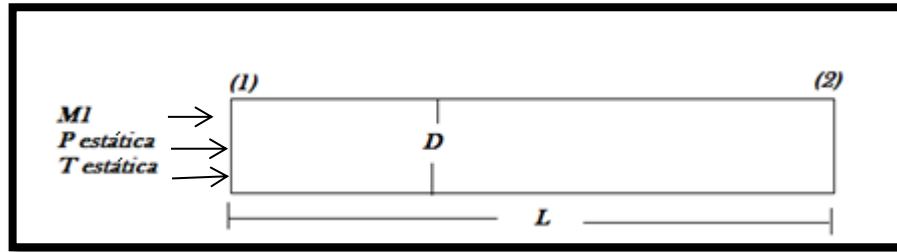
#### **7.2.5.1 Primera sección de la tobera (1-2)**

Debido a que no existen formulaciones de diseño para este tipo de toberas, se propone el estudio de un sistema ideal, para el cual se deben cumplir los siguientes criterios:

- El fluido saldrá de manera axial del motor y es compresible.
- El sistema es isentrópico.
- El sistema es adiabático.
- El sistema es subsónico.
- Se tendrá en cuenta el coeficiente de fricción de la tubería.
- El diámetro de la tubería es constante en toda su longitud.

Inicialmente se conocen la presión estática, el número de Mach, la temperatura estática, el área y el flujo másico de entrada en el punto 1 de la tobera (ver Figura 12).

**Figura 12 Primera sección de la tobera vectorial**



Luego se determina la longitud de la tubería ( $L$ ) y se calcula el diámetro de la entrada de la tobera en función del área obtenida a la salida del motor:

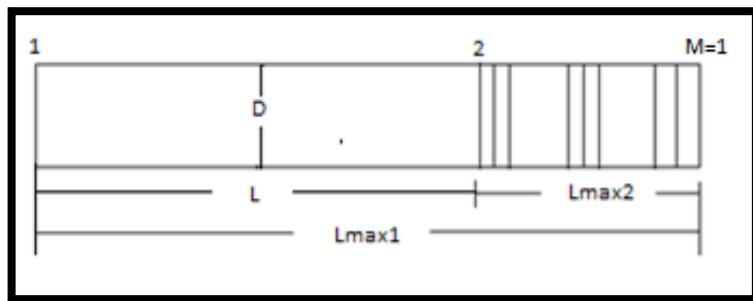
$$D_{1-2} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{\text{salida motor}}}{\pi}} \quad (58)$$

Al conocer la longitud de la tubería ( $L$ ), el diámetro ( $D_{1-2}$ ) y establecer el coeficiente de fricción ( $f$ ), se procede a calcular la relación entre estos tres parámetros.

$$relcoefdefricc1 = \frac{fL}{D_{1-2}} \quad (59)$$

A continuación se muestra la Figura 13, en la cual se presenta la longitud que es seleccionada por el diseñador ( $L$ ), la longitud donde se puede generar una onda de choque debido a que el número de Mach es igual a 1 ( $L_{m\acute{a}x1}$ ) y la diferencia entre estas dos longitudes ( $L_{m\acute{a}x2}$ ) la cual es requerida para establecer las características del fluido a la salida de la primera sección.

**Figura 13 Diferencia de longitudes utilizada para determinar las características del fluido a la salida de la primera sección.**



Fuente: JAMES, John E. Gas Dynamics. New Jersey : Prentice-Hall, 2006.

Luego se determina el  $\left(\frac{fL_{m\acute{a}x}}{D}\right)_1$  en funci3n del n3mero Mach de entrada y la relaci3n de calores espec3ficos (ver Ecuaci3n 60), esto con el fin de determinar el largo m3ximo de la tuber3a.

$$\left(\frac{fL_{m\acute{a}x}}{D}\right)_1 = \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \ln\left(\frac{\frac{\gamma+1}{2}}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{tob1}^2}\right) - \frac{1}{\gamma}\left(1 - \frac{1}{M_{tob1}^2}\right) - \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \ln\left(\frac{1}{M_{tob1}^2}\right) \quad (60)$$

Posteriormente, se calcula el  $\left(\frac{fL_{m\acute{a}x}}{D}\right)_2$  (ver Ecuaci3n 61), pues al buscar este valor junto con la relaci3n de calores espec3ficos en las tablas (ver ANEXO B), se puede determinar el n3mero de Mach en el punto 2.

$$\left(\frac{fL_{m\acute{a}x}}{D}\right)_2 = \left(\frac{fL_{m\acute{a}x}}{D}\right)_1 - \frac{f^*L}{D_{1-2}} \quad (61)$$

Al tener n3mero de Mach en el punto 2 y los par3metros iniciales se procede a establecer los valores a la salida de la tuber3a (1-2). Seg3n el an3lisis de tuber3as con fricci3n para flujos compresibles [9], se presenta el procedimiento para la determinaci3n de los par3metros en el punto 2:

$$P_{tob2} = P_{tob1} * \frac{\left(\frac{1}{M_{tob2}}\right) \left[\frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)M_{tob2}^2}\right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{M_{tob1}}\right) \left[\frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)M_{tob1}^2}\right]^{1/2}} \quad (62)$$

$$T_{tob2} = T_{tob1} * \frac{\frac{(\gamma+1)}{2+(\gamma-1)M_{tob2}^2}}{\frac{(\gamma+1)}{2+(\gamma-1)M_{tob1}^2}} \quad (63)$$

$$\rho_{tob2} = \rho_{tob1} * \frac{\left(\frac{1}{M_{tob2}}\right) \left[\frac{2+(\gamma-1)M_{tob2}^2}{(\gamma+1)}\right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{M_{tob1}}\right) \left[\frac{2+(\gamma-1)M_{tob1}^2}{(\gamma+1)}\right]^{1/2}} \quad (64)$$

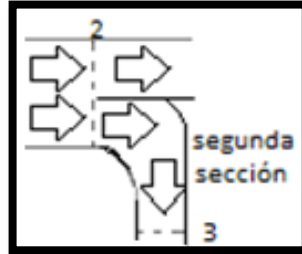
#### 7.2.5.2 Segunda secci3n de la tobera (2-3)

En el punto de estudio 2 el flujo de la tobera debe ser repartido en dos partes, un flujo para la tobera delantera (la cual va a ser estudiada en este proyecto) y otro

<sup>9</sup> JAMES, John E. Gas Dynamics. New Jersey : Prentice-Hall, 2006.

flujo para la tobera trasera<sup>10</sup>. Para repartir estos flujos se establece que el flujo másico va a ser dividido proporcionalmente al empuje requerido por cada tobera.

**Figura 14 Segunda sección de la tobera**



**Fuente: Los Autores**

Inicialmente se determina la cantidad porcentual de empuje requerido por cada tobera (ver Ecuaciones 65 y 66), luego se establece el flujo másico que debe ser repartido para cada tobera en base al flujo másico total de entrada y la cantidad porcentual de empuje requerido (ver Ecuaciones 67, 68).

$$E_{tobdelantera} = \frac{E_1 * 100}{E_t} \quad (65)$$

$$E_{tobtrasera} = \frac{E_2 * 100}{E_t} \quad (66)$$

$$\dot{m}_{tobdelantera} = \dot{m} * E_{tobdelantera} \quad (67)$$

$$\dot{m}_{tobtrasera} = \dot{m} * E_{tobtrasera} \quad (68)$$

Para el diseño de la sección 2-3 se tiene el flujo másico que va a transitar a través de este codo y se conocen los parámetros a la entrada (punto 2), tales como la presión, la temperatura y la densidad estática.

El siguiente proceso consiste en determinar la velocidad a la entrada del codo despejando la velocidad local del sonido y usando el número de Mach de salida de la sección 1-2 (ver Ecuaciones 69 y 70) y posteriormente se despeja el área utilizando la ecuación de continuidad (ver Ecuación 71).

$$a_{tob2} = \sqrt{\gamma * R * T_{tob2}} \quad (69)$$

$$C_{tob2} = M_{tob2} * a_{tob2} \quad (70)$$

<sup>10</sup> El diseño de esta tobera se sale del alcance de este trabajo



$$A_{tobdel\ en\ punto2} = \frac{\dot{m}_{tobdelantera}}{\rho_{tob2} * C_{tob2}} \quad (71)$$

Ahora es necesario determinar la pérdida de presión en el codo, para esto es fundamental utilizar ecuaciones para flujos compresibles (tomando como base que al tener un número Mach mayor a 0,3 un fluido deja de ser incompresible). Por tal motivo se utiliza la metodología presentada por el Handbook of Hydraulic Resistance [11] el cual expresa la pérdida de presión en función de la resistencia local del codo y el coeficiente de fricción (ver Ecuación 72).

$$\Delta P_r = \frac{1}{2} f_m \rho_{tob2} C_{tob2}^2 \frac{\pi R}{D_{2-3}} \frac{\theta}{180^\circ} + \frac{1}{2} K_b \rho_{tob2} C_{tob2}^2 \quad (72)$$

De esta ecuación es necesario utilizar:

- El factor de fricción de Moody, el cual se determina ubicando en el diagrama de Moody (ver ANEXO C) el número de Reynolds y la rugosidad relativa del codo (la cual es igual a la rugosidad absoluta dividida entre diámetro de la tubería).
- La densidad a la entrada del codo.
- La velocidad a la entrada del codo.
- El radio de curvatura del codo.
- El diámetro de la tubería en la sección 2-3.
- El ángulo de curvatura del codo.
- El coeficiente de pérdida del codo el cual se determina del diagrama de pérdidas para codos propuesto por Babcock y Wilcox Company [12] (ver ANEXO D).

Al conocer la presión de entrada del codo y el coeficiente de pérdida de presión, se establece la presión a la salida del codo (ver ecuación 73).

$$P_{tob3} = P_{tob2} - \Delta P_r \quad (73)$$

Al tener el valor de la presión a la salida del codo, el siguiente proceso consiste en determinar el número Mach a la salida ( $M_{tob3}$ ) pues al tener este valor se pueden determinar la temperatura, velocidad y la densidad. A continuación se muestra el procedimiento propuesto para calcularlo:

- Inicialmente se debe determinar la relación de presiones entre la presión a la entrada del codo y la presión cuando el número de Mach es igual uno.

<sup>11</sup> Handbook Of Hydraulic Resistance. I. E. Idel'chik. Pag 191

<sup>12</sup> The Babcock & Wilcox Company. Steam its generation and use . Cap. 3 Pag. 14

$$\frac{P_{tob2}}{P^*} = \left( \frac{1}{M_{tob2}} \right) \left[ \frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)M_{tob2}^2} \right]^{1/2} \quad (74)$$

- Luego es necesario calcular la diferencia entre la presión a la entrada del codo y la presión a la salida del mismo.

$$relpres_{tob2-3} = \frac{P_{tob3}}{P_{tob2}} \quad (75)$$

- Posteriormente al tener los resultados de las ecuaciones 74 y 75 se puede determinar la relación  $\frac{P_{tob3}}{P^*}$ .

$$\frac{P_{tob3}}{P^*} = \frac{P_{tob2}}{P^*} * \frac{P_{tob3}}{P_{tob2}} \quad (76)$$

- Finalmente utilizando la relación de calores específicos y la relación de la Ecuación 76, se procede a utilizar las Tablas establecidas en el ANEXO B para buscar el valor del número Mach a la salida del codo ( $M_{tob3}$ ).

Al tener el valor de  $M_{tob3}$ , se determina la temperatura, la densidad y la velocidad a la salida del codo (ver Ecuaciones 77, 78, 79 y 80).

$$T_{tob3} = T_{tob2} * \frac{\frac{(\gamma+1)}{2+(\gamma-1)M_{tob3}^2}}{\frac{(\gamma+1)}{2+(\gamma-1)M_{tob2}^2}} \quad (77)$$

$$\rho_{tob3} = \rho_{tob2} * \frac{\left( \frac{1}{M_{tob3}} \right) \left[ \frac{2+(\gamma-1)M_{tob3}^2}{(\gamma+1)} \right]^{1/2}}{\left( \frac{1}{M_{tob2}} \right) \left[ \frac{2+(\gamma-1)M_{tob2}^2}{(\gamma+1)} \right]^{1/2}} \quad (78)$$

$$a_{tob3} = \sqrt{\gamma * R * T_{tob3}} \quad (79)$$

$$C_{tob3} = M_{tob3} * a_{tob3} \quad (80)$$

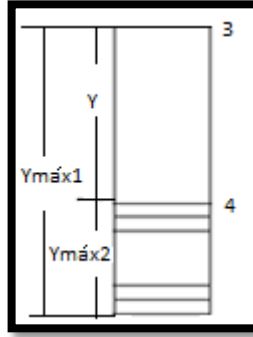
### 7.2.5.3 Tercera sección de la tobera (3-4)

El proceso de análisis de esta sección es similar al propuesto a la sección (1-2) con la diferencia que este análisis se realizará en el eje vertical por lo tanto la longitud será establecida con la letra Y (ver Figura 15), además debido a que no existen formulaciones de diseño para este tipo de toberas, se propone el estudio de un sistema ideal, para el cual se deben cumplir los siguientes criterios:

- El fluido saldrá de manera axial del motor y es compresible.

- El sistema es isentrópico.
- El sistema es adiabático.
- Se tendrá en cuenta el coeficiente de fricción de la tubería.
- El diámetro de la tubería es constante en toda su longitud.

**Figura 15 Sección de la tobera 3-4**



Inicialmente se establecen la longitud de la tubería ( $Y$ ) y el coeficiente de fricción ( $f$ ). El diámetro se conoce al aplicar la Ecuación 58 con el área de salida del codo ( $D_{3-4} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{tobdel en punto 2}}{\pi}}$ ) por lo tanto se procede a calcular la relación entre estos tres parámetros.

$$relcoefdefricc2 = \frac{fY}{D_{3-4}} \quad (81)$$

Luego se determina el  $\left(\frac{fY_{máx}}{D}\right)_1$  en función del número Mach de entrada a la tubería recta (punto 3) y la relación de calores específicos (ver Ecuación 82), esto con el fin de determinar el máximo largo de la tubería.

$$\left(\frac{fY_{máx}}{D}\right)_1 = \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \ln\left(\frac{\frac{\gamma+1}{2}}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{tob3}^2}\right) - \frac{1}{\gamma}\left(1 - \frac{1}{M_{tob3}^2}\right) - \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \ln\left(\frac{1}{M_{tob3}^2}\right) \quad (82)$$

Posteriormente se calcula el  $\left(\frac{fY_{máx}}{D}\right)_2$  (ver Ecuación 83), debido a que al buscar este valor junto con la relación de calores específicos en las tablas (ver ANEXO B), se puede determinar el número de Mach en el punto 4.

$$\left(\frac{fY_{máx}}{D}\right)_2 = \left(\frac{fY_{máx}}{D}\right)_1 - \frac{fY}{D_{3-4}} \quad (83)$$

Al tener número de Mach en el punto 4 y los parámetros de entrada (sección 3) se procede a establecer los valores a la salida de la tubería (sección 4). Según el

análisis de tuberías con fricción para flujos compresibles [13], el procedimiento para la determinación de los parámetros en el punto 4, es el siguiente:

$$P_{tob4} = P_{tob3} * \frac{\left(\frac{1}{M_{tob4}}\right) \left[ \frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)M_{tob4}^2} \right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{M_{tob3}}\right) \left[ \frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)M_{tob3}^2} \right]^{1/2}} \quad (84)$$

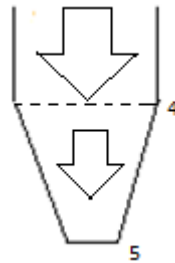
$$T_{tob4} = T_{tob3} * \frac{\frac{(\gamma+1)}{2+(\gamma-1)M_{tob4}^2}}{\frac{(\gamma+1)}{2+(\gamma-1)M_{tob3}^2}} \quad (85)$$

$$\rho_{tob4} = \rho_{tob3} * \frac{\left(\frac{1}{M_{tob4}}\right) \left[ \frac{2+(\gamma-1)M_{tob4}^2}{(\gamma+1)} \right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{M_{tob3}}\right) \left[ \frac{2+(\gamma-1)M_{tob3}^2}{(\gamma+1)} \right]^{1/2}} \quad (86)$$

#### 7.2.5.4 Cuarta sección de la tobera (4-5)

Para esta sección se conoce el comportamiento del fluido a la entrada de la sección 4-5 (ver Figura 16), por lo tanto se tiene el área, la temperatura, la presión, la densidad, el número de Mach y la velocidad a la entrada de la tobera convergente (punto 4).

**Figura 16 Salida convergente de la tobera (sección 4-5)**



El cálculo del área y las características a la salida de la tobera debe ser realizado por medio de un proceso iterativo, esto debido a que a medida que se varíe el área de salida variará el empuje, por lo tanto es necesario encontrar el área que permita el suministro de empuje requerido por la tobera delantera establecido anteriormente (ver Ecuación 2). A continuación se muestra el procedimiento para realizar este proceso:

<sup>13</sup> James, John E. Gas Dynamics. New Jersey : Prentice-Hall, 2006.

Inicialmente es necesario proponer un área de salida de la tobera ( $A_5$ ).

Luego al conocer el número de Mach a la entrada de la tobera convergente se utiliza la ecuación de relación de áreas para flujos isentrópicos compresibles propuesto en el libro Gas Dynamics [6] (ver Ecuación 87) donde el  $A^*$  representa el área en la garganta cuando el número es igual a 1.

$$\frac{A_{tob4}}{A^*} = \frac{1}{M_{tob4}} \left[ \left( \frac{2}{\gamma+1} \right) \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{tob4}^2 \right) \right]^{\gamma+1/2(\gamma-1)} \quad (87)$$

Posteriormente al tener la relación de áreas  $\frac{A_{tob4}}{A^*}$ , se procede a determinar la diferencia entre el área salida y el área de entrada de la tobera.

$$rel\acute{a}reas_{5-4} = \left( \frac{A_{tob5}}{A_{tob4}} \right) \quad (88)$$

Después se establece la relación entre el área a la salida de la tobera (área 5) y el área cuando el número mach es igual a uno.

$$\frac{A_{tob5}}{A^*} = \left( \frac{A_{tob5}}{A_{tob4}} \right) \left( \frac{A_{tob4}}{A^*} \right) \quad (89)$$

El siguiente paso consiste en utilizar el método de Newton-Raphson para determinar el número de Mach en el punto 5 (ver Ecuación 90) o en utilizar la ecuación de relación de áreas para flujos isentrópicos (ver Ecuación 91) con la cual se elabora una tabla (ver ANEXO E) y al buscar el valor de la relación calculada anteriormente  $\left( \frac{A_{tob5}}{A^*} \right)$ , se puede establecer el número de Mach a la salida de la tobera.

$$M_{tob5} = M_{tob4} - \frac{f(M_{tob4})}{\frac{df}{dM}(M_{tob4})} \quad (90)$$

$$\frac{A_5}{A^*} = \frac{1}{M_5} \left[ \left( \frac{2}{\gamma+1} \right) \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_5^2 \right) \right] \quad (91)$$

Ahora como se establece que este proceso es isentrópico, entonces la temperatura y la presión de estancamiento son constantes. Por lo tanto, se continua determinando la presión y la temperatura de estancamiento a la salida de la tobera (ver Ecuaciones 92 y 93).

$$T_{tob05} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{tob4}^2 \right) * T_{tob4} = T_{tob04} \quad (92)$$

$$P_{tob05} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{tob4}^2 \right)^{\gamma/\gamma-1} * P_{tob4} = P_{tob04} \quad (93)$$

El siguiente proceso consiste en determinar la presión estática y la temperatura estática (ver Ecuaciones 94 y 95) con las presiones de estancamiento y el número de Mach calculados anteriormente.

$$T_{tob5} = \frac{T_{tob05}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} * M_{tob5}^2} \quad (94)$$

$$P_{tob5} = \frac{P_{tob05}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} * M_{tob5}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad (95)$$

Posteriormente se determina el empuje a la salida de la tobera el cual está en función del flujo másico y la velocidad a la salida, por lo tanto primero se establece la velocidad a la salida y en seguida se determina el empuje (ver Ecuaciones 96, 97 y 98).

$$a_{tob5} = \sqrt{\gamma * R * T_{tob5}} \quad (96)$$

$$C_{tob5} = M_{tob5} * a_{tob5} \quad (97)$$

$$Empuje_{tobera\ delantera} = C_{tob5} * \dot{m}_{tobdelantera} \quad (98)$$

Finalmente se debe verificar si se suministra el empuje requerido según el análisis estático de momentos y fuerzas elaborado anteriormente (ver sección 7.2.3). Si el empuje suministrado es igual al empuje requerido se puede establecer que el área propuesta de salida es la indicada, pero si el empuje es diferente es necesario variar el área de salida y volver a realizar los cálculos anteriores (Ecuaciones 88 a 98) hasta que se suministre el empuje requerido establecido inicialmente (ver Ecuación 2).

## 7.2.6 Identificación de materiales

En este capítulo se presentan los principales materiales que podrían ser empleados en la tobera y los principales criterios de selección que se deben tener en cuenta con base en los resultados de la metodología de diseño propuesta anteriormente. Este proceso se realizará tomando en consideración lo presentado por Antonio Esteban Oñate [14] y Emma del Carmen Vázquez [15].

---

<sup>14</sup> **Antonio Esteban Oñate.** Turborreactores Teoría, Sistemas y Propulsion de aviones: Editorial Aeronáutica Summas S.A., 1981.

<sup>15</sup> **Emma del Carmen Vazquez.** Materiales Ceramicos Propiedades, aplicaciones y fabricación: Universidad Autónoma de México, 2005.

#### **7.2.6.1 Metales**

Estos materiales se caracterizan por su resistencia a los esfuerzos mecánicos, su gran capacidad para soportar cargas elevadas sin llegar a la rotura y su estructura es de tipo granular.

Es importante tener en cuenta las propiedades químicas que reducen la vida útil del metal, tales como:

- **Oxidación:** Consiste en el ataque destructor del oxígeno sobre la superficie del metal. Este se genera debido a un proceso químico en el que el metal cede electrones al oxígeno, creando un recubrimiento de óxido en su superficie y disminuyendo la resistencia estructural del material.
- **Corrosión:** se presenta por medio de un proceso electroquímico donde se encuentran presentes el oxígeno y la humedad, generando una reducción en el espesor del metal. Este tipo de ataque destructor se puede presentar de forma uniforme sobre la superficie del metal, de forma puntual atacando una zona determinada del material o de forma interna donde la estructura granular del metal es atacada, generando desintegración del material.

A continuación se muestran los factores físicos y los comportamientos más importantes de los metales a tener en cuenta en esta metodología de diseño:

- **Temperatura:** A medida que aumenta la temperatura del metal, crece la movilidad atómica del mismo, generando un aumento en su deformación. Por lo tanto, se puede establecer que el límite elástico y la carga de rotura de los metales y sus aleaciones es directamente proporcional a la temperatura en que operen.
- **Fatiga Térmica:** Se refiere a la fatiga del material generada a causa del calentamiento y enfriamiento del mismo, este tipo de fatiga puede crear grietas en el metal.

#### **7.2.6.2 Titanio**

Este material se caracteriza por tener propiedades similares a las del acero, siendo un 40% más ligero. Sus aleaciones poseen una mayor resistencia que las aleaciones de otro metal ligero, una buena resistencia a los ataques electroquímicos de corrosión y una excelente resistencia mecánica en relación a su peso.

### **7.2.6.3 Superalesaciones**

Las superalesaciones son materiales que a elevadas temperaturas presentan buenas capacidades mecánicas, alta resistencia a la oxidación y a la corrosión. Estas aleaciones están divididas en cuatro grupos, los cuales son:

- Aleaciones cromo-níquel-hierro: Estas aleaciones son constituidas básicamente por modificación a los aceros inoxidable. Su campo de uso esta aproximadamente entre los 500 y 700°, presentando excelentes propiedades mecánicas.
- Aleaciones cromo-níquel-cobalto-hierro: Estas aleaciones son constituidas básicamente por modificación a los aceros inoxidable con una adición de cobalto. Su campo de uso esta aproximadamente entre los 600 y 800°, presentando excelentes propiedades mecánicas.
- Aleaciones a base de níquel: Están conformadas por una cantidad de aproximadamente 75% de níquel, 20% de cromo y un 5% de aluminio-titanio. Estas aleaciones presentan una gran resistencia a la oxidación y a la corrosión a elevadas temperaturas.
- Aleaciones a base de cobalto: Estas son utilizadas en elevadas temperaturas, debido a su resistencia a la corrosión y buena resistencia mecánica.

### **7.2.6.4 Compuestos:**

Estos materiales están constituidos por una fibra y un material aglomerante (resina). Son empleados debido a su gran resistencia mecánica y bajo peso. Sus principales características de resistencia varían con base en el tipo de fibra utilizado, la resina empleada, la cantidad de capas de fibra adicionadas, la orientación de las fibras y el tipo de fabricación.

### **7.2.6.5 Cerámicos:**

La mayoría de estos materiales están compuestos por sustancias inorgánicas (especialmente arcillas), que se fabrican en forma de polvo o pasta. Inicialmente



son moldeadas y posteriormente endurecidas por el fuego, el cual logra que el cerámico adquiera una consistencia rígida.

Una de las propiedades más importantes y por la cual los cerámicos son usados para múltiples fines, es su capacidad de resistir y aislar elevadas temperaturas sin perder sus características especiales, esto es posible gracias a su elevada temperatura de fusión. Otra propiedad muy favorable es la de no reaccionar fácilmente con agentes químicos del ambiente y del entorno, por lo cual son ideales cuando se buscan materiales resistentes a la corrosión, oxidación y a la combustión.

En cuanto a las desventajas que presentan este tipo de materiales, es que son frágiles al impacto y demasiado pesados, lo que los restringe en muchos usos.

#### **7.2.6.6 Criterios de selección del Material**

Teniendo en cuenta la metodología de diseño propuesta, el proceso de selección del material se limitará únicamente a la máxima temperatura de operación de la tobera y al peso del material (el cual debe ser el menor posible con el fin de que no cambie la localización del centro de gravedad), esto debido a que no se realizará un análisis de esfuerzos mecánicos a los que ésta estará sometida. Por lo tanto se establece que el material se debe seleccionar con base en la máxima temperatura del flujo que atraviesa la tobera y a su densidad.

Las principales características a tener en cuenta para la selección del material son:

- Densidad: es la relación entre la masa y el volumen del material.
- Temperatura de fusión: es la temperatura necesaria para que el material cambie de su estado sólido a líquido.
- Máxima temperatura de operación: es la máxima temperatura recomendada por el fabricante para un correcto funcionamiento del material.

Al momento de seleccionar un material es necesario realizar lo siguiente:

- Realizar una tabla comparativa con diferentes materiales donde la relación de la masa en un volumen establecido (densidad) sea relativamente bajo, esto con el fin de seleccionar un material que genere el menor peso y por lo tanto el menor impacto en la localización del centro de gravedad.
- Hacer una tabla comparativa de diferentes materiales y sus máximas temperaturas de operación, con el fin de seleccionar aquellos cuya

temperatura de operación sea mayor a la máxima temperatura del flujo en la tobera.

- Verificar que la temperatura del flujo en la tobera no sea cercano a la temperatura de fusión del material.
- Seleccionar aquel material que se adecue a las condiciones de diseño, basándose en lo explicado en los numerales 7.2.6.1 a 7.2.6.5.

Adicionalmente se elabora una investigación de los principales materiales utilizados en la industria aeronáutica con implementación en toberas y se establecen los parámetros de selección de acuerdo a la máxima temperatura de operación (ver Tabla 3). Si se desea implementar un material diferente a los presentados, se deben tener en cuenta los tres criterios establecidos anteriormente en la selección del posible material.

**Tabla 3 Principales materiales para implementar en la tobera**

<b>MATERIALES</b>	<b>Temperatura de fusión (°C)</b>	<b>Máxima temperatura de operación (°C)</b>	<b>Densidad (g/cc)</b>
<b>Cerámicos</b>			
Alumina 99.9%	2054	1750	3.96
Carburo de silicio	2730	1600	3.21
Nitruro de cromo	1500	700	5,9
Cerámico térmico K 20	1510	1090	0.497
Cerámico térmico Kaowool 822	1760	1090	0.881
Zircar compuesto refractario RS-100	1500	1260	2,10
Marke tech MC-LD	1800	1500	3,4
<b>Metal</b>			
Titanio de aluminio molibdeno y silicio	1710	425-565	4,54
Titanio de aluminio alpha 2	1600	650-750	4,2
Acero inoxidable 420	1460-1510	620-735	7,8
Hierro Cromo Aluminio (Sanvik Alkrothal)	1500	1000	7,35
AISI 304 L	1400-1450	925	8
Titanio Ti-6Al-6V-2Sn	1627-1649	315	4,54

El material se debe seleccionar mediante la generación de una matriz de decisión estableciendo los tres criterios principales a los que se les debe asignar un porcentaje de evaluación (con base en el criterio del diseñador), esto teniendo en cuenta que el criterio más importante para esta metodología es la temperatura de operación, seguido de la densidad y para finalizar la temperatura de fusión.

#### 7.2.6.7 Determinación del espesor del Material

Con base en lo establecido por Eduardo Blanco [16] se establece que para determinar el espesor del material se debe tener en cuenta las siguientes características:

- La presión de diseño: En este caso debe ser la presión estática en cada una de las secciones de la tobera.
- El diámetro de la sección evaluada.
- La tensión admisible: es aquella que asegura que no se generen deformaciones mecánicas permanentes en el material (ver Tabla 4).

**Tabla 4 Tensión admisible de los materiales estudiados**

MATERIALES	TENSION ADMISIBLE (Pa)
<b>Cerámicos</b>	
Alumina 99.9%	300000000
Carburo de silicio	45000000
Nitruro de cromo	830000000
Cerámico térmico K 20	758000000
Cerámico térmico Kaowool 822	5170000
Zircar compuesto refractario RS-100	36000000
Marke tech MC-LD	-----
<b>Metal</b>	
Titanio de aluminio molibdeno y silicio	1800000000
Titanio de aluminio alpha 2	700000000
Acero inoxidable 420	725000000
Hierro Cromo Aluminio (Sanvik Alkrothal)	400000000
AISI 304 L	564000000
Titanio Ti-6Al-6V-2Sn	1280000000

<sup>16</sup> Eduardo Blanco, Maragota Sandra, Joaquín Fernández V. Suárez. Sistemas De Bombeo: Francos Universidad De Oviedo. T. S. Ingenieros Industriales departamento De Energía, 2011

Al tener estos parámetros y utilizar la ecuación propuesta en la bibliografía [16] se muestra la Ecuación 99, con la cual se puede establecer el espesor adecuado para el material:

$$e = \frac{P_a * D}{2 * \sigma} \quad (99)$$

### **7.3 Ejemplo Aplicativo de la Metodología Propuesta**

Para este ejemplo se tomará una aeronave no tripulada con un peso y una ubicación del centro de gravedad estimados, luego se determinará el empuje en base a la relación de empuje/peso establecida con anterioridad y se asumirá la ubicación tentativa de cada una de las toberas. Posteriormente se realizará un análisis térmico y de dinámica de gases para establecer los parámetros del motor y la tobera de salida para finalmente verificar que el empuje obtenido sea igual al empuje requerido. Adicionalmente para el diseño se tomarán condiciones atmosféricas a nivel del mar. Con respecto al motor, se asumirá un ciclo ideal y para el conjunto total se establece un sistema isentrópico, adiabático y subsónico.

#### **7.3.1 Caso de estudio de una tobera de salida para una aeronave con motor turbofan.**

Se selecciona la aeronave no tripulada Elbit Hermes 450 (ver Figura 17), una aeronave de alto rendimiento multipropósito, desarrollada por la compañía Elbit Systems Ltda, a la cual se le va a implementar la adaptación de la tobera delantera de flujo vectorial y así lograr que esta aeronave despegue de manera vertical según la metodología propuesta.

**Figura 17 Aeronave no tripulada Elbit Hermes 450<sup>17</sup>**



A continuación se muestra la Tabla 5, donde se establecen las características de la aeronave que a regir el diseño y serán utilizadas para el desarrollo del ejemplo:

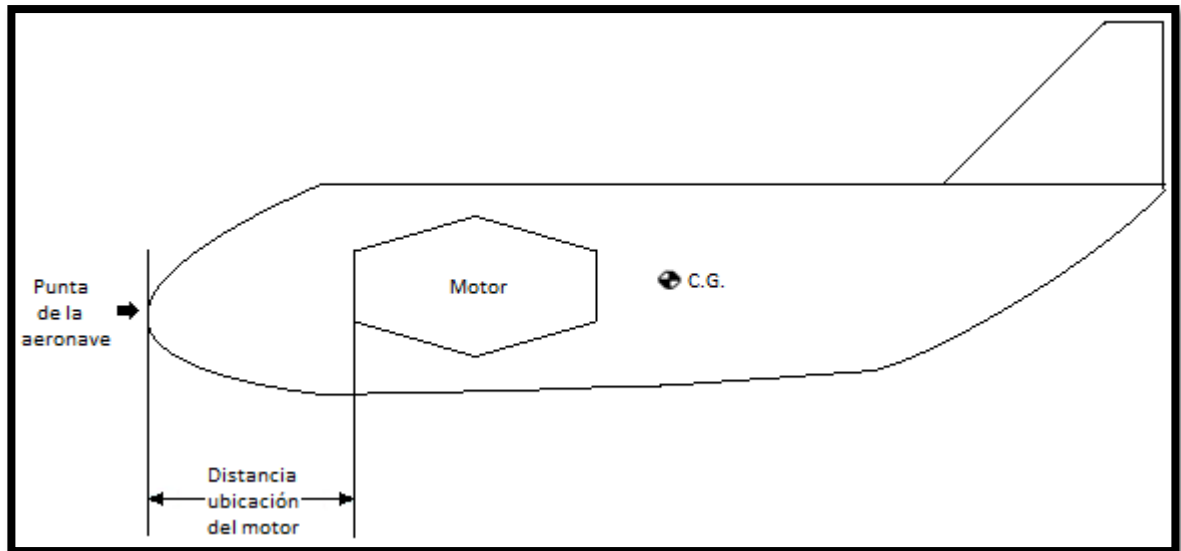
**Tabla 5 Características de la aeronave a ser utilizadas en el ejemplo**

Características de la aeronave	Valores
Peso máximo al despegue (kgf)	450
Longitud del fuselaje (m)	6,1
Diámetro del fuselaje (m)	0,5
Distancia centro de gravedad con respecto a la punta de la aeronave (m)	3,7

Posteriormente se determina la ubicación de las toberas de salida, estos valores se deben asignar a conveniencia del diseñador, basándose en una localización de las toberas óptima para el diseño (que no interfiera con instrumentos u otros sistemas integrados y no afecte la localización del centro de gravedad) y la ubicación del motor (es importante resaltar que el motor debe ser ubicado en la parte delantera de la aeronave para poder desarrollar esta metodología de diseño, por lo tanto al referirse a la ubicación del motor se habla de la distancia de éste a la punta de la aeronave, ver Figura18).

<sup>17</sup> [www.elbitsystems.com/Elbitmain/files/Hermes\\_450\\_\(2012\).pdf](http://www.elbitsystems.com/Elbitmain/files/Hermes_450_(2012).pdf)

**Figura 18 Ubicación del motor y su distancia con respecto a la punta de la aeronave**



**Fuente: Los Autores**

Se establece que este diseño va a ser implementado para una aeronave que va a operar en condiciones a nivel del mar, por lo tanto se determinan las características de entrada del aire basados en las tablas ISA (ver ANEXO F), después basados en la relación de peso/empuje mencionada en el capítulo 7.2.2, se establece que el mínimo empuje requerido por el motor debe ser 40 % mayor al peso de la aeronave (ver Ecuación 1):

$$T_{min} = 1,4 * 450 = 630 \text{ kgf}$$

Posteriormente se determina el empuje requerido por la tobera delantera utilizando la Ecuación 2, esto teniendo en cuenta las distancias establecidas en la Figura 19 y el mínimo empuje requerido por el motor calculado anteriormente:

$$E_{req\text{tobdelantera}} = \frac{630}{1 + \frac{0,7}{2,5}} = 492,18 \text{ Kgf}$$

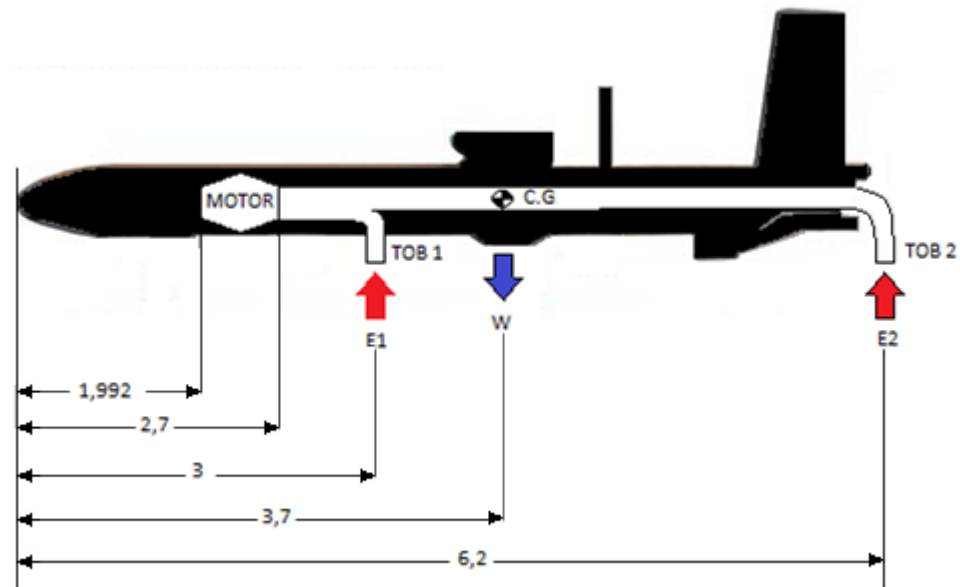
Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, se selecciona el motor turbofan Williams F112 que ofrece un empuje aproximado de 635 kgf y luego se establecen valores tentativos a ser utilizados en el desarrollo de esta metodología de los cuales algunas variables son supuestas (ver Tabla 4).

**Tabla 6 Parámetros de entrada del motor turbofan para el caso de estudio**

PARÁMETROS DE INGRESO MOTOR TURBOFAN	VALOR	UNIDADES
Longitud total del motor	0,708	m
Diámetro máximo del motor	0,311	m
Temperatura a nivel del mar	288	K
Presión techo a nivel del mar	101325-1	Pa-Bar
Peso molecular del gas	28,01	-
Peso molecular del aire	28,97	-
Calor específico del aire	1,005	kJ/(kg*K)
Calor específico del gas	1,148	kJ/(kg*K)
Número de Mach del diseño de la turbina	0,5	-
Relación de compresión del motor	30	-
Relación de compresión del Fan	1,98	-
Relación de Bypass	1	-
Temperatura a la entrada de la turbina (ITT)	1248	K
Eficiencia politrópica del fan, compresor y turbina	0,90	-
Eficiencia isentrópica de la tobera de propulsión del motor	0,95	-
Eficiencia mecánica del eje de transmisión	0,99	-
Pérdida de presión en la combustión	182385-1,8	Pa-Bar
Flujo másico de entrada	15,81	kg/s
Relación de coeficiente de calor específico del aire	1,4	-
Relación de coeficiente de calor específico del gas	1,33	-

Al tener seleccionados el motor y la aeronave, se procede a determinar las ubicaciones del motor, las toberas y el centro de gravedad con sus respectivas distancias en la aeronave para el desarrollo del ejemplo:

**Figura 19 Ubicación en la aeronave del motor y las toberas con sus respectivas distancias**



**Fuente: Los Autores.**

Para el dimensionamiento de la aeronave se recomienda que el motor no exceda el largo ni el diámetro del fuselaje, esto debido a que puede interferir en la ubicación de instrumentos, aumentar el arrastre parásito, aumentar considerablemente el peso de la aeronave y dificultar la implementación del diseño. Por lo tanto se establece que el diámetro máximo del motor debe ser el 75% del diámetro del fuselaje y que el largo máximo debe ser el 20% del largo del fuselaje.

Teniendo en cuenta el procedimiento planteado en los capítulos anteriores, se procede a realizar un análisis térmico y de dinámica de gases del motor y luego de las secciones de la tobera de salida, donde inicialmente se determina el coeficiente de la relación de los calores específicos en función de las eficiencias politrópicas de compresión y expansión (ver Ecuaciones 4 y 5):

$$\left(\frac{n-1}{n}\right)_{\text{compresión}} = \frac{1}{0,9} \left(\frac{1,4-1}{1,4}\right) = 0,31$$

$$\left(\frac{n-1}{n}\right)_{\text{expansión}} = 0,9 \left(\frac{1,33-1}{1,33}\right) = 0,22$$



Ahora se determinan las temperaturas de estancamiento a la salida del fan y a la entrada de la cámara de combustión (ver ecuaciones 6 y 7):

$$T_{02} = (1,98)^{0,3175} * 288 = 357,74 \text{ K}$$

$$T_{03} = 357,7436 * \left(\frac{30}{1,98}\right)^{0,3175} = 847,85 \text{ K}$$

Utilizando el flujo másico total del motor y la relación bypass se procede a determinar el flujo másico que transita a través del ducto de flujo secundario (ver Ecuación 8):

$$\dot{m}_c = \frac{15,81 * 1}{1 + 1} = 7,90 \text{ kg/s}$$

Después se hallan las temperaturas y presiones de estancamiento a la salida de la turbina (ver Ecuaciones 9, 10, 11, 12, 13):

$$T_{05} = 1248 - \left[ \frac{1,005}{0,99 * 1,148} (847,8517 - 357,7436) \right] = 814,6081 \text{ K}$$

$$T_{06} = 814,6081 - (1 + 1) \frac{1,005}{0,99 * 1,148} (357,74 - 288) = 691,2625 \text{ K}$$

$$P_{04} = 30 - 1,8 = 28,2 \text{ bar}$$

$$P_{05} = \frac{28,2}{\left(\frac{1248}{814,6081}\right)^{1/0,2233}} = 4,1745 \text{ bar}$$

$$P_{06} = \frac{4,1745}{\left(\frac{814,6081}{691,2625}\right)^{1/0,2233}} = 2,0012 \text{ bar}$$

Posteriormente, se procede a determinar el flujo másico que atraviesa la turbina (flujo primario) usando la Ecuación 14, de manera similar a la realizada en el ducto bypass:

$$\dot{m}_h = \frac{15,81}{1 + 1} = 7,90 \text{ kg/s}$$

En vista que a la salida del motor hay dos flujos con características diferentes, se procede a determinar el comportamiento de la mezcla de estos fluidos y sus características de salida.

En el primer paso se establecen los valores de la presión y temperatura estática a la salida del flujo primario (ver Ecuaciones 15 y 16):

$$P_{estática6} = \frac{2,0012}{\left[1 + \frac{1,33 - 1}{2} 0,5^2\right]^{\frac{1}{(1,33-1)}}} = 1,77 \text{ bar}$$

$$T_{estática6} = \frac{691,2625}{\left[1 + \frac{1,33 - 1}{2} 0,5^2\right]} = 663,87 \text{ K}$$

Seguidamente se halla la constante de los gases ideales (R) del gas (ver Ecuación 17), teniendo en cuenta la constante universal de los gases ideales y el peso molecular del gas:

$$R_{gas} = \frac{8,31434}{28,01} = 0,296 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} * \text{K}}$$

Ahora se determina el valor de la densidad a la salida del flujo caliente (ver Ecuación 18):

$$\rho_{estática6} = \frac{1,7705 * 100000}{296,8 * 663,8776} = 0,898 \text{ kg/m}^3$$

Conociendo estos resultados, se procede a determinar la velocidad a la salida de la turbina (ver Ecuación 20), pero inicialmente se determina la velocidad local del sonido (ver Ecuación 19):

$$a_6 = \sqrt{1,33 * 296,8 * 663,8776} = 511,94 \text{ m/s}$$

$$C_6 = 0,5 * 511,9494 = 255,97 \text{ m/s}$$

Al haber determinado los parámetros estáticos de salida de la turbina, la velocidad y el flujo másico se procede a utilizar la ecuación de continuidad para despejar el área de salida del flujo primario (ver Ecuación 21):

$$A_6 = \frac{7,9050}{0,8984 * 255,9748} = 0,0344 \text{ m}^2$$

Ahora se analizarán los parámetros de salida del flujo secundario, empezando por despejar el número de mach al tener los valores de la presión estática, de estancamiento en el fan y relación de calores específicos del aire (ver Ecuación 23).

$$M_{fan} = \sqrt{\frac{\left( \sqrt[3.5]{\frac{1,98}{1,7705}} - 1 \right) * 2}{1,4 - 1}} = 0,40$$

Luego se determina la constante de gas ideal para el aire, la temperatura estática, la velocidad del sonido local, la velocidad de salida, la densidad y el área a la salida del ducto bypass (ver Ecuaciones 24, 25, 26, 27, 28, 29):

$$R_{air} = \frac{8,31434}{28,97} = 0,287 \frac{kJ}{kg * K}$$

$$T_{estática2} = \frac{357,7436 K}{\left[ 1 + \frac{1,4 - 1}{2} 0,4029^2 \right]} = 346.49 K$$

$$a_2 = \sqrt{1,4 * 287,9 * 346.4933} = 373,12 m/s$$

$$C_2 = 0,4029 * 373,1222 = 150,33 m/s$$

$$\rho_{estática6} = \frac{1,7705 * 100000}{287,9 * 346.4933} = 1,78 kg/m^3$$

$$A_2 = \frac{7,905}{1,7804 * 150,3392} = 0,029 m^2$$

Al conocer las áreas de salida del flujo primario y el flujo secundario se procede a determinar el valor del área total a la salida del motor (ver Ecuación 30):

$$A_{salidamotor} = 0,0344 + 0,0295 = 0,063 m^2$$

Después se determinan los parámetros de salida de la mezcla de estos flujos, iniciando por el coeficiente de calor específico de la mezcla (ver Ecuación 33) y la temperatura de estancamiento en el punto 7 (ver Ecuación 32):

$$C_{pm} = \frac{7,905 * 1,005 + 7,9050 * 1,148}{7,905 + 7,9050} = 1,07 \frac{kJ}{kg * K}$$

$$T_{estancamiento7} = \frac{7,905 * 1,005 * 357,7436 + 7,9050 * 1,148 * 691,2625}{15,81 * 1,0765} = 535,57 K$$

Posteriormente se establece el valor de la constante de los gases ideales de la mezcla y la relación de calores específicos (ver Ecuaciones 34 y 35):

$$R_{mix} = \frac{7,905 * 287,9 + 7,9050 * 296,8}{7,905 + 7,9050} = 291,91 \frac{J}{kg * K}$$

$$\gamma_{mix} = \frac{291,9165 / 1,0765}{(291,9165 / 1,0765) - 1} = 1,0037$$

Seguidamente se itera el número de Mach a la salida de la mezcla de la tobera obteniendo el valor de 0,568 y posteriormente se calculan los valores de la temperatura estática, presión estática y la velocidad a la salida de la mezcla (Ver Ecuaciones 36, 37, 38 y 39):

$$T_{estática7} = \frac{535,579}{\left[1 + \frac{1,0037 - 1}{2} 0,56896^2\right]} = 535,25 K$$

$$a_7 = \sqrt{1,0037 * 291,9165 * 535,2584} = 396,01 m/s$$

$$C_7 = 0,56896 * 396,0165 = 225,31 m/s$$

$$P_{estática7} = \frac{15,81 * 291,9165 * 535,2584}{225,3176 * 0,0639} = 0,171 MPa$$

Posteriormente se reemplazan la presión estática y la velocidad de la mezcla en la ecuación de balance de momento (ver Ecuación 31) y se verifica que la igualdad se cumpla:

$$(\dot{m}_c * C_2 + P_2 * A_2) + (\dot{m}_h * C_6 + P_6 * A_6) = 14,52 kN$$

$$(\dot{m}_7 * C_7 + P_7 * A_{salidamotor}) = 14,52 kN$$

Al verificar que la igualdad se cumple se procede a establecer el valor de la densidad a la salida de la mezcla (ver Ecuación 40):

$$\rho_{estática7} = \frac{171577}{291,9165 * 535,2584} = 1,0980 kg/m^3$$

Ahora se realizará el análisis de cada una de las secciones de la tobera de flujo variable (ver Figura 11), iniciando por la sección 1-2 para la cual se establecerá lo siguiente:

- El fluido saldrá de manera axial del motor.
- El flujo es compresible.
- El sistema es isentrópico, adiabático y subsónico.
- Se tendrá en cuenta el coeficiente de fricción de la tubería.

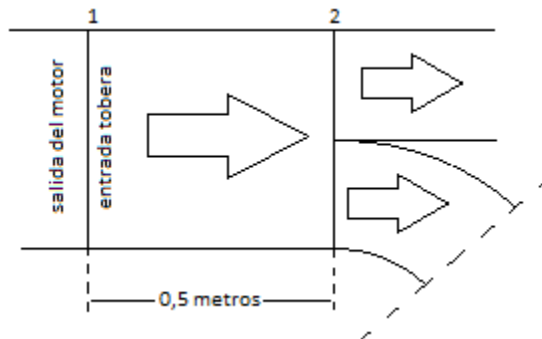
- El diámetro de la tubería es constante en toda su longitud.

Al conocer la presión estática, el número de mach, la temperatura estática, el área y el flujo másico de entrada de la sección 1-2 de la tobera se procede a despejar el diámetro a la entrada de la tobera (ver Ecuación 58):

$$D_{1-2} = \sqrt{\frac{4 * 0,0639}{\pi}} = 0,28 \text{ m}$$

Ahora se establece que la longitud de la primer sección de la tubería (1-2) es igual a 0,5 metros, que el coeficiente de fricción de la tubería es 0,02, que el diámetro es constante (esto debido a que no es necesario variar las dimensiones para aumentar o disminuir las propiedades del fluido) y es igual al diámetro de salida del motor. A continuación se muestra un esquema de esta primera sección (ver Figura 20):

**Figura 20 Primera sección de la tubería puntos 1 a 2**



**Fuente: Los Autores.**

Al tener identificados los valores del coeficiente de fricción, la longitud de la tubería y el diámetro de salida del motor, se procede a calcular la relación entre estos tres parámetros (ver Ecuación 59):

$$\frac{fL}{D_{1-2}} = \frac{0,02 * 0,5}{0,2852} = 0,0351$$

Después se determina el  $\left(\frac{fL_{m\acute{a}x}}{D}\right)_1$  en función del número Mach de entrada y la relación de calores específicos (ver Ecuación 60):

$$\left(\frac{fL_{m\acute{a}x}}{D}\right)_1 = 0,956$$

Posteriormente se calcula el  $\left(\frac{fL_{m\acute{a}x}}{D}\right)_2$  utilizando la Ecuación 61 y se continúa buscando este valor junto con la relación de calores específicos en las tablas propuestas en el ANEXO B, con el fin de determinar el número de Mach a la salida de la sección 1-2.

$$\left(\frac{fL_{m\acute{a}x}}{D}\right)_2 = 0,9569 - 0,0351 = 0,921$$

Al buscar el valor de esta relación en las tablas anexas se obtiene el número de mach en el punto 2 el cual es igual a 0,541. Luego al utilizar este valor y los valores de los parámetros a la entrada de la tubería se procede a establecer los valores a la salida de la seccion1-2 utilizando las ecuaciones 62, 63 y 64:

$$P_{tob2} = 171577 * \frac{\left(\frac{1}{0,541}\right) \left[ \frac{1,0037 + 1}{2 + (1,0037 - 1)0,541^2} \right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{0,56896}\right) \left[ \frac{1,0037 + 1}{2 + (1,0037 - 1)0,56896^2} \right]^{1/2}} = 0,180 \text{ MPa}$$

$$T_{tob2} = 535,2584 * \frac{\frac{(1,0037 + 1)}{2 + (1,0037 - 1)0,541^2}}{\frac{(1,0037 + 1)}{2 + (1,0037 - 1)0,56896^2}} = 535,28 \text{ K}$$

$$\rho_{tob2} = 1,0980 * \frac{\left(\frac{1}{0,541}\right) \left[ \frac{2 + (1,0037 - 1)0,541^2}{(1,0037 + 1)} \right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{0,56896}\right) \left[ \frac{2 + (1,0037 - 1)0,56896^2}{(1,0037 + 1)} \right]^{1/2}} = 1,15 \text{ kg/m}^3$$

Ahora se realiza el estudio de la sección 2-3 (ver Figura 14), donde inicialmente se determina la cantidad porcentual de empuje requerido por la tobera delantera usando la Ecuación 66 y luego se establece el flujo másico que debe ser suministrado para suplir dicho empuje empleando la Ecuación 68:

$$E_{tobdelantera} = \frac{492.1875 * 100}{630} = 78,13 \%$$

$$\dot{m}_{Tobdelantera} = 15,81 * 0,7813 = 12,35 \text{ kg/s}$$

Seguidamente se determina la velocidad a la entrada del codo despejando la velocidad local del sonido y usando el número de mach, para posteriormente despejar el área utilizando la ecuación de continuidad (ver Ecuaciones 69, 70 y 71):

$$a_{tob2} = \sqrt{1,0037 * 291,9165 * 535,2891} = 396,02 \text{ m/s}$$

$$C_{tob2} = 0,541 * 396,0279 = 214,25 \text{ m/s}$$

$$A_{tobdel \text{ en punto } 2} = \frac{12,3516}{1,1547 * 214,2511} = 0,049 \text{ m}^2$$

Ahora se calcula la pérdida de presión en el codo utilizando la Ecuación 72 y las características mostradas a continuación:

- Al usar el diagrama de fricción de Moody (ver ANEXO C) se determina el factor de fricción de Moody el cual es 0,05.
- Por criterio de diseño, el radio de curvatura del codo es 0,2 metros.
- El diámetro de la tubería en la sección 2-3 determinado con base al área calculada con la Ecuación 71 es 0,2521 metros.
- El ángulo de curvatura del codo establecido por criterio de diseño es 90°.
- El coeficiente de pérdida del codo determinado con base al diagrama de pérdidas para codos (ver ANEXO D) es 0,15.

$$\Delta P_r = \left( \left( \frac{1}{2} \right) * (0,05) * (1,15) * (214,25)^2 * \left( \frac{\pi * 0,2}{0,2521} \right) * \left( \frac{90^\circ}{180^\circ} \right) \right) + \left( \left( \frac{1}{2} \right) * (0,15) * (1,15) * (214,25)^2 \right)$$

$$\Delta P_r = 5,62 \text{ kPa}$$

Al conocer la presión a la entrada del codo y determinar la de pérdida de presión se establece la presión a la salida del codo utilizando la Ecuación 73:

$$P_{tob3} = 180430 - 5626,5 = 0,174 \text{ MPa}$$

Luego se debe establecer la relación de presiones entre la presión a la entrada del codo y la presión crítica (ver Ecuación 74):

$$\frac{P_{tob2}}{P^*} = \left( \frac{1}{0,541} \right) \left[ \frac{1,0037 + 1}{2 + (1,0037 - 1)0,541^2} \right]^{1/2} = 1,849$$

Después es necesario calcular la diferencia entre la presión a la entrada del codo y la presión a la salida (ver Ecuación 75).

$$\frac{P_{tob3}}{P_{tob2}} = \frac{174810}{180430} = 0,968$$

Posteriormente se debe determinar la relación de presión a la salida y presión cuando el número de mach es igual a uno (ver Ecuación 76):

$$\frac{P_{tob3}}{P^*} = 1,84964 * 0,968852 = 1,792$$

Seguidamente se debe buscar en las tablas descritas en el ANEXO B, el valor del número de Mach a la salida del codo ( $M_{tob3}$ ). Esto localizando los valores de la relación de calores específicos ( $\gamma$ ) y la relación de presiones ( $\frac{P_{tob3}}{P^*}$ ).

Al realizar lo mencionado anteriormente se encuentra un valor de 0,55 para el número de Mach a la salida del codo, después con base a este valor se determinan los parámetros a la salida del codo en la sección 3 utilizando las Ecuaciones 77, 78, 79 y 80:

$$T_{tob3} = 535,2891 * \frac{\frac{(1,0037 + 1)}{2 + (1,0037 - 1)0,555^2}}{\frac{(1,0037 + 1)}{2 + (1,0037 - 1)0,541^2}} = 535,27 \text{ K}$$

$$\rho_{tob3} = 1,1547 * \frac{\left(\frac{1}{0,555}\right) \left[\frac{2 + (1,0037 - 1)0,555^2}{(1,0037 + 1)}\right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{0,541}\right) \left[\frac{2 + (1,0037 - 1)0,541^2}{(1,0037 + 1)}\right]^{1/2}} = 1,12 \text{ kg/m}^3$$

$$a_{tob3} = \sqrt{1,0037 * 291,9165 * 535,2572} = 396,02 \text{ m/s}$$

$$C_{tob3} = 0,555 * 396,0161 = 219,79 \text{ m/s}$$

A continuación se realiza el estudio de la sección (3-4) el cual es similar al desarrollado en la sección (1-2). Es importante resaltar que para esta sección se debe cumplir el mismo criterio establecido anteriormente:

- El fluido entrará de manera axial.
- El flujo es compresible.
- El sistema es isentrópico, adiabático y subsónico.
- Se tendrá en cuenta el coeficiente de fricción de la tubería.



- El diámetro de la tubería es constante en toda su longitud.

Posteriormente se deben establecer las principales características de la tercera sección de la tubería:

- La longitud de la tubería: Se debe seleccionar con base en los criterios del diseñador (en este caso 0,3 metros).
- El coeficiente de fricción: Debe ser igual al determinado en la primera sección el cual es 0,02.
- El diámetro: Debe ser el mismo al de salida en la sección 3 (0,252 metros).

Al identificar estos valores se procede a calcular la relación entre estos tres parámetros (ver Ecuación 81):

$$\frac{fY}{D_{3-4}} = \frac{0,02 * 0,3}{0,2521} = 0,0238$$

Después se determina el  $\left(\frac{fY_{máx}}{D}\right)_1$  en función del número de Mach de entrada a la tubería recta (punto 3) y la relación de calores específicos (ver Ecuación 82):

$$\left(\frac{fY_{máx}}{D}\right)_1 = 1,0641$$

Posteriormente se calcula el  $\left(\frac{fY_{máx}}{D}\right)_2$  usando la Ecuación 83, para buscar este valor junto con la relación de calores específicos en las tablas y así determinar el número de mach en el punto 4 a la salida de la tubería recta vertical.

$$\left(\frac{fY_{máx}}{D}\right)_2 = 1,0641 - 0,0238 = 1,0403$$

Al buscar en las tablas del ANEXO B, se determina el número de Mach en el punto 4 dando como resultado 0,53. Al tener este valor y los parámetros iniciales se procede a establecer los valores a la salida de la tubería (3-4) utilizando las Ecuaciones 84, 85 y 86:

$$P_{tob4} = 174810 * \frac{\left(\frac{1}{0,53}\right) \left[ \frac{1,0037 + 1}{2 + (1,0037 - 1)0,53^2} \right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{0,555}\right) \left[ \frac{1,0037 + 1}{2 + (1,0037 - 1)0,555^2} \right]^{1/2}} = 0,183 \text{ MPa}$$

$$T_{tob4} = 535,2739 * \frac{\frac{(1,0037 + 1)}{2 + (1,0037 - 1)0,53^2}}{\frac{(1,0037 + 1)}{2 + (1,0037 - 1)0,555^2}} = 535,30 \text{ K}$$

$$\rho_{tob4} = 1,1256 * \frac{\left(\frac{1}{0,53}\right) \left[ \frac{2 + (1,0037 - 1)0,53^2}{(1,0037 + 1)} \right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{0,555}\right) \left[ \frac{2 + (1,0037 - 1)0,555^2}{(1,0037 + 1)} \right]^{1/2}} = 1,17 \text{ kg/m}^3$$

Ahora se realiza el estudio de la sección 4-5, donde inicialmente se propone un área a la salida de la tobera ( $A_5$ ) igual a  $0,037923 \text{ m}^2$ .

Luego al conocer el mach a la entrada de la tobera convergente, se utiliza la ecuación de relación de áreas para flujos isentrópicos (ver Ecuación 87) entre el área en el punto 4 y el área en la garganta (cuando el número de Mach es 1).

$$\frac{A_{tob4}}{A^*} = \frac{1}{0,53} \left[ \left( \frac{2}{1,0037 + 1} \right) \left( 1 + \frac{1,0037 - 1}{2} 0,53^2 \right) \right]^{1,0037 + 1/2(1,0037 - 1)} = 1,31$$

Posteriormente al tener la relación de áreas  $\frac{A_{tob4}}{A^*}$ , se procede a determinar la diferencia entre el área salida y el área de entrada de la tobera (ver Ecuación 88).

$$\frac{A_{tob5}}{A_{tob4}} = \frac{0,037923}{0,0499} = 0,75$$

Después se establece la relación entre el área a la salida de la tobera (área 5) y el área en la garganta (ver Ecuación 89).

$$\frac{A_{tob5}}{A^*} = 0,7596 * 1,3166 = 1,0001$$

El siguiente paso consiste en utilizar las tablas del ANEXO E para ubicar la relación anteriormente calculada  $\left(\frac{A_{tob5}}{A^*}\right)$  y así establecer el número de Mach a la salida de la tobera el cual es 0,98.

Ahora como se establece que este proceso es isentrópico, entonces la temperatura y la presión de estancamiento son constantes. Por lo tanto, se continúa con determinar la presión y la temperatura de estancamiento a la salida de la tobera (ver Ecuaciones 92 y 93):

$$T_{tob05} = \left(1 + \frac{1,0037 - 1}{2} 0,53^2\right) * 535,3008 = 535,57 \text{ K}$$

$$P_{tob05} = \left(1 + \frac{1,0037 - 1}{2} 0,53^2\right)^{1,0037/1,0037-1} * 183060 = 0,210 \text{ MPa}$$

El siguiente proceso consiste en determinar la presión estática y la temperatura estática (ver Ecuaciones 94 y 95) con las presiones de estancamiento y el número de mach calculados anteriormente.

$$T_{tob5} = \frac{535,5791}{1 + \frac{1,0037 - 1}{2} * 0,9868^2} = 534,61 \text{ K}$$

$$P_{tob5} = \frac{210760}{\left(1 + \frac{1,0037 - 1}{2} * 0,9868^2\right)^{\frac{1,0037}{1,0037-1}}} = 0,129 \text{ MPa}$$

Posteriormente se determina el empuje a la salida de la tobera el cual está en función del flujo másico y la velocidad a la salida, por lo tanto primero se establece la velocidad a la salida y posteriormente se determina el empuje (ver Ecuaciones 96, 97 y 98).

$$a_{tob5} = \sqrt{1,0037 * 291,9165 * 534,6156} = 395,77 \text{ m/s}$$

$$C_{tob5} = 0,9868 * 395,7787 = 390,55 \text{ m/s}$$

$$Empuje_{tobera\text{ delantera}} = 390,5544 * 12,3516 = 4823,97 \text{ N} = 492,242 \text{ kgf}$$

Con base en lo establecido en el capítulo 7.2.6 se selecciona el material Titanio de aluminio alpha 2, debido a que este cumple con los criterios mencionados, ofreciendo una temperatura de operación de 650°C lo que satisface plenamente la temperatura de operación requerida por la tobera que es 262°C, adicionalmente ofrece una alta temperatura de fusión (1600°C) lo que permite garantizar que la tobera no se va a deformar debido a la temperatura del fluido y tiene una baja densidad (lo que significa un bajo peso en comparación con los otros materiales).

La determinación del espesor del material se realiza aplicando la ecuación 99 y teniendo en cuenta las características del flujo máximas en cada una de las secciones de la tobera:

- Espesor Sección (1-2):

$$e_{1-2} = \frac{171577 \text{ Pa} * 0,2852 \text{ m}}{2 * 7000000000 \text{ Pa}} = 0.035 \text{ mm}$$

- Espesor Sección (2-3):

$$e_{2-3} = \frac{180430 \text{ Pa} * 0,2521 \text{ m}}{2 * 7000000000 \text{ Pa}} = 0.032 \text{ mm}$$

- Espesor Sección (3-4)

$$e_{3-4} = \frac{174810 \text{ Pa} * 0,2521 \text{ m}}{2 * 7000000000 \text{ Pa}} = 0.032 \text{ mm}$$

- Espesor Sección (4-5)

$$e_{4-5} = \frac{183060 \text{ Pa} * 0,219 \text{ m}}{2 * 7000000000} = 0.030 \text{ mm}$$

### 7.3.2 Diseño preliminar en CAD de la tobera de flujo obtenida en el caso de estudio.

Para el desarrollo del diseño de la tobera se deben tener en cuenta los diámetros de cada una de las secciones de la tobera delantera, las longitudes y los espesores de cada sección. En el anexo G se muestran los planos obtenidos del ejemplo aplicativo de la metodología propuesta desarrollado anteriormente, donde se pueden observar las principales características y dimensiones de la tobera.

En el plano 1 de 1 la salida recta (sección 3-4) hasta el final de la tobera (sección 4-5) se establece un ángulo de 5° por la geometría convergente de la tobera. En el plano1 de 5 los radios establecidos se determinan para la curvatura (sección 2-3).

## **7.4 Programa aplicativo**

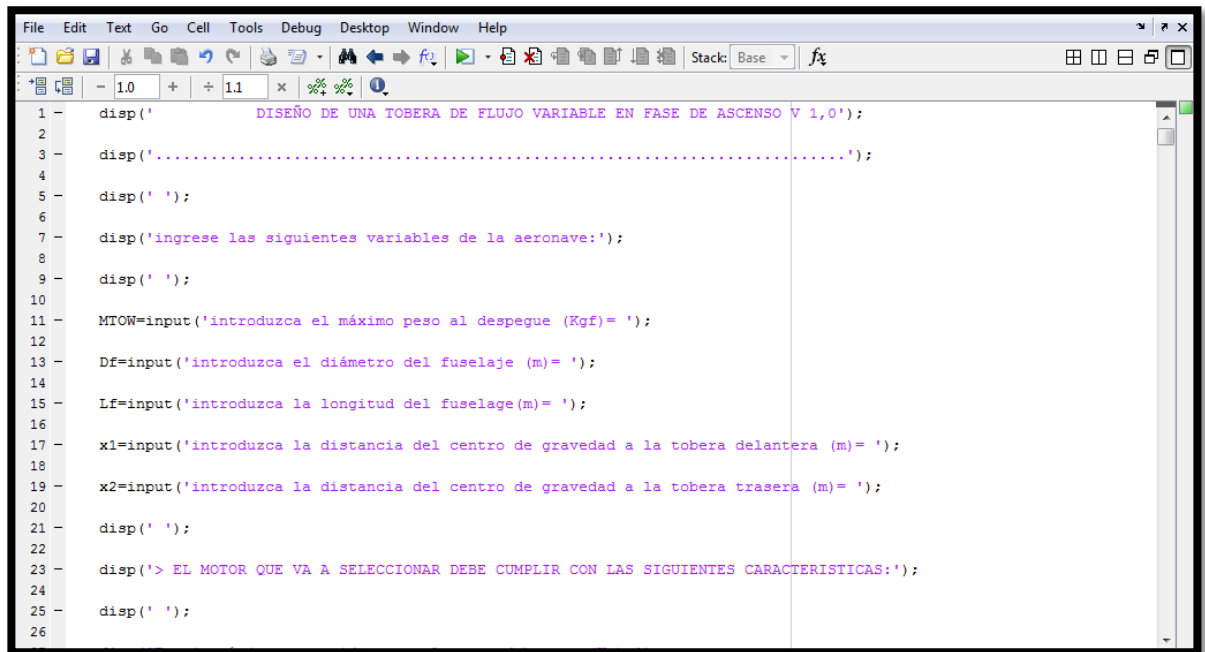
A continuación se presenta una aplicación desarrollada en el programa Matlab basada en la metodología de diseño presentada en las secciones 7.2.1 a 7.2.5. Esta aplicación es capaz de realizar los cálculos de la mayoría de las ecuaciones presentadas, sin embargo debido a que algunas de las ecuaciones propuestas son cuadráticas es necesario utilizar los valores establecidos en las tablas de los ANEXOS B y E. Por lo tanto, el programa aplicativo no realizará el proceso iterativo para verificar que la ecuación de balance de momento se cumpla (para el caso del motor turbofan), ni tampoco realizará el proceso iterativo para que el área a la salida de la tobera en la sección 5, sea la indicada para brindar el empuje requerido. Por esta razón estos procesos iterativos deben ser desarrollados por el usuario. No obstante se puede utilizar el programa para modificar las principales variables asociadas a estas iteraciones y así determinar los valores indicados (este procedimiento se muestra en la sección 7.4.1).

### **7.4.1 Utilización del programa aplicativo**

Se establece que es necesario tener instalado el programa Matlab en la computadora donde se valla a utilizar la programación aplicativo de la metodología de diseño.

Inicialmente en el programa Matlab se debe abrir el archivo adjunto PROGRAMA APLICATIVO, el cual se encuentra en el CD entregado con el proyecto, al hacer esto se abrirá el editor mostrando la siguiente ventana (ver Figura 21):

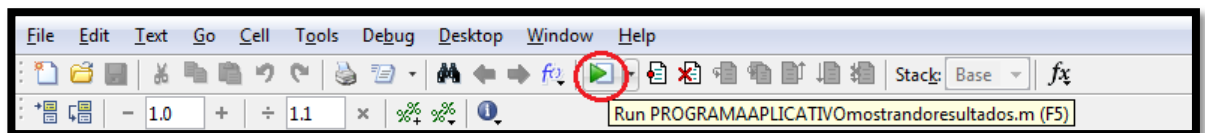
**Figura 21 Editor de ecuaciones de Matlab mostrando el programa aplicativo**



```
1 - disp('          DISEÑO DE UNA TOBERA DE FLUJO VARIABLE EN FASE DE ASCENSO V 1,0');
2
3 - disp('.....');
4
5 - disp(' ');
6
7 - disp('ingrese las siguientes variables de la aeronave:');
8
9 - disp(' ');
10
11 - MTOW=input('introduzca el máximo peso al despegue (Kg)= ');
12
13 - Df=input('introduzca el diámetro del fuselaje (m)= ');
14
15 - Lf=input('introduzca la longitud del fuselage(m)= ');
16
17 - x1=input('introduzca la distancia del centro de gravedad a la tobera delantera (m)= ');
18
19 - x2=input('introduzca la distancia del centro de gravedad a la tobera trasera (m)= ');
20
21 - disp(' ');
22
23 - disp('> EL MOTOR QUE VA A SELECCIONAR DEBE CUMPLIR CON LAS SIGUIENTES CARACTERISTICAS:');
24
25 - disp(' ');
26
```

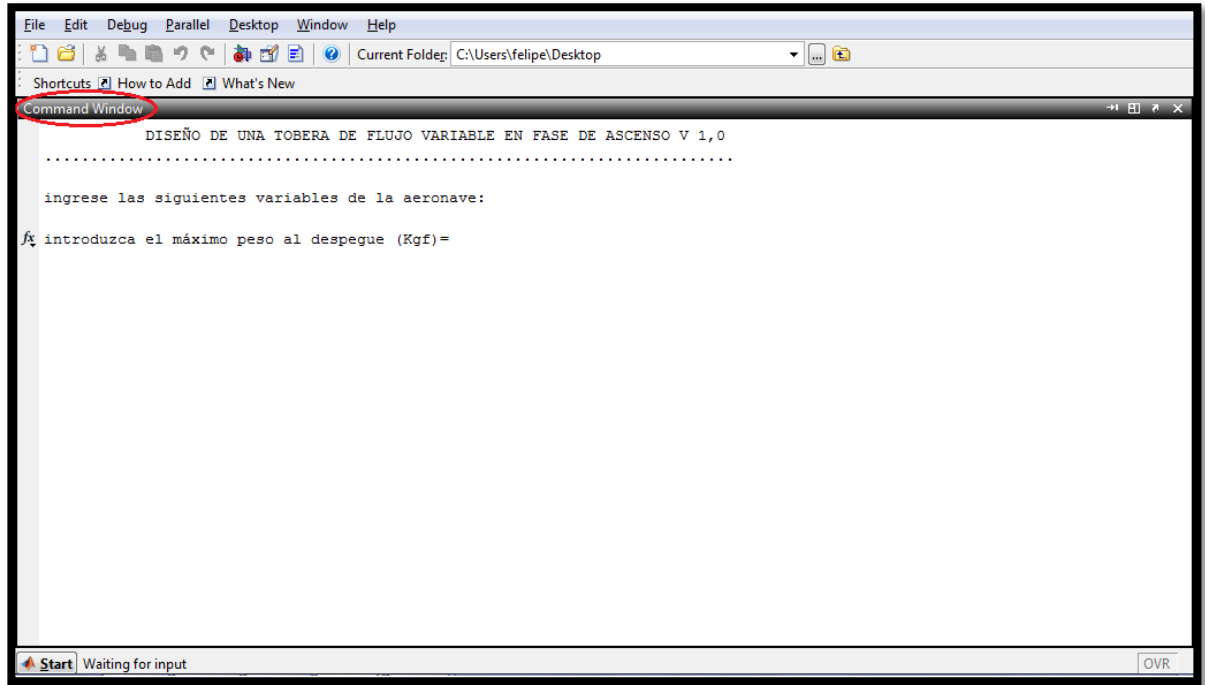
Posteriormente se debe ejecutar el programa aplicativo oprimiendo el icono correr (Run) ubicado en la barra de herramientas superior (ver Figura 22):

**Figura 22 Barra de herramientas superior del programa Matlab**



Al ejecutar el programa se abrirá automáticamente la ventana de comando (command window), en la cual se va a desarrollar el análisis de la metodología de diseño para establecer los parámetros de salida (ver Figura 23):

**Figura 23 Ventana de comando mostrada en el programa Matlab**



Al realizar lo estipulado anteriormente es posible continuar con el diseño metodológico establecido en las secciones 7.2.1 a 7.2.5, donde el programa solicitará los valores de ingreso necesarios y suministrará los datos relevantes para el diseño.

A continuación se muestra el procedimiento para realizar el desarrollo metodológico del ejemplo mostrado anteriormente (ver sección 7.3.1) en el programa aplicativo y la ventana de comando de Matlab:

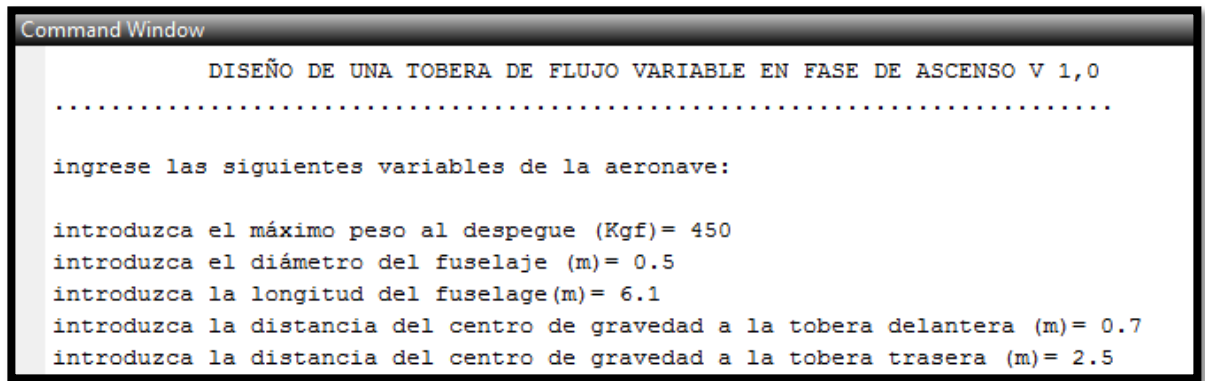
Inicialmente el programa aplicativo solicitará los siguientes parámetros (ver Tabla 7):

**Tabla 7 Datos iniciales solicitados por el programa aplicativo**

Parámetro	Valor
Peso de máximo de despegue de la aeronave (kgf)	450
diámetro del fuselaje (m)	0.5
longitud del fuselaje (m)	6.1
distancia desde el centro de gravedad a la tobera delantera (m)	0.7
distancia del centro de gravedad a la tobera trasera (m)	2.5

La Figura 24 muestra las variables iniciales solicitadas por el programa aplicativo, necesarias para la determinación de las características del motor.

**Figura 24 Ventana de comando solicitando las variables iniciales de la aeronave**



```
Command Window

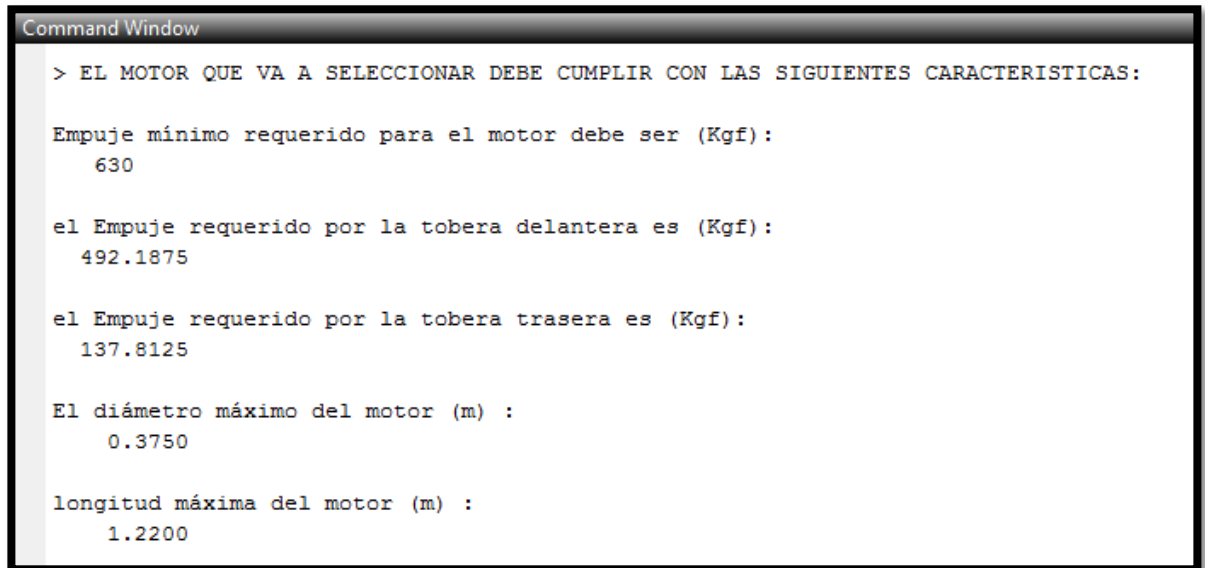
DISEÑO DE UNA TOBERA DE FLUJO VARIABLE EN FASE DE ASCENSO V 1,0
.....

ingrese las siguientes variables de la aeronave:

introduzca el máximo peso al despegue (Kgf)= 450
introduzca el diámetro del fuselaje (m)= 0.5
introduzca la longitud del fuselage(m)= 6.1
introduzca la distancia del centro de gravedad a la tobera delantera (m)= 0.7
introduzca la distancia del centro de gravedad a la tobera trasera (m)= 2.5
```

Luego el programa automáticamente establecerá las características del motor que se deben tener en cuenta para su selección (ver Figura 25):

**Figura 25 Ventana de comando mostrando los requerimientos del motor**



```
Command Window

> EL MOTOR QUE VA A SELECCIONAR DEBE CUMPLIR CON LAS SIGUIENTES CARACTERISTICAS:

Empuje mínimo requerido para el motor debe ser (Kgf):
    630

el Empuje requerido por la tobera delantera es (Kgf):
    492.1875

el Empuje requerido por la tobera trasera es (Kgf):
    137.8125

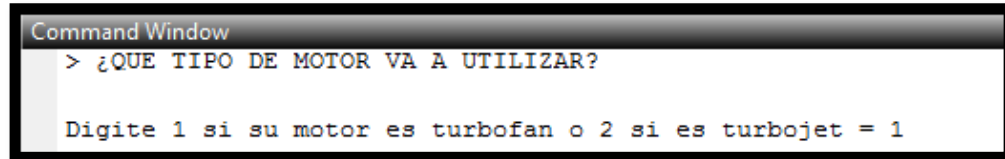
El diámetro máximo del motor (m) :
    0.3750

longitud máxima del motor (m) :
    1.2200
```

Posteriormente es necesario buscar un motor turbofan o turbojet que cumpla con las características solicitadas (ver figura 25) e ingresar el tipo de motor a utilizar en el programa aplicativo (ver Figura 26):

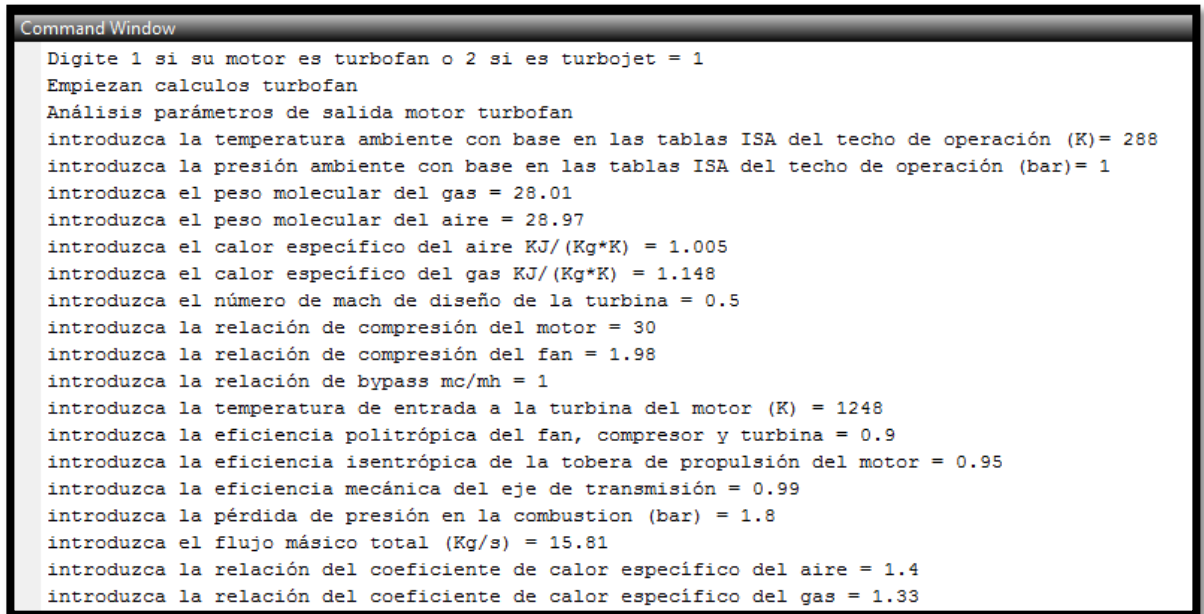


**Figura 26 Ventana de comando solicitando el motor a utilizar**



Inicialmente es necesario determinar las características específicas del motor (datos establecidos en la Tabla 1 ó 2), las cuales son suministradas por el fabricante o por investigación y se deben introducir en el programa aplicativo (ver Figura 27):

**Figura 27 Ventana de comando solicitando las características del motor seleccionado**



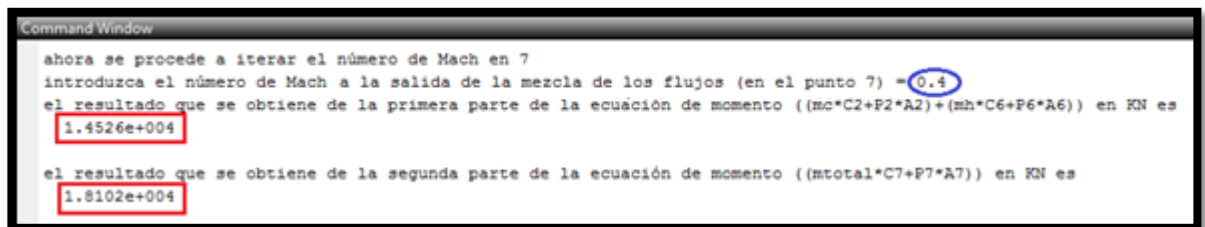
Seguidamente se realiza el análisis de la tobera en el punto donde se mezclan las corrientes de los flujos y se verifica que la ecuación de balance de momento se cumpla, por lo tanto, inicialmente se debe introducir un número de Mach tentativo y posteriormente se debe comprobar que el resultado de la primera parte de la ecuación de momento sea exactamente igual al resultado de la segunda parte de la ecuación. De no ser igual es necesario volver a iniciar el programa aplicativo y variar el valor del número Mach hasta que se logre la igualdad (es importante resaltar que las figuras ovaladas representan los valores que deben ser

ingresados y las figuras cuadradas aquellos valores que suministra el programa aplicativo).

A continuación se presenta una explicación de cómo se debe realizar este procedimiento iterativo:

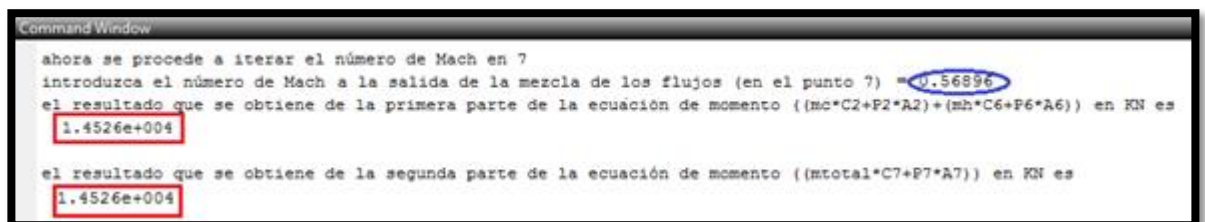
- Inicialmente se debe ingresar un valor tentativo del número de mach a la salida de la mezcla de los flujos y el programa arrojará los resultados de la primera y segunda parte de la ecuación de momento (ver Figura 28):

**Figura 28 Ventana de comando mostrando los valores de la ecuación de momento en función del número de Mach propuesto**



- Después se debe verificar que los resultados de la primera y segunda parte de la ecuación de momento sean iguales en base al número de mach tentativo ingresado (en este caso se puede observar que el valor de mach no es el adecuado para lograr que la igualdad se cumpla).
- En caso de que la igualdad en la ecuación de momento no se cumpla es necesario reiniciar el programa aplicativo ingresando un número de mach diferente y repetir este proceso hasta lograr que la igualdad se cumpla como se muestra en la Figura 29:

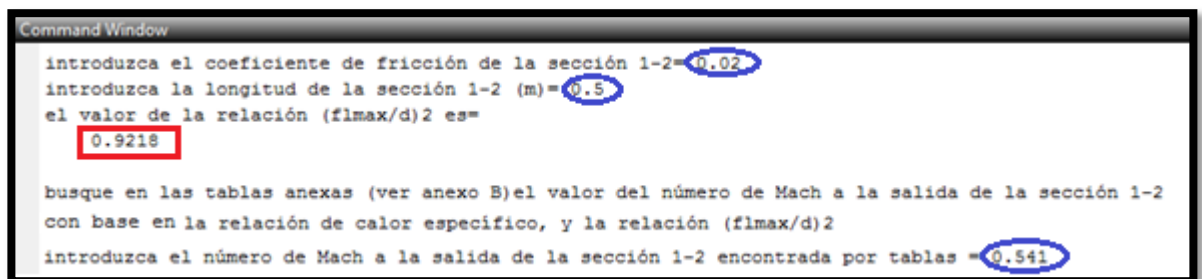
**Figura 29 Ventana de comando mostrando los valores de la ecuación de momento en función del número de Mach adecuado**



Al verificar que la igualdad en la ecuación de balance de momento se cumple, se procede a elaborar el análisis de cada una de las secciones establecidas en el desarrollo metodológico.

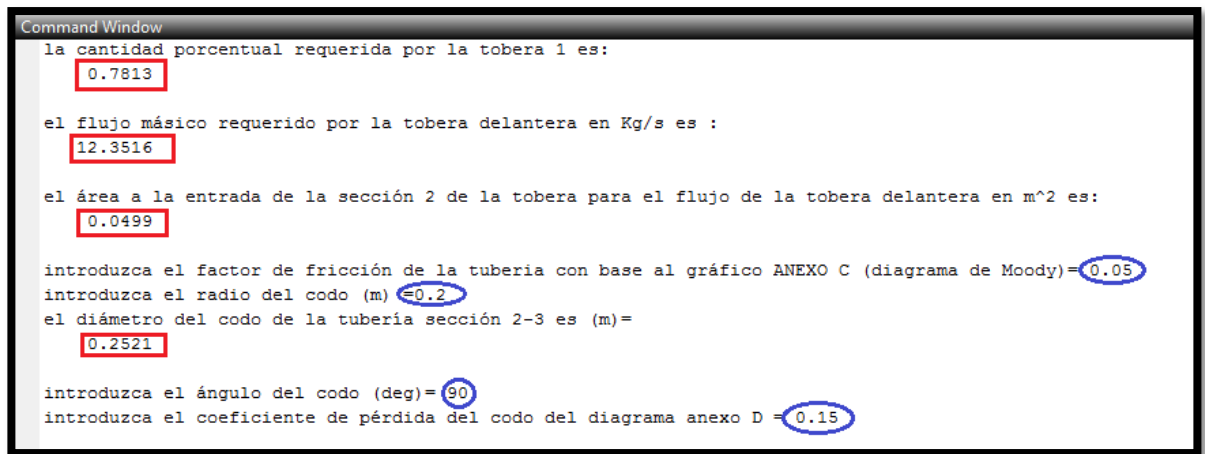
Para la sección 1-2 el programa aplicativo solicitará que se ingrese el coeficiente de fricción y la longitud de la tubería, con ello suministrará el valor de la relación  $\left(\frac{fL_{máx}}{D_{1-2}}\right)_2$  la cual junto con el valor de la relación de calores específicos de la mezcla, deben ser buscadas en las tablas (ver ANEXO B) para establecer el valor del número de Mach a la salida de esta sección (ver Figura 30):

**Figura 30 Ventana de comando suministrando la relación requerida para determinar el número de Mach a la salida de la primera sección**



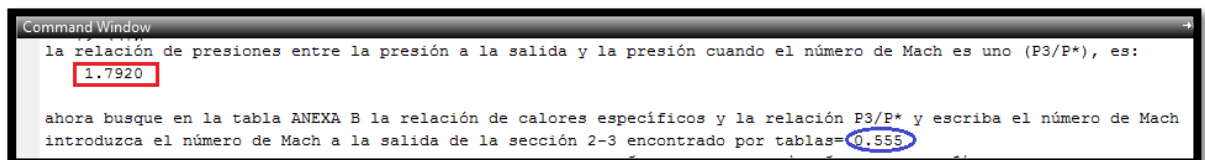
Después de realizar lo anteriormente mencionado se inicia el procedimiento de la sección 2-3, donde el programa suministrará los valores de la cantidad porcentual requerida por la tobera delantera, el flujo másico, el área y el diámetro de la tobera delantera. Posteriormente, se solicitará que se ingresen los valores del factor de fricción de Moody (ver ANEXO C), el radio, ángulo y coeficiente de pérdida (ver ANEXO D) de la segunda sección de la tobera (ver Figura 31):

**Figura 31 Ventana de comando suministrando y solicitando las principales características para el estudio de la segunda sección de la tobera**



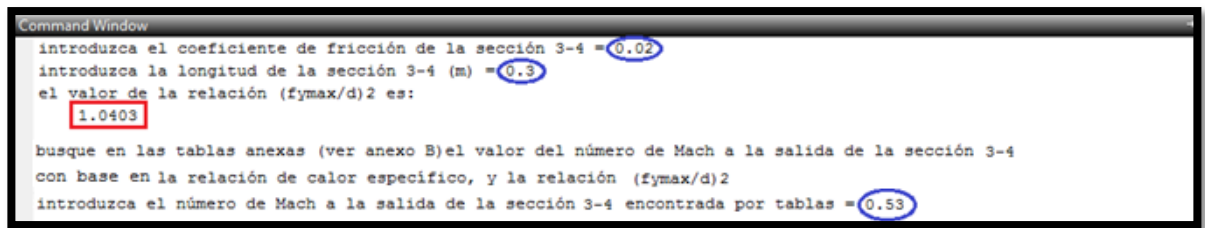
Posteriormente, el programa suministrará el valor de la relación entre la presión de salida del codo y la presión cuando el número de Mach es igual a 1. Al obtener este valor se debe localizar en las Tablas (ver anexo E) y así determinar el número de Mach a la salida del codo (ver Figura 32).

**Figura 32 Ventana de comando solicitando el número Mach a la salida de la segunda sección**



Luego para la tercera sección de la tobera es necesario establecer el coeficiente de fricción y la longitud de la sección con el fin de determinar la relación  $\left(\frac{fY_{max}}{D_{3-4}}\right)_2$ . Al tener este valor se procede a buscarlo junto a la relación de calor específico en las Tablas (ver anexo B) con el fin de determinar el número de Mach a la salida de la tubería en el punto 4 (ver Figura 33).

**Figura 33 Ventana de comando suministrando la relación requerida para determinar el número de Mach a la salida de la tercera sección**



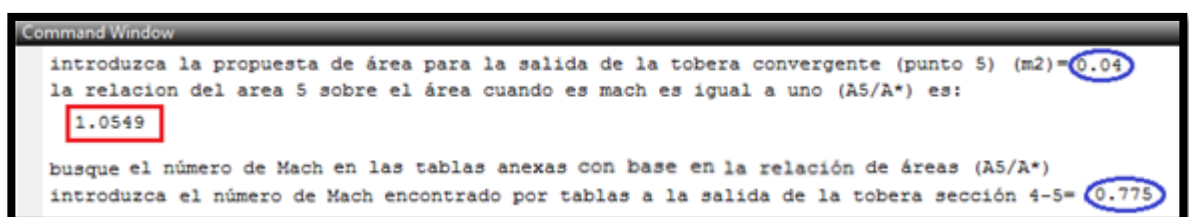
Para la sección 4-5 (tobera convergente) se debe proponer un área de salida e ingresarlo en el programa, luego el programa determinará la relación entre esta área y el área en la garganta, para posteriormente buscar el valor de esta relación en las tablas (ver ANEXO E) con el fin de establecer el número mach y las características del flujo a la salida de la tobera (punto 5).

Seguidamente es necesario verificar que el área de salida propuesta suministre el empuje requerido por la tobera delantera para un despegue vertical, de no suministrar el empuje es necesario variar el área a la salida de la tobera hasta obtener un empuje aceptable.

A continuación se presenta una explicación de cómo se debe realizar este procedimiento iterativo:

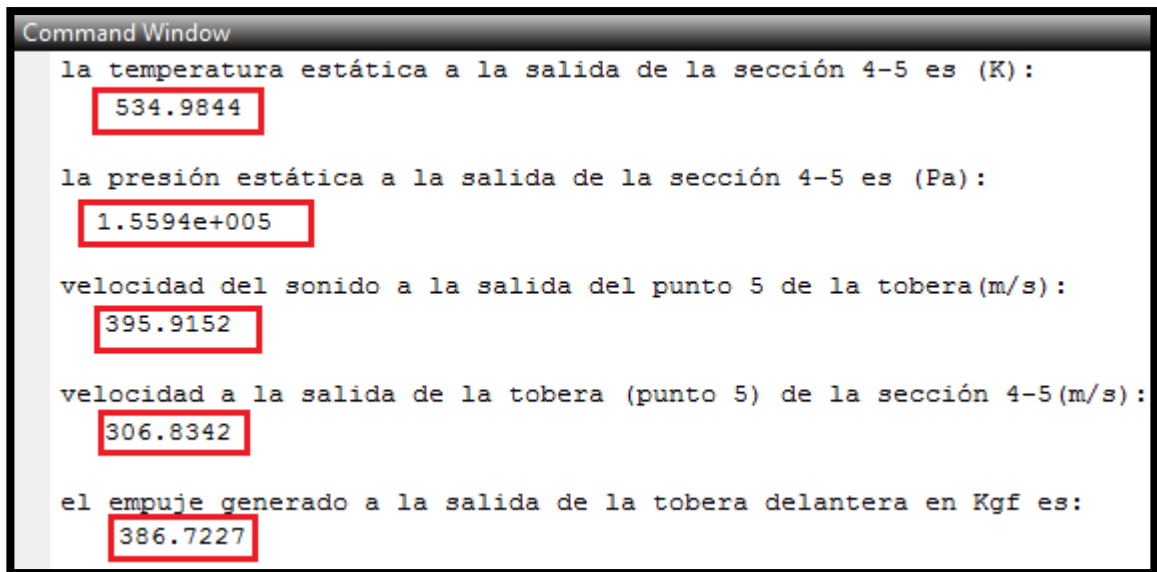
- Inicialmente se debe ingresar un valor tentativo del área a la salida de la tobera, luego el programa determinará la relación entre esta área y el área en la garganta para posteriormente buscar este valor en las tablas (ver anexo E) con el fin de establecer el número de mach a la salida (ver Figura 34).

**Figura 34 Ventana de comando solicitando el valor del número de Mach en función de un área a la salida propuesta**



- A continuación el programa aplicativo suministrará las características del flujo a la salida de la cuarta sección de la tobera (ver Figura 35):

**Figura 35 Ventana de comando mostrando las características del fluido a la salida de la tobera en función de un área a la salida propuesta**

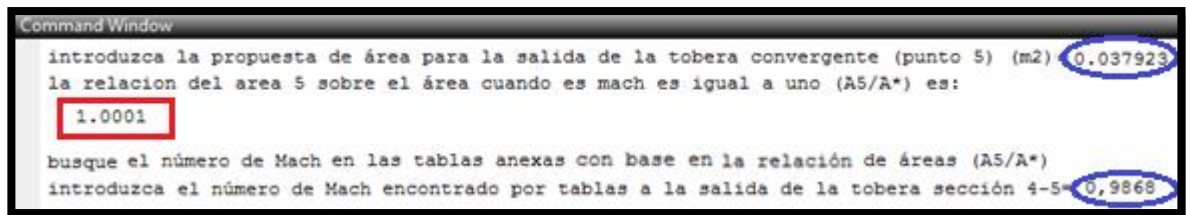


The screenshot shows a 'Command Window' with the following text and values:

```
la temperatura estática a la salida de la sección 4-5 es (K):  
534.9844  
la presión estática a la salida de la sección 4-5 es (Pa):  
1.5594e+005  
velocidad del sonido a la salida del punto 5 de la tobera(m/s):  
395.9152  
velocidad a la salida de la tobera (punto 5) de la sección 4-5(m/s):  
306.8342  
el empuje generado a la salida de la tobera delantera en Kgf es:  
386.7227
```

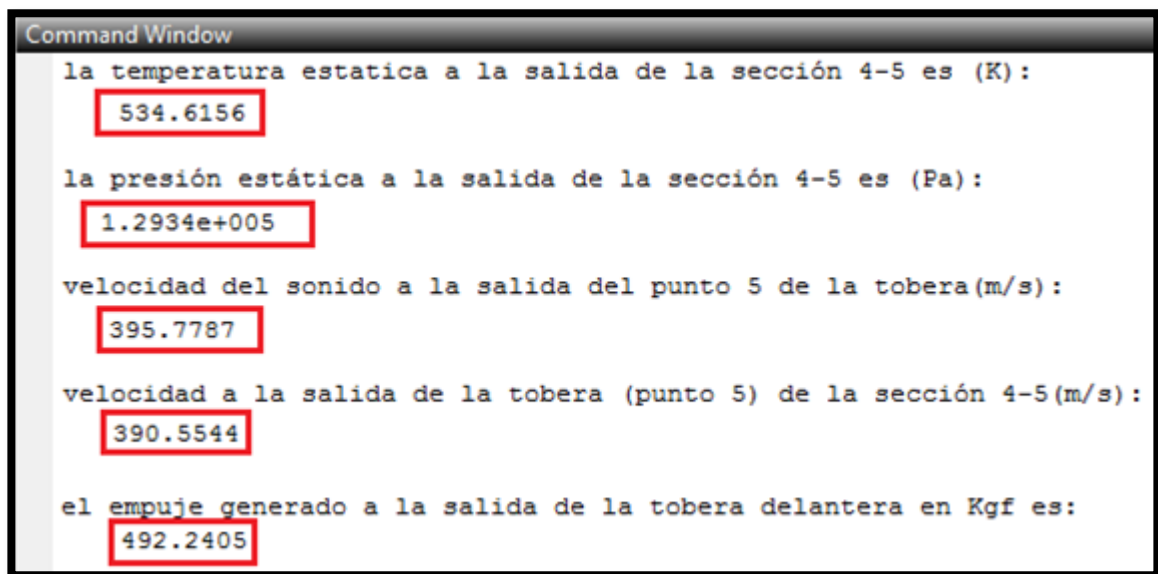
- Posteriormente es necesario verificar que el empuje generado a la salida de la tobera delantera encontrado al final (ver Figura 34), sea exactamente igual al empuje requerido por la tobera delantera determinado al comienzo de la programación (ver Figura 25). En este caso se puede observar que el empuje generado (386,72 Kgf) es menor que el empuje requerido (492,18 Kgf), por lo tanto no se podría realizar un despegue vertical a causa de una falta de empuje.
- En caso de que el empuje generado por la tobera delantera sea diferente al empuje requerido, es necesario variar el área a la salida de la tobera y repetir este proceso hasta lograr que estos dos valores sean iguales:
- Se establece el número Mach a la salida de la tobera usando tablas (ver anexo E), localizando la relación entre el área propuesta y el área en la garganta (ver Figura 36).

**Figura 36 Ventana de comando solicitando el valor del número de Mach en función de un área a la salida acertada**



- Después el programa aplicativo suministrará las características del flujo a la salida de la cuarta sección de la tobera (ver Figura 37):

**Figura 37 Ventana de comando mostrando las características del fluido a la salida de la tobera en función de un área a la salida acertada**



Finalmente se puede afirmar que el área propuesta en la Figura 34 suministra el empuje requerido por la tobera delantera para un despegue vertical. Esto se puede afirmar con base en que el valor del empuje generado a la salida de la tobera (ver Figura 36), es igual al empuje requerido por la tobera delantera (ver Figura 25).

## CONCLUSIONES

- Se establece por medio del ejemplo aplicativo que el empuje total determinado fue 630 kgf; el cual representa un 40% mayor al peso de la aeronave, este empuje es capaz de suministrar la fuerza requerida por la tobera delantera igual a 492,18 kgf, para que la aeronave realice un despegue de forma vertical.
- El desarrollo de esta metodología de diseño aumentará el campo de estudio de las aeronaves de despegue vertical y su posterior implementación en la aviación, lo cual en un futuro evitará las largas pistas para el despegue de las aeronaves.
- Para la sección 2-3, se determina que la propuesta de dividir las áreas en función de la cantidad porcentual del empuje requerido por la tobera delantera, la cual en este caso fue del 78,13%, satisface las características de presión, temperatura, velocidades, número de Mach y flujo másico necesarias para suministrar el empuje solicitado por la tobera delantera de 492,18 kgf.
- Con base en el proceso iterativo desarrollado en el ejemplo aplicativo se establece que es posible generar un mayor empuje a medida que se reduce el área a la salida de la tobera, área de salida sección 4-5, esto debido a que aumenta la velocidad lo cual genera un aumento lineal de empuje.
- Se verifica por medio del ejemplo aplicativo que el análisis estático y de momentos utilizado para determinar el empuje requerido por la tobera delantera el cual es 492,18 kgf y la tobera trasera el cual es 137,81 kgf satisface el equilibrio en la aeronave suministrando un empuje total de 630 kgf el cual es el mínimo establecido para que la aeronave pueda despegar verticalmente.
- Se establece que la selección de materiales debe ser realizada con base en la máxima temperatura de operación del fluido en la tobera y los requerimientos de peso del diseño propuesto. Para el ejemplo aplicativo propuesto se selecciona el material titanio de aluminio alpha 2, debido a que suministra una temperatura de operación de 650° lo cual duplica la máxima temperatura del fluido en la tobera, su punto de fusión es elevado



al ser 1600° y su densidad es baja lo que significa un menor peso en comparación con los otros materiales identificados.

- El programa aplicativo propuesto cumple con el desarrollo metodológico planteado, lo cual permite que el usuario posea una herramienta que pueda utilizar como apoyo para la solución y verificación de las ecuaciones propuestas en esta metodología.

## BIBLIOGRAFÍA

**ADAM J. Baran, Michael G. Dunn.** The Response a Second F112-WR.100 advance cruise missile engine to dust- landen environment. s.l. : Departament of defense united states of America.

**ALVARADO María A., Castillo David O., Patiño Nicolás A.** Diseño metodológico preliminar de una tobera de empuje vectorial: Universidad de San Buenaventura, 2005.

**BLANCO Eduardo, Maragota Sandra, Suárez Fernández V. Joaquín.** Sistemas De Bombeo: Francos Universidad De Oviedo. T. S. Ingenieros Industriales departamento De Energía, 2011.

**BRUCE Munson, Donald Young, Theodore Okiishi.** Fundamentos de Mecánica de Fluidos: Universidad Estatal de Iowa, 2007.

**COMPANY, Babcock & Wilcox.** Steam Its Generatin And Us, 2005.

**DATA, Material Property.** www.matweb.com . [En línea] [Citado el: 12 de octubre de 2013.] <http://www.matweb.com/search/PropertySearch.aspx>.

**IDELCHIK, Isaak E.** Hanbook of Hydraulic Resistance. s.l. : Jaico Publishing House, 2008.

**JAMES, John E.** Gas Dynamics. New Jersy : Prentice-Hall, 2006.

**LEYES, William Fleming Richard A.** The History of North American Small Gas Turbines .

**MATTINGLY, Jack D.** Elements of Propulsion: Gas Turbines And Rockets. s.l. : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.

**MOTT, Robert L.** Mecanica de fluidos . Mexico : Pearson Educacion de Mexico, 2006.

**OÑATE, Esteban Antonio.** Turborreactores Teoría, Sistemas y Propulsion de aviones: Editorial Aeronáutica Summas S.A. , 1981.

**RAYMER, Daniel.** Aircraft design A Conceptual Approach . United States of America : American Institute of Aeronautics and Astronautics , 1992.

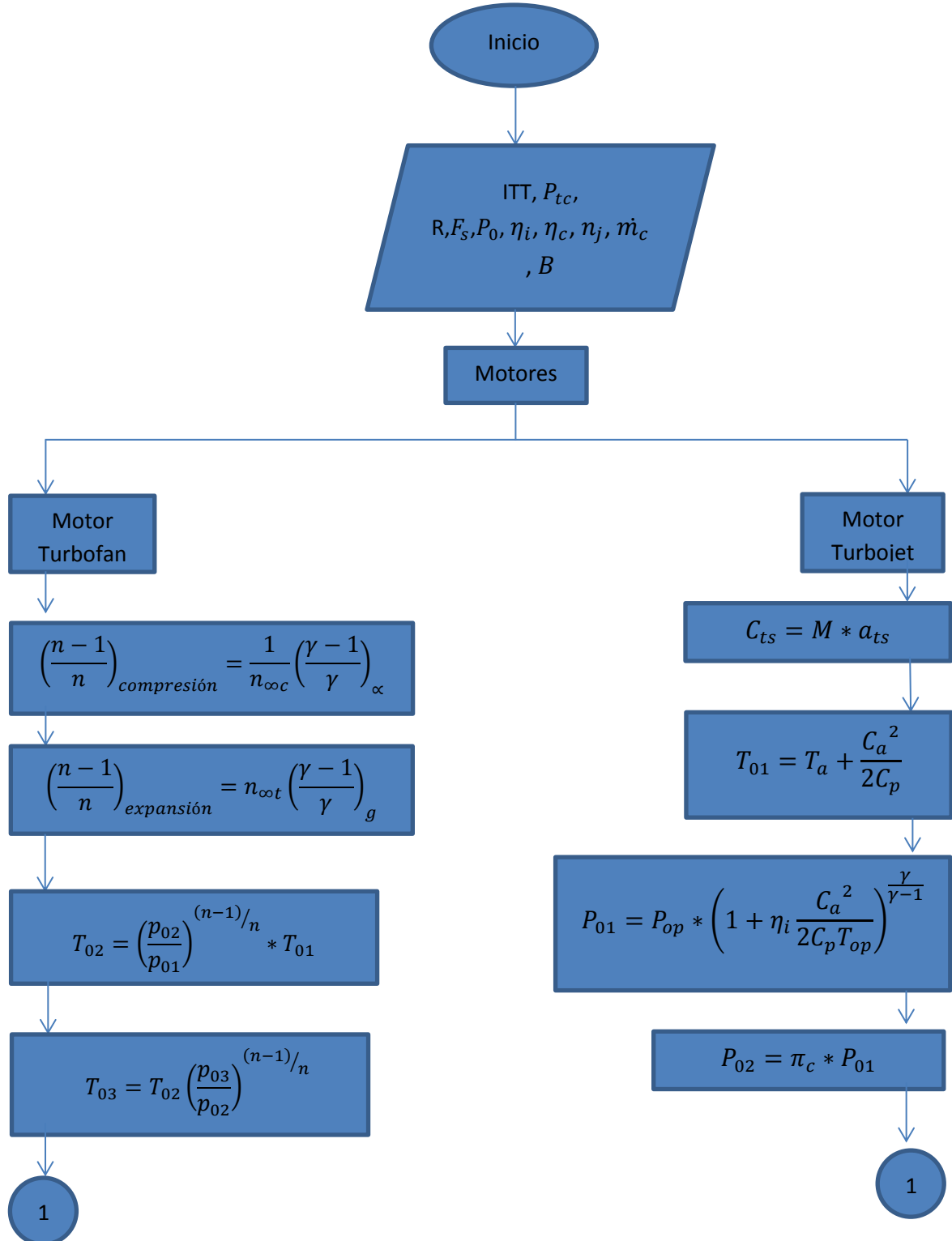
**ROMEVA, Carlos Riba.** Seleccin de materiales en el diseo de maquinas. Catalunya : Universidad Politecnica de Catalunya, 2008.

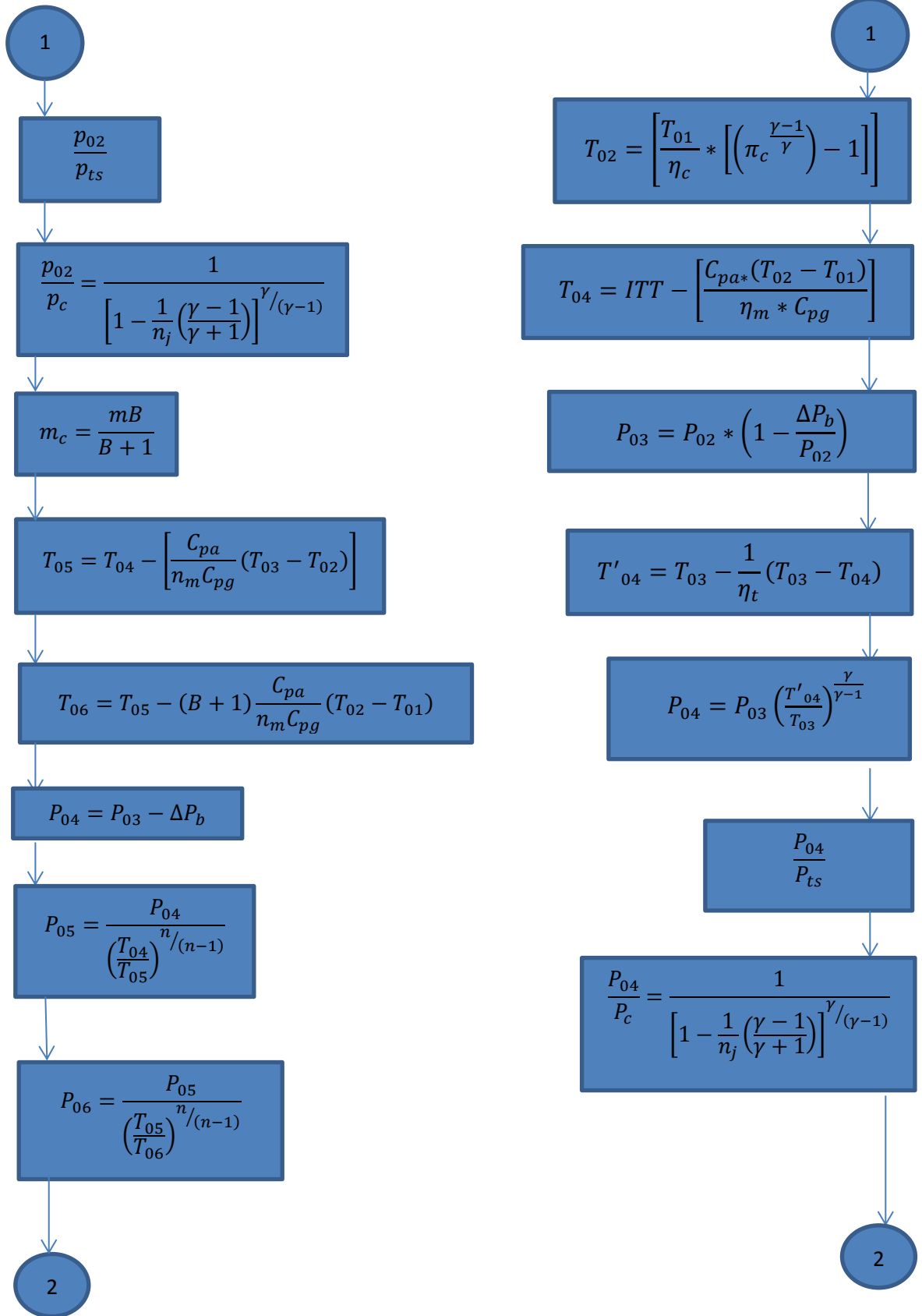
**SARAVANAMUTTOO, H.H.** Gas turbine theory . England : Longman House, Burn Mil, Harlow , 1996.

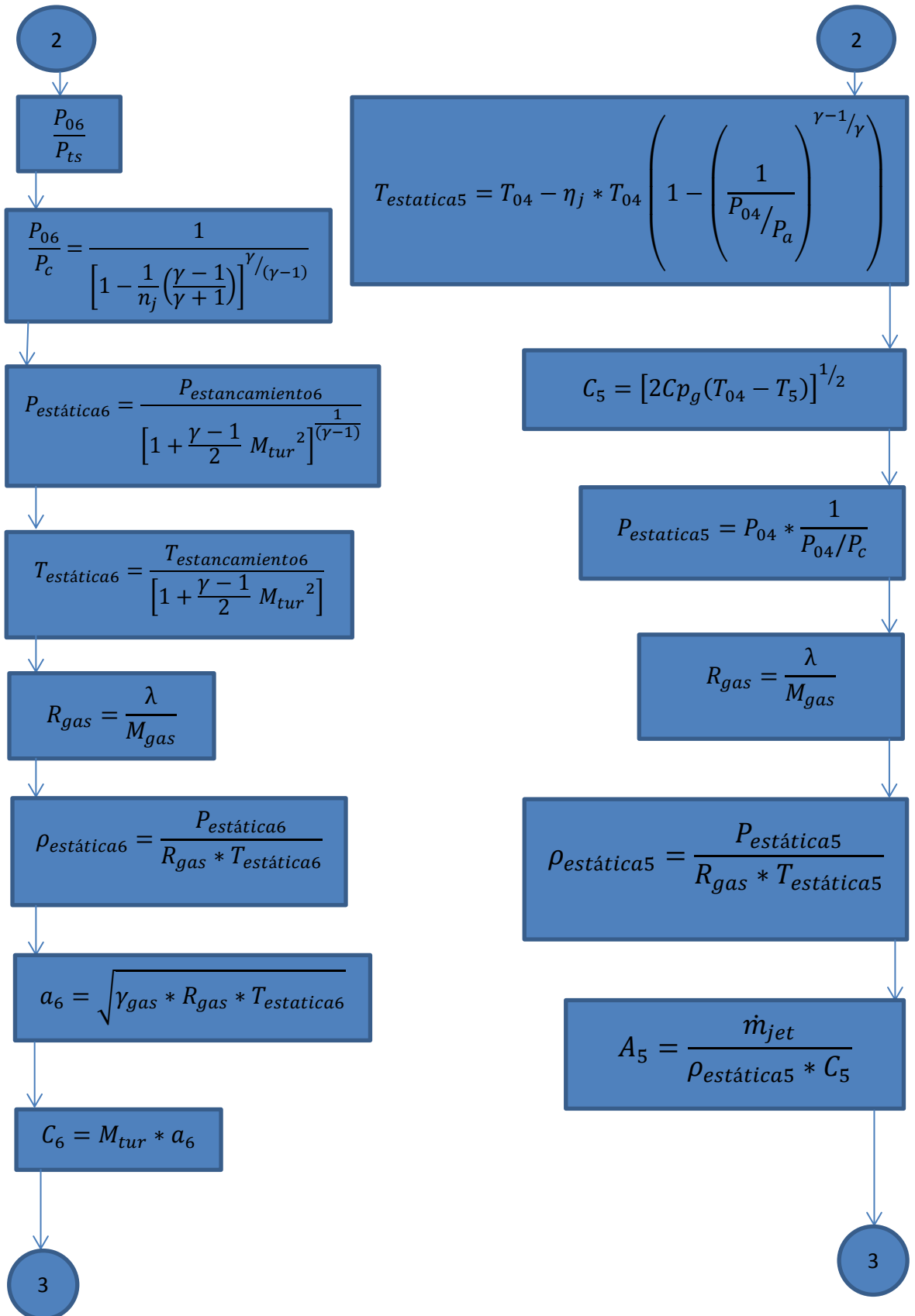
**VAZQUEZ, Emma del Carmen.** Materiales Ceramicos Propiedades, Aplicaciones y Fabricación: Universidad Autónoma de México, 2005.

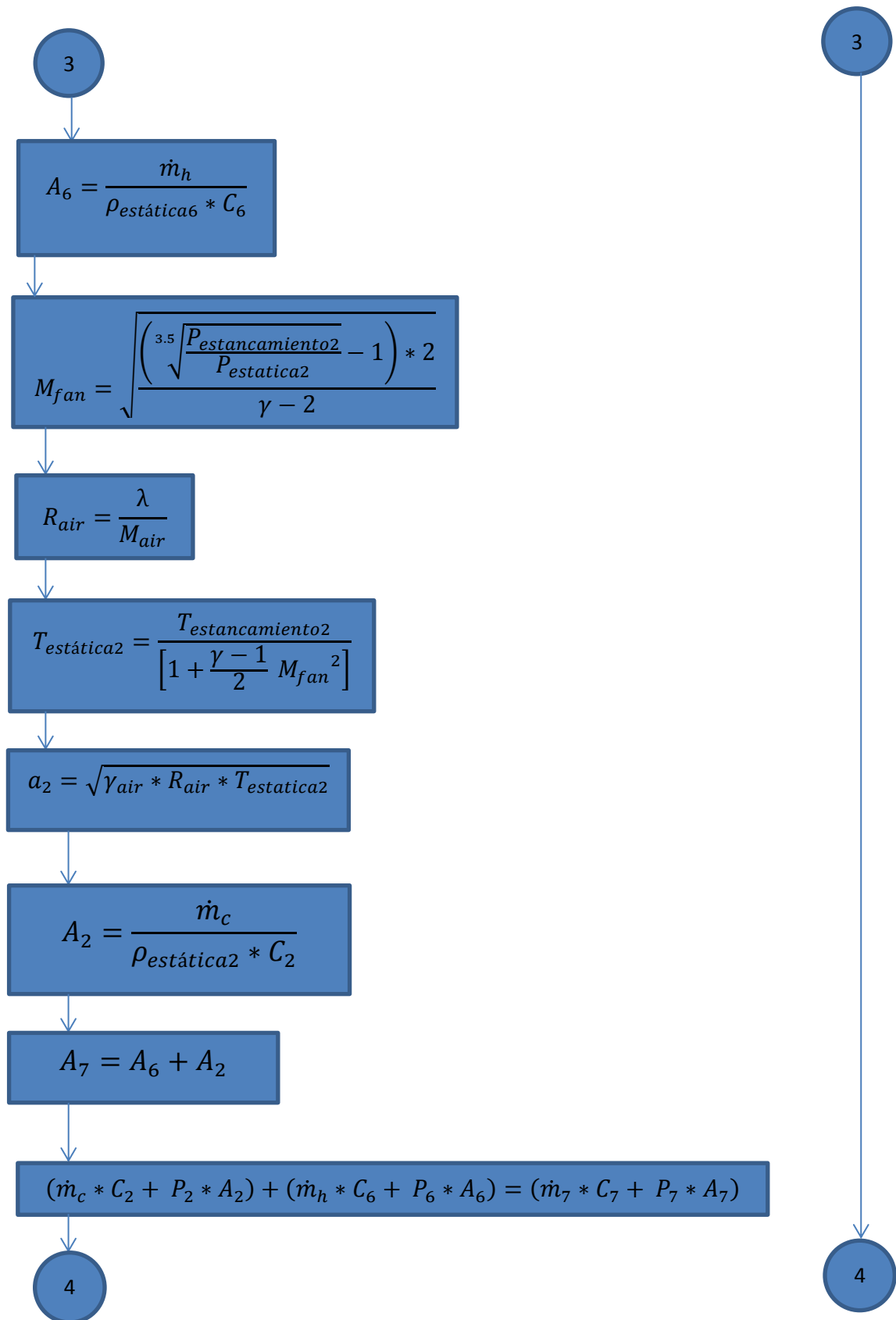
## ANEXO A

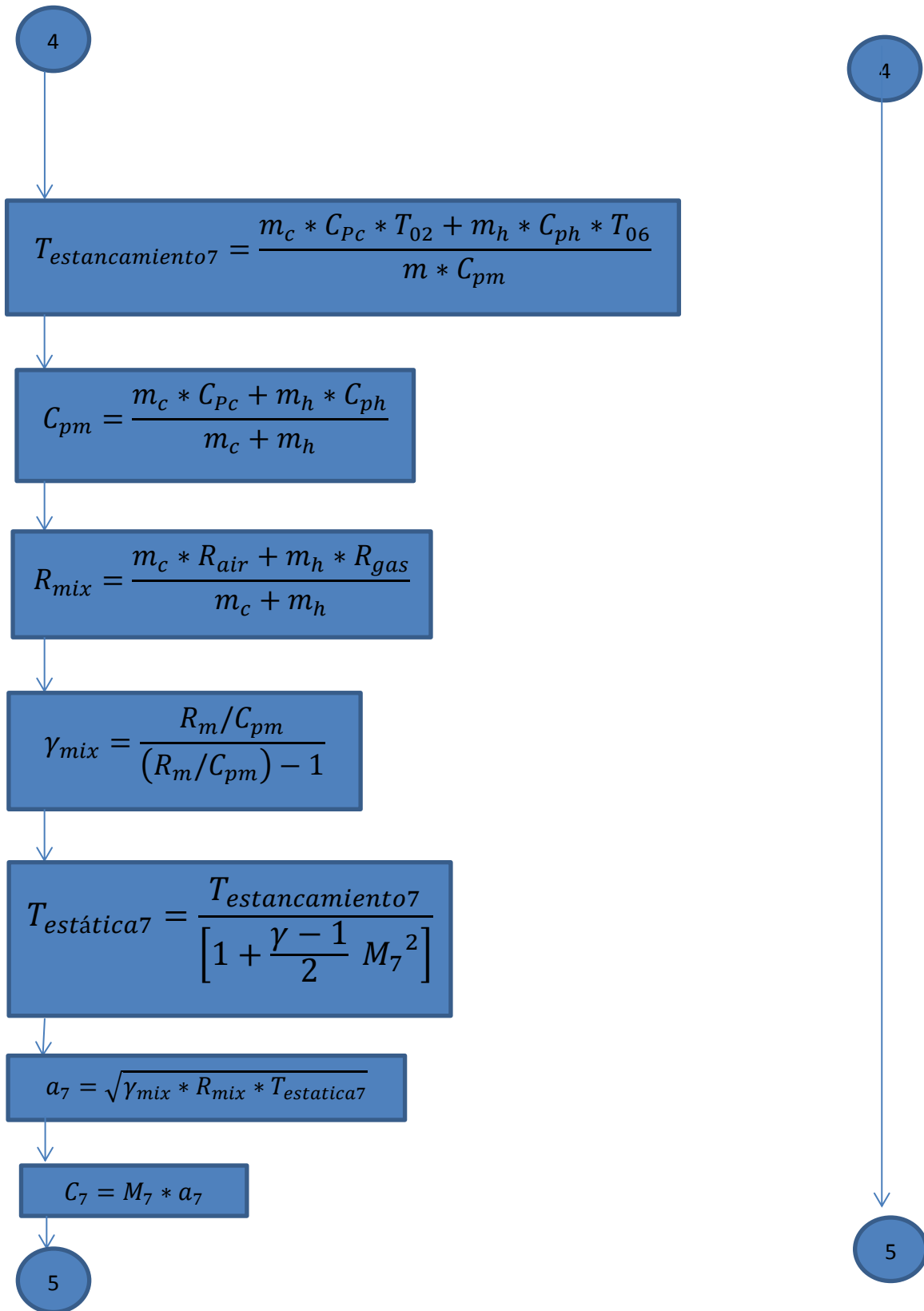
### Metodología de diseño propuesta



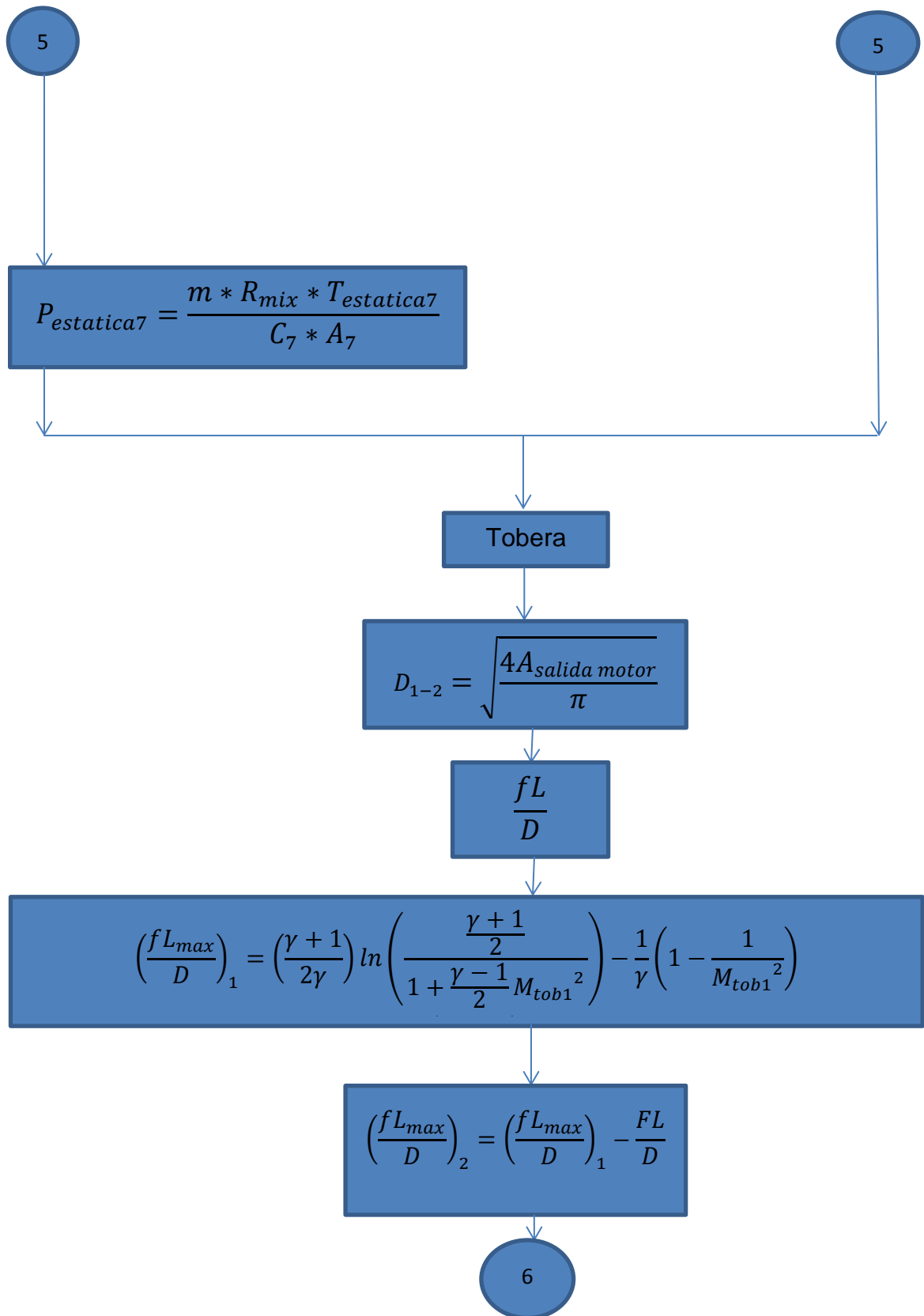












6

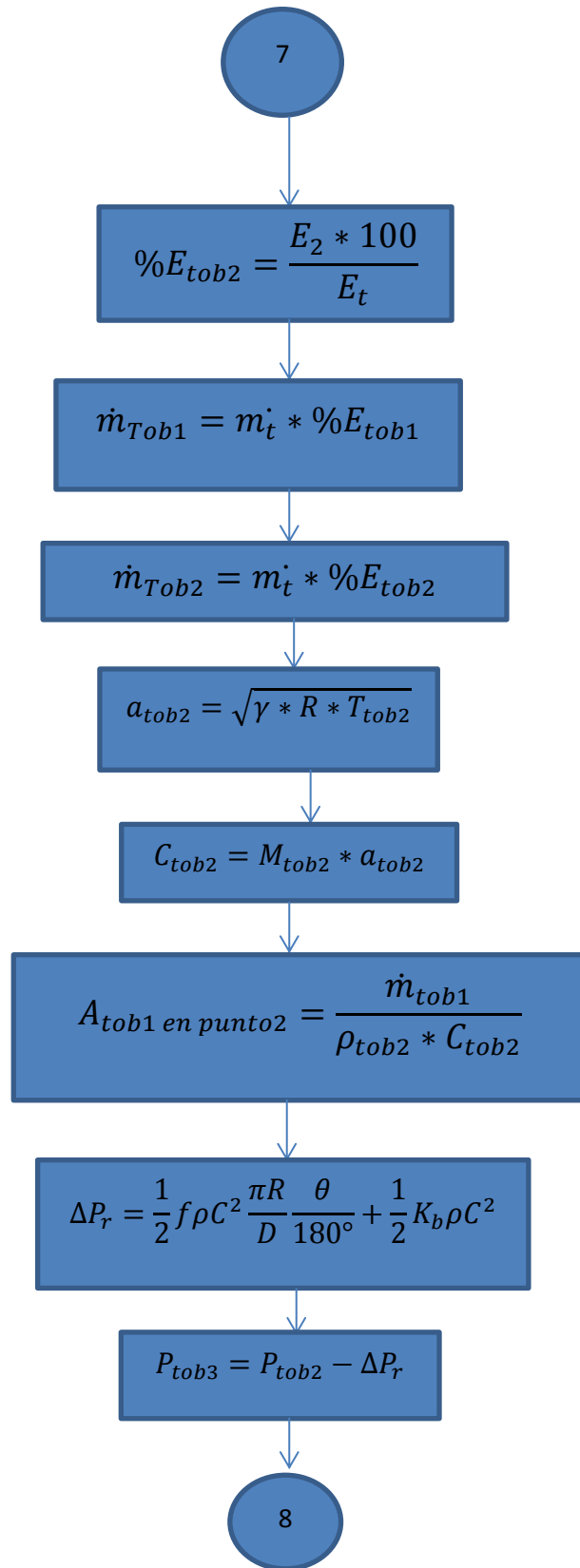
$$P_{tob2} = P_{tob1} * \frac{\left(\frac{1}{M_{tob2}}\right) \left[ \frac{\gamma + 1}{2 + (\gamma - 1)M_{tob2}^2} \right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{M_{tob1}}\right) \left[ \frac{\gamma + 1}{2 + (\gamma - 1)M_{tob1}^2} \right]^{1/2}}$$

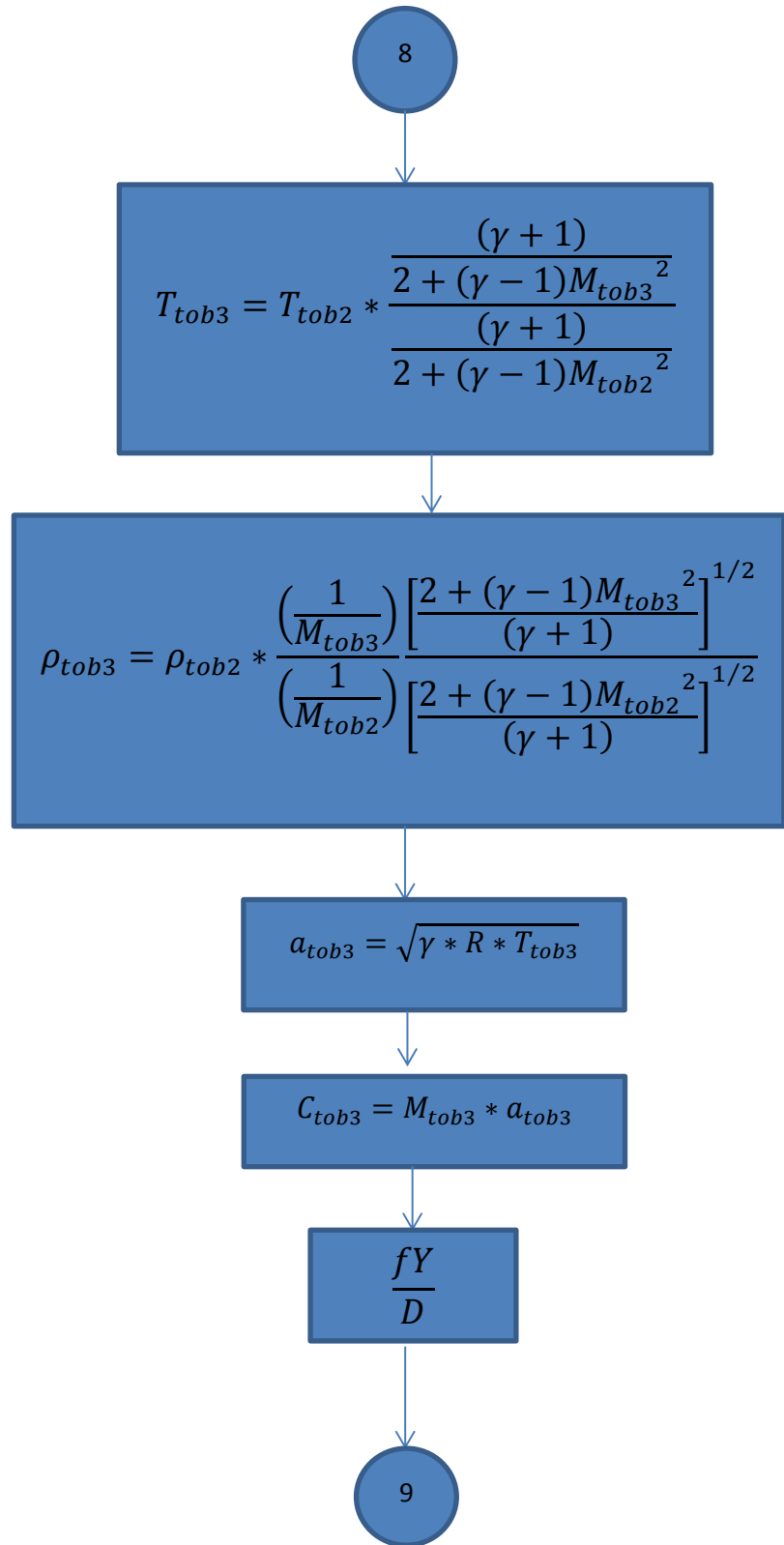
$$T_{tob2} = T_{tob1} * \frac{\frac{(\gamma + 1)}{2 + (\gamma - 1)M_{tob2}^2}}{\frac{(\gamma + 1)}{2 + (\gamma - 1)M_{tob1}^2}}$$

$$\rho_{tob2} = \rho_{tob1} * \frac{\left(\frac{1}{M_{tob2}}\right) \left[ \frac{2 + (\gamma - 1)M_{tob2}^2}{(\gamma + 1)} \right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{M_{tob1}}\right) \left[ \frac{2 + (\gamma - 1)M_{tob1}^2}{(\gamma + 1)} \right]^{1/2}}$$

$$\%E_{tob1} = \frac{E_1 * 100}{E_t}$$

7





9

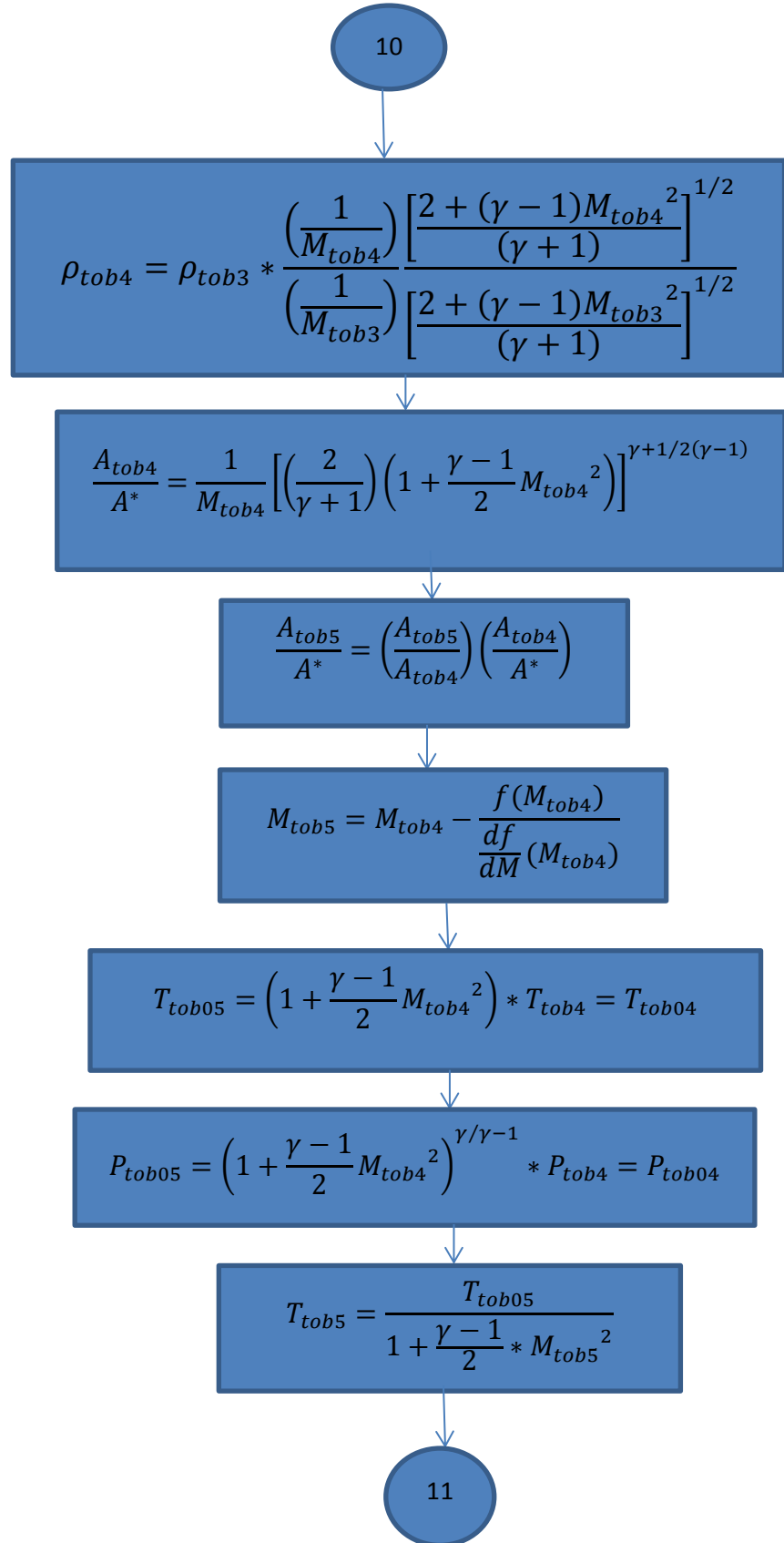
$$\left(\frac{fY_{max}}{D}\right)_1 = \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \ln\left(\frac{\frac{\gamma+1}{2}}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{tob3}^2}\right) - \frac{1}{\gamma}\left(1 - \frac{1}{M_{tob3}^2}\right) - \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \ln\left(\frac{1}{M_{tob3}^2}\right)$$

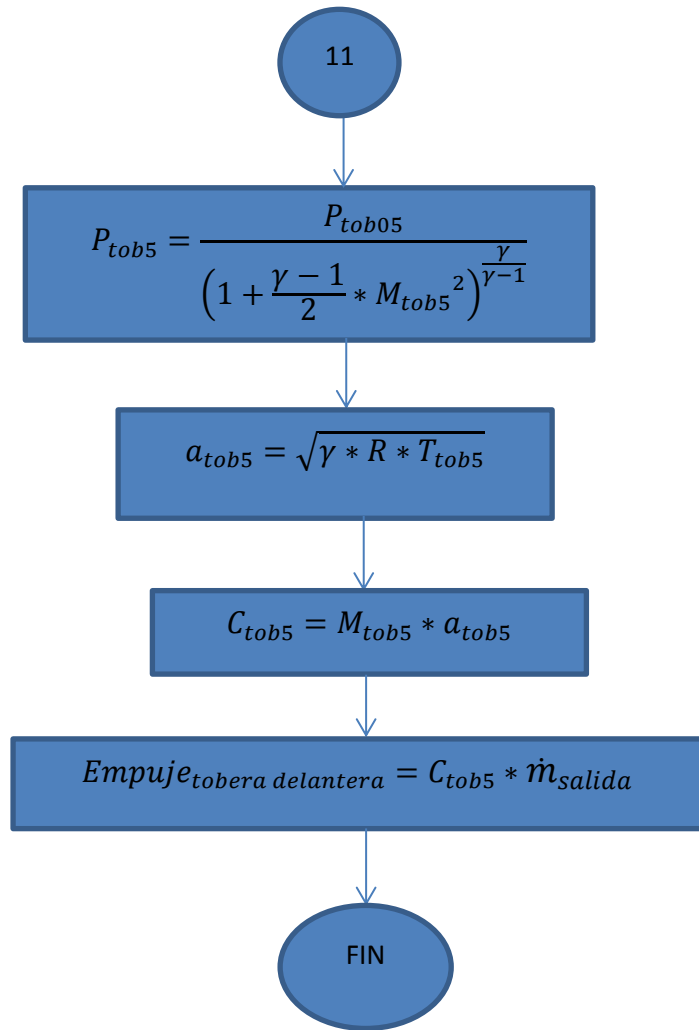
$$\left(\frac{fY_{max}}{D}\right)_2 = \left(\frac{fY_{max}}{D}\right)_1 - \frac{Fy}{D}$$

$$P_{tob4} = P_{tob3} * \frac{\left(\frac{1}{M_{tob4}}\right) \left[\frac{\gamma+1}{2 + (\gamma-1)M_{tob4}^2}\right]^{1/2}}{\left(\frac{1}{M_{tob3}}\right) \left[\frac{\gamma+1}{2 + (\gamma-1)M_{tob3}^2}\right]^{1/2}}$$

$$T_{tob4} = T_{tob3} * \frac{\frac{(\gamma+1)}{2 + (\gamma-1)M_{tob4}^2}}{\frac{(\gamma+1)}{2 + (\gamma-1)M_{tob3}^2}}$$

10





## ANEXO B

### Tablas para tuberías rectas con fricción en flujos compresibles, subsónicos, adiabáticos e isentrópicos

$$\left(\frac{fL_{max}}{D}\right)_1 = \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \ln\left(\frac{\frac{\gamma+1}{2}}{1+\frac{\gamma-1}{2}M^2}\right) - \frac{1}{\gamma}\left(1 - \frac{1}{M^2}\right) - \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \ln\left(\frac{1}{M^2}\right)$$

$$\frac{P}{P^*} = \left(\frac{1}{M}\right) \left[\frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)M^2}\right]^{1/2}$$

$$\frac{T}{T^*} = \frac{(\gamma+1)}{2+(\gamma-1)M^2}$$

$$\frac{\rho}{\rho^*} = \left(\frac{1}{M}\right) \left[\frac{2+(\gamma-1)M^2}{(\gamma+1)}\right]$$

\* : Subíndice asociado a los parámetros determinados cuando el número de Mach es igual a uno.

relación de calores específicos (γ)			0,9	
Mach	T/T*	P/P*	ρ/ρ*	fLmáx/D
0,01	0,95000475	97,4681871	102,597579	11100,2237
0,02	0,950019	48,7344591	51,2984046	2768,35341
0,03	0,95004275	32,4900455	34,1985089	1225,99901
0,04	0,95007601	24,3679606	25,6484328	686,482183
0,05	0,95011876	19,4948072	20,5182845	436,952363
0,06	0,95017103	16,2461195	17,0981002	301,533695
0,07	0,95023281	13,9256979	14,655038	219,97322
0,08	0,9503041	12,1854428	12,8226773	167,107365
0,09	0,95038491	10,8319652	11,3974508	130,917425
0,1	0,95047524	9,74923196	10,2572183	105,074864
0,11	0,9505751	8,86340372	9,32425406	85,9902435
0,12	0,95068449	8,12525424	8,54674111	71,5047858
0,13	0,95080343	7,50070383	7,88880604	60,2570204
0,14	0,95093191	6,96540985	7,324825	51,353932
0,15	0,95106995	6,50152103	6,83600718	44,1901062
0,16	0,95121756	6,09564893	6,40825947	38,3433767
0,17	0,95137474	5,73755532	6,03080479	33,5121099
0,18	0,9515415	5,41927714	5,69526096	29,4761688
0,19	0,95171785	5,13452776	5,39501047	26,0718656
0,2	0,95190381	4,87827789	5,1247593	23,1754537
0,21	0,95209938	4,64645619	4,88022184	20,6919872
0,22	0,95230458	4,43573155	4,65789167	18,5476435
0,23	0,95251941	4,24335222	4,45487216	16,6843304



Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fL <sub>máx</sub> /D
0,24	0,9527439	4,06702505	4,26874949	15,0558332
0,25	0,95297806	3,9048238	4,09749603	13,6250188
0,26	0,95322189	3,75511858	3,93939608	12,3617787
0,27	0,95347542	3,61652096	3,79298815	11,2414946
0,28	0,95373866	3,48784086	3,6570195	10,2438818
0,29	0,95401162	3,36805236	3,53041021	9,35210655
0,3	0,95429432	3,25626631	3,41222433	8,55210609
0,31	0,95458679	3,1517083	3,30164668	7,83206018
0,32	0,95488903	3,05370074	3,19796399	7,18197618
0,33	0,95520107	2,96164814	3,10054943	6,59336109
0,34	0,95552292	2,87502508	3,00884993	6,05896011
0,35	0,95585461	2,79336621	2,92237562	5,57254684
0,36	0,95619615	2,71625785	2,84069105	5,12875376
0,37	0,95654757	2,64333108	2,76340787	4,7229344
0,38	0,95690888	2,57425578	2,69017858	4,3510506
0,39	0,95728012	2,50873571	2,62069134	4,00957976
0,4	0,95766129	2,44650425	2,55466549	3,69543822
0,41	0,95805243	2,3873208	2,49184776	3,40591748
0,42	0,95845356	2,33096765	2,43200897	3,13863107
0,43	0,9588647	2,27724738	2,37494129	2,89146988
0,44	0,95928589	2,22598048	2,32045578	2,66256462
0,45	0,95971714	2,17700342	2,26838027	2,45025399
0,46	0,96015848	2,13016688	2,2185576	2,25305773
0,47	0,96060994	2,08533427	2,17084395	2,06965359
0,48	0,96107154	2,04238034	2,1251075	1,8988577
0,49	0,96154333	2,00119012	2,08122719	1,73960765
0,5	0,96202532	1,96165779	2,03909165	1,59094797
0,51	0,96251754	1,92368585	1,99859823	1,4520176
0,52	0,96302003	1,88718431	1,95965219	1,322039
0,53	0,96353282	1,85206995	1,92216593	1,2003087
0,54	0,96405594	1,81826574	1,88605835	1,08618912
0,55	0,96458941	1,78570024	1,85125423	0,97910133
0,56	0,96513329	1,7543071	1,81768375	0,87851878
0,57	0,96568759	1,72402465	1,78528197	0,78396182
0,58	0,96625236	1,69479546	1,75398842	0,69499279
0,59	0,96682763	1,66656599	1,72374675	0,61121176
0,6	0,96741344	1,6392863	1,69450436	0,53225275
0,61	0,96800982	1,61290968	1,6662121	0,45778038
0,62	0,96861682	1,58739246	1,63882397	0,38748688
0,63	0,96923446	1,56269374	1,61229693	0,32108947
0,64	0,96986279	1,53877519	1,5865906	0,25832799

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,65	0,97050185	1,51560081	1,56166709	0,19896281
0,66	0,97115168	1,4931368	1,53749082	0,14277294
0,67	0,97181233	1,47135137	1,51402831	0,08955433
0,68	0,97248383	1,45021463	1,49124807	0,03911842
0,69	0,97316622	1,42969837	1,46912042	-0,00870929
0,7	0,97385956	1,40977604	1,4476174	-0,05409039
0,71	0,97456388	1,39042257	1,42671259	-0,09717473
0,72	0,97527924	1,37161426	1,40638108	-0,13810135
0,73	0,97600567	1,35332876	1,38659928	-0,17699943
0,74	0,97674323	1,33554487	1,3673449	-0,21398904
0,75	0,97749196	1,31824258	1,34859684	-0,24918196
0,76	0,97825192	1,30140287	1,33033511	-0,28268227
0,77	0,97902314	1,28500777	1,31254075	-0,31458699
0,78	0,97980569	1,26904019	1,29519577	-0,34498666
0,79	0,98059961	1,25348392	1,27828311	-0,37396578
0,8	0,98140496	1,23832356	1,26178654	-0,40160332
0,81	0,98222179	1,22354448	1,24569064	-0,42797313
0,82	0,98305015	1,20913275	1,22998074	-0,45314431
0,83	0,98389009	1,19507511	1,21464289	-0,47718156
0,84	0,98474169	1,18135895	1,1996638	-0,50014552
0,85	0,98560498	1,16797223	1,18503078	-0,52209305
0,86	0,98648003	1,1549035	1,17073176	-0,54307749
0,87	0,9873669	1,14214181	1,15675521	-0,56314895
0,88	0,98826565	1,12967672	1,14309014	-0,58235447
0,89	0,98917633	1,11749825	1,12972603	-0,60073831
0,9	0,99009901	1,10559688	1,11665285	-0,61834209
0,91	0,99103375	1,0939635	1,10386099	-0,63520496
0,92	0,99198062	1,08258939	1,09134127	-0,65136382
0,93	0,99293968	1,07146622	1,07908491	-0,66685342
0,94	0,99391099	1,06058601	1,06708349	-0,68170652
0,95	0,99489462	1,0499411	1,05532895	-0,69595404
0,96	0,99589064	1,03952417	1,04381358	-0,70962515
0,97	0,99689912	1,0293282	1,03252995	-0,72274737
0,98	0,99792012	1,01934645	1,02147098	-0,73534674
0,99	0,99895373	1,00957245	1,01062985	-0,74744784
1	1	1	1	-0,75907393

relación de calores específicos ( $\gamma$ )				1
Mach	$T/T^*$	$P/P^*$	$\rho/\rho^*$	$fL_{m\acute{a}x}/D$
0,01	1	100	100	9989,78956
0,02	1	50	50	2491,17555
0,03	1	33,3333333	33,3333333	1103,0971
0,04	1	25	25	617,56065
0,05	1	20	20	393,006039
0,06	1	16,6666667	16,6666667	271,147363
0,07	1	14,2857143	14,2857143	197,758225
0,08	1	12,5	12,5	150,192163
0,09	1	11,1111111	11,1111111	117,632832
0,1	1	10	10	94,3848795
0,11	1	9,09090909	9,09090909	77,2180509
0,12	1	8,33333333	8,33333333	64,1896201
0,13	1	7,69230769	7,69230769	54,0743972
0,14	1	7,14285714	7,14285714	46,0687721
0,15	1	6,66666667	6,66666667	39,6279539
0,16	1	6,25	6,25	34,3720593
0,17	1	5,88235294	5,88235294	30,0296722
0,18	1	5,55555556	5,55555556	26,4027145
0,19	1	5,26315789	5,26315789	23,3439049
0,2	1	5	5	20,7419035
0,21	1	4,76190476	4,76190476	18,5112862
0,22	1	4,54545455	4,54545455	16,5856364
0,23	1	4,34782609	4,34782609	14,9126915
0,24	1	4,16666667	4,16666667	13,4508762
0,25	1	4	4	12,1667867
0,26	1	3,84615385	3,84615385	11,033339
0,27	1	3,7037037	3,7037037	10,0283892
0,28	1	3,57142857	3,57142857	9,13369223
0,29	1	3,44827586	3,44827586	8,33410756
0,3	1	3,33333333	3,33333333	7,61698781
0,31	1	3,22580645	3,22580645	6,97170288
0,32	1	3,125	3,125	6,38926681
0,33	1	3,03030303	3,03030303	5,86204267
0,34	1	2,94117647	2,94117647	5,38350733
0,35	1	2,85714286	2,85714286	4,94806272
0,36	1	2,77777778	2,77777778	4,5508833
0,37	1	2,7027027	2,7027027	4,18779209
0,38	1	2,63157895	2,63157895	3,85515922
0,39	1	2,56410256	2,56410256	3,54981852

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,4	1	2,5	2,5	3,26899853
0,41	1	2,43902439	2,43902439	3,01026524
0,42	1	2,38095238	2,38095238	2,77147418
0,43	1	2,3255814	2,3255814	2,5507303
0,44	1	2,27272727	2,27272727	2,3463542
0,45	1	2,22222222	2,22222222	2,15685349
0,46	1	2,17391304	2,17391304	1,98089854
0,47	1	2,12765957	2,12765957	1,8173018
0,48	1	2,08333333	2,08333333	1,66500011
0,49	1	2,04081633	2,04081633	1,52303948
0,5	1	2	2	1,39056209
0,51	1	1,96078431	1,96078431	1,26679494
0,52	1	1,92307692	1,92307692	1,15104011
0,53	1	1,88679245	1,88679245	1,04266626
0,54	1	1,85185185	1,85185185	0,94110124
0,55	1	1,81818182	1,81818182	0,84582563
0,56	1	1,78571429	1,78571429	0,75636706
0,57	1	1,75438596	1,75438596	0,67229529
0,58	1	1,72413793	1,72413793	0,59321782
0,59	1	1,69491525	1,69491525	0,51877604
0,6	1	1,66666667	1,66666667	0,44864183
0,61	1	1,63934426	1,63934426	0,38251455
0,62	1	1,61290323	1,61290323	0,32011838
0,63	1	1,58730159	1,58730159	0,26119991
0,64	1	1,5625	1,5625	0,20552607
0,65	1	1,53846154	1,53846154	0,15288219
0,66	1	1,51515152	1,51515152	0,10307035
0,67	1	1,49253731	1,49253731	0,05590785
0,68	1	1,47058824	1,47058824	0,01122587
0,69	1	1,44927536	1,44927536	-0,03113176
0,7	1	1,42857143	1,42857143	-0,07130968
0,71	1	1,4084507	1,4084507	-0,10944194
0,72	1	1,38888889	1,38888889	-0,14565294
0,73	1	1,36986301	1,36986301	-0,18005818
0,74	1	1,35135135	1,35135135	-0,21276505
0,75	1	1,33333333	1,33333333	-0,24387347
0,76	1	1,31578947	1,31578947	-0,27347646
0,77	1	1,2987013	1,2987013	-0,30166072
0,78	1	1,28205128	1,28205128	-0,32850712
0,79	1	1,26582278	1,26582278	-0,35409116

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,8	1	1,25	1,25	-0,37848334
0,81	1	1,2345679	1,2345679	-0,4017496
0,82	1	1,2195122	1,2195122	-0,4239516
0,83	1	1,20481928	1,20481928	-0,4451471
0,84	1	1,19047619	1,19047619	-0,46539017
0,85	1	1,17647059	1,17647059	-0,48473154
0,86	1	1,1627907	1,1627907	-0,50321877
0,87	1	1,14942529	1,14942529	-0,52089654
0,88	1	1,13636364	1,13636364	-0,53780677
0,89	1	1,12359551	1,12359551	-0,55398889
0,9	1	1,11111111	1,11111111	-0,56947998
0,91	1	1,0989011	1,0989011	-0,58431491
0,92	1	1,08695652	1,08695652	-0,59852654
0,93	1	1,07526882	1,07526882	-0,61214579
0,94	1	1,06382979	1,06382979	-0,62520183
0,95	1	1,05263158	1,05263158	-0,63772216
0,96	1	1,04166667	1,04166667	-0,64973272
0,97	1	1,03092784	1,03092784	-0,661258
0,98	1	1,02040816	1,02040816	-0,67232113
0,99	1	1,01010101	1,01010101	-0,68294397
1	1	1	1	-0,69314718

relación de calores específicos ( $\gamma$ )			1,0037	
Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,01	1,00184981	100,092448	99,9076374	9952,94846
0,02	1,00184926	50,0462101	49,9538326	2481,97961
0,03	1,00184833	33,3641246	33,3025704	1099,0196
0,04	1,00184703	25,0230773	24,976944	615,274072
0,05	1,00184537	20,0184452	19,9815718	391,548069
0,06	1,00184333	16,6820207	16,6513268	270,139276
0,07	1,00184092	14,2988577	14,272583	197,02124
0,08	1,00183814	12,5114831	12,4885274	149,631011
0,09	1,00183499	11,1213008	11,1009307	117,192133
0,1	1,00183147	10,0091531	9,99085523	94,0302629
0,11	1,00182757	9,09921245	9,08261331	76,9270612
0,12	1,00182331	8,340927	8,32574658	63,9469703
0,13	1,00181868	7,69929943	7,6853223	53,8693218
0,14	1,00181367	7,14933162	7,13638853	45,8934718

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fL <sub>máx</sub> /D
0,15	1,0018083	6,67269161	6,66064716	39,4766407
0,16	1,00180255	6,25563045	6,24437462	34,2403481
0,17	1,00179644	5,88763421	5,87707641	29,9141804
0,18	1,00178995	5,56052542	5,55059013	26,3007914
0,19	1,0017831	5,26784816	5,2584718	23,253444
0,2	1,00177587	5,0044377	4,99556623	20,6612099
0,21	1,00176827	4,76611307	4,75770017	18,4389812
0,22	1,0017603	4,54945347	4,54145913	16,5205866
0,23	1,00175196	4,35163304	4,34402247	14,8539573
0,24	1,00174325	4,17029686	4,16303963	13,3976717
0,25	1,00173417	4,00346685	3,99653616	12,1184496
0,26	1,00172472	3,84946919	3,84284135	10,9893077
0,27	1,0017149	3,70687809	3,70053203	9,98818402
0,28	1,00170471	3,57447141	3,56838833	9,09690106
0,29	1,00169415	3,45119558	3,44535862	8,30037459
0,3	1,00168322	3,33613752	3,3305315	7,58600415
0,31	1,00167192	3,22850197	3,22311319	6,94319913
0,32	1,00166025	3,12759306	3,12240909	6,36300699
0,33	1,0016482	3,03279928	3,02780884	5,83781917
0,34	1,00163579	2,94358106	2,93877384	5,36113683
0,35	1,00162301	2,8594605	2,85482709	4,92738274
0,36	1,00160985	2,78001279	2,77554457	4,53174936
0,37	1,00159633	2,70485905	2,70054808	4,17007527
0,38	1,00158244	2,63366028	2,62949926	3,83874415
0,39	1,00156817	2,56611226	2,56209445	3,53460165
0,4	1,00155354	2,50194117	2,49806033	3,2548867
0,41	1,00153854	2,44089993	2,43715029	2,99717435
0,42	1,00152316	2,38276498	2,37914116	2,75932819
0,43	1,00150742	2,32733355	2,32383056	2,53946027
0,44	1,00149131	2,27442131	2,2710345	2,33589748
0,45	1,00147482	2,22386031	2,22058534	2,14715304
0,46	1,00145797	2,17549722	2,17233003	1,97190233
0,47	1,00144075	2,12919173	2,12612852	1,80896225
0,48	1,00142315	2,08481526	2,08185246	1,65727364
0,49	1,00140519	2,04224969	2,03938397	1,51588613
0,5	1,00138686	2,00138638	1,99861458	1,38394512
0,51	1,00136816	1,96212519	1,95944436	1,26068055
0,52	1,00134909	1,92437368	1,92178104	1,14539714
0,53	1,00132964	1,88804642	1,88553932	1,03746593

Mach	$T/T^*$	$P/P^*$	$\rho/\rho^*$	$f_{L\text{máx}}/D$
0,54	1,00130983	1,85306426	1,85064023	0,93631696
0,55	1,00128965	1,81935385	1,81701054	0,84143275
0,56	1,0012691	1,78684705	1,78458223	0,75234277
0,57	1,00124818	1,75548052	1,75329209	0,6686184
0,58	1,0012269	1,72519528	1,72308123	0,58986863
0,59	1,00120524	1,69593634	1,69389479	0,51573623
0,6	1,00118321	1,66765239	1,66568153	0,44589434
0,61	1,00116082	1,64029547	1,6383936	0,38004347
0,62	1,00113805	1,61382075	1,61198623	0,31790885
0,63	1,00111492	1,5881862	1,58641747	0,25923807
0,64	1,00109141	1,56335243	1,56164803	0,20379892
0,65	1,00106754	1,5392825	1,53764101	0,15137759
0,66	1,0010433	1,51594169	1,51436175	0,10177692
0,67	1,00101869	1,49329734	1,49177768	0,05481493
0,68	1,00099371	1,47131872	1,46985811	0,01032342
0,69	1,00096836	1,4499769	1,44857416	-0,03185315
0,7	1,00094265	1,42924459	1,42789859	-0,07185886
0,71	1,00091656	1,40909602	1,40780568	-0,10982723
0,72	1,00089011	1,38950688	1,38827117	-0,14588217
0,73	1,00086328	1,37045418	1,36927211	-0,18013875
0,74	1,00083609	1,35191616	1,35078678	-0,21270393
0,75	1,00080853	1,33387225	1,33279464	-0,24367722
0,76	1,00078061	1,31630293	1,31527622	-0,27315128
0,77	1,00075231	1,29918972	1,29821306	-0,30121248
0,78	1,00072365	1,28251507	1,28158766	-0,32794137
0,79	1,00069461	1,26626234	1,26538339	-0,35341313
0,8	1,00066521	1,25041569	1,24958445	-0,377698
0,81	1,00063544	1,23496009	1,23417584	-0,40086164
0,82	1,00060531	1,21988123	1,21914327	-0,42296547
0,83	1,0005748	1,20516549	1,20447316	-0,44406702
0,84	1,00054393	1,19079991	1,19015255	-0,46422016
0,85	1,00051269	1,17677213	1,17616912	-0,48347539
0,86	1,00048108	1,16307036	1,1625111	-0,5018801
0,87	1,00044911	1,14968337	1,14916727	-0,51947876
0,88	1,00041676	1,13660041	1,13612691	-0,53631315
0,89	1,00038405	1,12381124	1,12337981	-0,55242253
0,9	1,00035097	1,11130608	1,11091618	-0,56784382
0,91	1,00031753	1,09907555	1,09872667	-0,58261177
0,92	1,00028372	1,0871107	1,08680236	-0,59675908

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,93	1,00024954	1,07540297	1,07513468	-0,61031656
0,94	1,00021499	1,06394414	1,06371545	-0,62331326
0,95	1,00018007	1,05272635	1,05253682	-0,63577656
0,96	1,00014479	1,04174208	1,04159126	-0,64773229
0,97	1,00010915	1,03098409	1,03087158	-0,65920485
0,98	1,00007313	1,02044547	1,02037085	-0,67021727
0,99	1,00003675	1,01011957	1,01008245	-0,68079132
1	1	1	1	-0,69094757

relación de calores específicos ( $\gamma$ )				1,1
Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,01	1,04999475	102,469251	97,5902513	9081,25478
0,02	1,049979	51,2342415	48,7954916	2264,39595
0,03	1,04995275	34,1557341	32,5307343	1002,54325
0,04	1,04991601	25,6163523	24,3984777	561,172571
0,05	1,04986877	20,4926208	19,5192213	357,052218
0,06	1,04981103	17,0767144	16,266465	246,288076
0,07	1,04974281	14,6367082	13,9431373	179,584571
0,08	1,04966411	12,8066396	12,2007026	136,354697
0,09	1,04957492	11,383196	10,8455297	106,765856
0,1	1,04947526	10,24439	9,76144017	85,6407577
0,11	1,04936513	9,31259315	8,87450216	70,043022
0,12	1,04924454	8,53605321	8,13542778	58,2066941
0,13	1,0491135	7,87894167	7,51009464	49,0180861
0,14	1,04897201	7,31566675	6,97412962	41,7467374
0,15	1,04882008	6,82746114	6,50965908	35,8974585
0,16	1,04865772	6,40024938	6,10327781	31,1249612
0,17	1,04848494	6,02326786	5,74473474	27,1825528
0,18	1,04830175	5,68814489	5,42605685	23,8902033
0,19	1,04810816	5,38827126	5,14094961	21,1140552
0,2	1,04790419	5,11835958	4,88437743	18,7529191
0,21	1,04768984	4,8741296	4,65226386	16,729162
0,22	1,04746513	4,65207928	4,44127363	14,9824265
0,23	1,04723008	4,44931565	4,24865152	13,4652198
0,24	1,04698468	4,2634279	4,07210149	12,1397625
0,25	1,04672897	4,09239093	3,90969491	10,9757018
0,26	1,04646296	3,93449123	3,75979982	9,94842872
0,27	1,04618665	3,78826911	3,62102605	9,03782377



Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,28	1,04590007	3,65247343	3,49218202	8,22731051
0,29	1,04560324	3,52602561	3,37224052	7,50313403
0,3	1,04529617	3,40799088	3,26031128	6,85380489
0,31	1,04497888	3,29755511	3,15561891	6,2696668
0,32	1,04465138	3,1940059	3,05748496	5,74255748
0,33	1,04431371	3,09671723	2,96531319	5,26554044
0,34	1,04396588	3,00513672	2,87857753	4,83269122
0,35	1,0436079	2,91877512	2,79681201	4,43892585
0,36	1,04323981	2,83719754	2,71960245	4,07986228
0,37	1,04286161	2,76001611	2,64657945	3,75170767
0,38	1,04247334	2,68688379	2,57741246	3,45116622
0,39	1,04207502	2,61748912	2,51180488	3,17536341
0,4	1,04166667	2,55155182	2,44948974	2,92178328
0,41	1,04124831	2,48881891	2,39022613	2,68821637
0,42	1,04081997	2,42906154	2,33379606	2,47271626
0,43	1,04038167	2,37207213	2,28000184	2,27356307
0,44	1,03993344	2,31766198	2,22866376	2,08923277
0,45	1,03947531	2,26565916	2,17961805	1,91837119
0,46	1,0390073	2,21590669	2,13271522	1,75977198
0,47	1,03852944	2,16826095	2,08781847	1,6123578
0,48	1,03804176	2,1225903	2,04480242	1,47516426
0,49	1,03754428	2,07877383	2,00355191	1,34732613
0,5	1,03703704	2,03670031	1,96396101	1,22806547
0,51	1,03652006	1,99626724	1,92593209	1,11668136
0,52	1,03599337	1,95737999	1,88937502	1,01254105
0,53	1,03545701	1,91995109	1,85420648	0,91507221
0,54	1,034911	1,88389954	1,82034933	0,82375625
0,55	1,03435537	1,84915024	1,78773204	0,73812243
0,56	1,03379017	1,81563344	1,75628816	0,65774275
0,57	1,03321542	1,78328429	1,72595594	0,5822274
0,58	1,03263114	1,75204242	1,69667788	0,51122084
0,59	1,03203739	1,72185154	1,66840035	0,44439827
0,6	1,03143418	1,69265914	1,64107334	0,38146255
0,61	1,03082156	1,66441612	1,61465008	0,3221415
0,62	1,03019956	1,63707656	1,58908683	0,26618542
0,63	1,02956822	1,61059748	1,56434265	0,21336495
0,64	1,02892756	1,58493854	1,54037913	0,16346918
0,65	1,02827763	1,56006193	1,51716022	0,11630389
0,66	1,02761847	1,53593209	1,49465209	0,07169003

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,67	1,0269501	1,51251562	1,47282289	0,02946238
0,68	1,02627258	1,48978106	1,45164267	-0,01053173
0,69	1,02558593	1,46769879	1,4310832	-0,04843349
0,7	1,02489019	1,44624086	1,41111787	-0,08437364
0,71	1,02418541	1,42538093	1,39172157	-0,11847331
0,72	1,02347162	1,40509408	1,37287059	-0,1508449
0,73	1,02274886	1,3853568	1,35454251	-0,18159276
0,74	1,02201717	1,36614682	1,33671612	-0,21081386
0,75	1,0212766	1,34744307	1,31937134	-0,23859843
0,76	1,02052718	1,32922559	1,30248917	-0,26503044
0,77	1,01976895	1,31147545	1,28605157	-0,29018815
0,78	1,01900196	1,2941747	1,27004143	-0,31414453
0,79	1,01822625	1,2773063	1,25444251	-0,33696768
0,8	1,01744186	1,26085404	1,2392394	-0,35872121
0,81	1,01664883	1,24480254	1,22441741	-0,37946455
0,82	1,01584722	1,22913715	1,20996261	-0,39925331
0,83	1,01503705	1,21384394	1,19586171	-0,41813953
0,84	1,01421838	1,19890964	1,18210207	-0,43617195
0,85	1,01339124	1,18432159	1,16867163	-0,45339627
0,86	1,01255569	1,17006775	1,15555891	-0,46985533
0,87	1,01171177	1,1561366	1,14275294	-0,48558934
0,88	1,01085952	1,14251716	1,13024326	-0,50063606
0,89	1,00999899	1,12919894	1,11801987	-0,51503097
0,9	1,00913023	1,11617193	1,10607323	-0,52880743
0,91	1,00825327	1,10342655	1,09439421	-0,54199682
0,92	1,00736818	1,09095362	1,08297407	-0,55462868
0,93	1,00647499	1,07874438	1,07180446	-0,56673082
0,94	1,00557375	1,06679043	1,06087736	-0,57832945
0,95	1,00466451	1,05508373	1,05018513	-0,58944929
0,96	1,00374732	1,04361657	1,0397204	-0,60011365
0,97	1,00282223	1,03238157	1,02947615	-0,61034452
0,98	1,00188928	1,02137163	1,01944561	-0,62016269
0,99	1,00094852	1,01057995	1,0096223	-0,62958776
1	1	1	1	-0,63863828

relación de calores específicos ( $\gamma$ )			1,2	
Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmax/D
0,01	1,099989	104,88036	95,3467357	8324,14445

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,02	1,099956	52,4393936	47,6740829	2075,41492
0,03	1,09990101	34,9587218	31,7835165	918,750364
0,04	1,09982403	26,2181238	23,8384716	514,184483
0,05	1,09972507	20,9735554	19,0716353	327,092674
0,06	1,09960414	17,4770019	15,8939033	225,573973
0,07	1,09946126	14,9793141	13,6242308	164,441824
0,08	1,09929645	13,1059174	11,9220956	124,825434
0,09	1,09910972	11,6487149	10,5983185	97,7119945
0,1	1,0989011	10,4828484	9,53939201	78,3559334
0,11	1,09867061	9,52886267	8,67308418	64,0657667
0,12	1,09841828	8,73378767	7,95124029	53,2228487
0,13	1,09814414	8,06095174	7,3405225	44,8064098
0,14	1,09784822	7,48416089	6,81711804	38,1469476
0,15	1,09753056	6,98420617	6,36356421	32,7906068
0,16	1,09719119	6,54668091	5,96676401	28,4209284
0,17	1,09683016	6,16056821	5,61670205	24,811823
0,18	1,09644751	5,81729942	5,30558861	21,7983005
0,19	1,09604328	5,51010978	5,02727389	19,2576896
0,2	1,09561753	5,23358751	4,77683806	17,0972603
0,21	1,0951703	4,98335165	4,55029839	15,2458717
0,22	1,09470164	4,75581776	4,34439629	13,6482158
0,23	1,09421162	4,54802481	4,15643988	12,2607749
0,24	1,09370029	4,35750527	3,98418591	11,0489327
0,25	1,0931677	4,18218642	3,82575008	9,98487907
0,26	1,09261393	4,02031441	3,67953794	9,04606744
0,27	1,09203904	3,87039524	3,54419129	8,21406531
0,28	1,09144309	3,73114834	3,41854595	7,47368695
0,29	1,09082615	3,60146976	3,30159829	6,81233205
0,3	1,09018831	3,48040276	3,19247853	6,21947616
0,31	1,08952962	3,36711405	3,09042911	5,68627456
0,32	1,08885017	3,2608745	2,99478714	5,20525137
0,33	1,08815005	3,16104336	2,90497011	4,77005383
0,34	1,08742932	3,06705527	2,82046402	4,37525638
0,35	1,08668807	2,97840948	2,74081363	4,01620353
0,36	1,08592639	2,89466089	2,66561427	3,68888278
0,37	1,08514437	2,81541252	2,59450501	3,38982146
0,38	1,0843421	2,74030917	2,52716294	3,1160022
0,39	1,08351967	2,66903207	2,46329822	2,86479351
0,4	1,08267717	2,60129435	2,40265005	2,63389238

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,41	1,08181469	2,53683711	2,34498303	2,42127651
0,42	1,08093235	2,47542611	2,29008421	2,22516452
0,43	1,08003024	2,41684892	2,23776041	2,04398253
0,44	1,07910846	2,36091239	2,18783605	1,87633602
0,45	1,07816712	2,30744059	2,14015114	1,72098601
0,46	1,07720631	2,25627283	2,0945596	1,57682889
0,47	1,07622616	2,20726214	2,05092779	1,44287919
0,48	1,07522678	2,1602738	2,00913319	1,31825487
0,49	1,07420826	2,11518405	1,96906329	1,20216465
0,5	1,07317073	2,07187908	1,9306146	1,09389717
0,51	1,07211431	2,03025398	1,89369171	0,99281161
0,52	1,0710391	1,99021191	1,85820658	0,89832952
0,53	1,06994524	1,95166335	1,82407779	0,80992777
0,54	1,06883283	1,9145254	1,79122997	0,72713243
0,55	1,06770201	1,87872122	1,75959322	0,64951333
0,56	1,0665529	1,84417943	1,72910263	0,57667943
0,57	1,06538562	1,81083367	1,69969786	0,50827465
0,58	1,0642003	1,77862215	1,67132272	0,44397424
0,59	1,06299707	1,74748728	1,64392483	0,38348159
0,6	1,06177606	1,71737531	1,61745529	0,32652542
0,61	1,0605374	1,68823601	1,59186843	0,27285721
0,62	1,05928123	1,6600224	1,56712151	0,22224907
0,63	1,05800768	1,63269048	1,54317451	0,1744917
0,64	1,05671688	1,60619899	1,51998991	0,12939264
0,65	1,05540897	1,58050922	1,49753249	0,08677471
0,66	1,0540841	1,55558481	1,47576917	0,04647462
0,67	1,05274239	1,53139157	1,45466886	0,00834168
0,68	1,051384	1,50789732	1,43420227	-0,02776329
0,69	1,05000907	1,48507174	1,41434182	-0,06196899
0,7	1,04861773	1,46288625	1,39506153	-0,09439458
0,71	1,04721014	1,44131388	1,37633683	-0,12515043
0,72	1,04578643	1,42032917	1,35814457	-0,15433894
0,73	1,04434676	1,39990802	1,34046284	-0,18205514
0,74	1,04289127	1,38002768	1,3232709	-0,20838736
0,75	1,04142012	1,36066658	1,30654916	-0,23341771
0,76	1,03993344	1,3418043	1,29027902	-0,25722265
0,77	1,0384314	1,32342149	1,27444286	-0,27987339
0,78	1,03691414	1,30549976	1,25902397	-0,30143632
0,79	1,03538182	1,28802169	1,24400648	-0,32197337

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,8	1,03383459	1,27097071	1,2293753	-0,34154241
0,81	1,0322726	1,25433107	1,21511612	-0,36019746
0,82	1,030696	1,2380878	1,20121529	-0,37798907
0,83	1,02910496	1,22222663	1,18765984	-0,39496455
0,84	1,02749963	1,206734	1,17443741	-0,41116816
0,85	1,02588016	1,19159697	1,16153623	-0,42664143
0,86	1,02424671	1,17680319	1,14894505	-0,44142324
0,87	1,02259945	1,16234091	1,13665318	-0,45555013
0,88	1,02093852	1,14819889	1,12465038	-0,46905635
0,89	1,01926409	1,1343664	1,11292688	-0,48197411
0,9	1,01757632	1,1208332	1,10147335	-0,49433367
0,91	1,01587536	1,10758948	1,09028088	-0,5061635
0,92	1,01416138	1,09462587	1,07934091	-0,51749038
0,93	1,01243454	1,0819334	1,06864529	-0,52833953
0,94	1,01069499	1,06950348	1,05818619	-0,5387347
0,95	1,0089429	1,05732789	1,04795612	-0,5486983
0,96	1,00717844	1,04539875	1,03794791	-0,55825144
0,97	1,00540175	1,03370849	1,02815466	-0,56741404
0,98	1,00361301	1,02224987	1,01856977	-0,57620492
0,99	1,00181237	1,01101593	1,00918691	-0,58464183
1	1	1	1	-0,59274157

relación de calores específicos ( $\gamma$ )				1,3
Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,01	1,14998275	107,237249	93,2511802	7683,51439
0,02	1,149931	53,617418	46,6266391	1915,50965
0,03	1,14984477	35,743605	31,0855917	847,850434
0,04	1,14972407	26,8062967	23,3154176	474,427075
0,05	1,14956891	21,4435903	18,6535927	301,744031
0,06	1,14937934	17,8681851	15,5459425	208,048391
0,07	1,14915537	15,314095	13,326392	151,630461
0,08	1,14889706	13,398327	11,6619038	115,071629
0,09	1,14860445	11,9081072	10,367457	90,0527529
0,1	1,14827758	10,7157715	9,33203925	72,1935623
0,11	1,14791653	9,74007879	8,48500612	59,0097924
0,12	1,14752135	8,92686859	7,77926142	49,0074435
0,13	1,14709212	8,23864512	7,18220008	41,2443693
0,14	1,14662891	7,6486257	6,67053274	35,1026474

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,15	1,14613181	7,1371697	6,22718056	30,1633976
0,16	1,14560089	6,68954669	5,83933439	26,1345551
0,17	1,14503627	6,2944922	5,49719898	22,8074637
0,18	1,14443803	5,94324503	5,19315582	20,0298595
0,19	1,14380629	5,62888841	4,9211903	17,6885366
0,2	1,14314115	5,34588897	4,67649069	15,6979228
0,21	1,14244274	5,08976729	4,45516183	13,9923707
0,22	1,14171118	4,85685844	4,25401672	12,5208449
0,23	1,14094659	4,64413484	4,07042266	11,2431911
0,24	1,14014911	4,44907355	3,90218569	10,1274696
0,25	1,13931889	4,26955527	3,74746291	9,1480218
0,26	1,13845606	4,10378678	3,60469493	8,2840462
0,27	1,13756077	3,95024052	3,47255339	7,51853784
0,28	1,13663319	3,80760717	3,34989968	6,83748775
0,29	1,13567348	3,674758	3,23575224	6,2292726
0,3	1,1346818	3,55071479	3,12926038	5,68418454
0,31	1,13365832	3,43462554	3,02968319	5,19406553
0,32	1,13260321	3,32574477	2,93637236	4,75202054
0,33	1,13151668	3,22341735	2,84875815	4,35219074
0,34	1,13039888	3,12706525	2,76633788	3,98957278
0,35	1,12925003	3,03617648	2,68866628	3,6598737
0,36	1,12807031	2,95029596	2,61534758	3,35939378
0,37	1,12685993	2,86901781	2,54602877	3,08493123
0,38	1,12561909	2,79197888	2,48039404	2,83370431
0,39	1,124348	2,71885326	2,41815991	2,60328721
0,4	1,12304688	2,64934765	2,3590713	2,3915571
0,41	1,12171593	2,58319736	2,30289798	2,19665009
0,42	1,1203554	2,5201629	2,24943167	2,01692447
0,43	1,11896549	2,4600271	2,19848344	1,8509299
0,44	1,11754645	2,40259249	2,14988155	1,69738146
0,45	1,11609851	2,34767919	2,10346952	1,55513767
0,46	1,1146219	2,29512294	2,05910447	1,42318187
0,47	1,11311687	2,24477349	2,0166557	1,30060635
0,48	1,11158367	2,19649309	1,97600338	1,18659872
0,49	1,11002254	2,15015525	1,93703747	1,08043032
0,5	1,10843373	2,10564359	1,89965672	0,98144616
0,51	1,10681751	2,06285088	1,86376784	0,88905626
0,52	1,10517414	2,02167813	1,82928469	0,80272813
0,53	1,10350386	1,98203382	1,79612766	0,72198029

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,54	1,10180696	1,94383321	1,76422302	0,64637659
0,55	1,1000837	1,90699773	1,73350239	0,57552122
0,56	1,09833435	1,87145443	1,7039023	0,50905442
0,57	1,09655919	1,83713547	1,67536371	0,44664865
0,58	1,09475849	1,80397771	1,64783167	0,38800524
0,59	1,09293253	1,77192226	1,62125494	0,33285143
0,6	1,09108159	1,74091419	1,5955857	0,28093779
0,61	1,08920597	1,71090215	1,57077926	0,2320359
0,62	1,08730594	1,68183812	1,54679383	0,18593628
0,63	1,08538179	1,65367712	1,52359025	0,1424466
0,64	1,08343383	1,62637699	1,50113182	0,10139005
0,65	1,08146233	1,59989817	1,4793841	0,06260387
0,66	1,07946759	1,57420348	1,45831473	0,02593809
0,67	1,07744991	1,54925798	1,43789328	-0,00874567
0,68	1,07540959	1,52502878	1,41809111	-0,04157517
0,69	1,07334693	1,5014849	1,39888125	-0,07266857
0,7	1,07126223	1,47859712	1,38023827	-0,10213519
0,71	1,06915579	1,45633788	1,36213815	-0,13007631
0,72	1,06702791	1,43468115	1,34455823	-0,15658587
0,73	1,0648789	1,41360233	1,32747707	-0,18175102
0,74	1,06270908	1,39307813	1,31087441	-0,20565275
0,75	1,06051873	1,37308654	1,29473105	-0,22836634
0,76	1,05830818	1,35360666	1,27902882	-0,24996186
0,77	1,05607773	1,33461873	1,26375048	-0,27050457
0,78	1,05382769	1,31610397	1,24887967	-0,29005528
0,79	1,05155836	1,29804455	1,23440087	-0,30867074
0,8	1,04927007	1,28042356	1,22029932	-0,32640392
0,81	1,04696312	1,26322489	1,20656101	-0,34330429
0,82	1,04463783	1,24643324	1,1931726	-0,35941811
0,83	1,0422945	1,23003404	1,1801214	-0,37478867
0,84	1,03993344	1,21401342	1,1673953	-0,38945648
0,85	1,03755498	1,19835815	1,15498279	-0,4034595
0,86	1,03515941	1,18305563	1,14287289	-0,41683332
0,87	1,03274706	1,16809383	1,1310551	-0,42961131
0,88	1,03031823	1,15346128	1,11951943	-0,44182481
0,89	1,02787324	1,13914701	1,10825631	-0,45350323
0,9	1,02541239	1,12514054	1,09725662	-0,46467422
0,91	1,022936	1,11143185	1,08651162	-0,47536379
0,92	1,02044438	1,09801138	1,07601296	-0,48559639

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,93	1,01793783	1,08486995	1,06575265	-0,49539505
0,94	1,01541667	1,07199878	1,05572304	-0,50478145
0,95	1,01288121	1,05938947	1,0459168	-0,51377603
0,96	1,01033174	1,04703395	1,03632689	-0,52239805
0,97	1,00776858	1,03492451	1,02694659	-0,53066568
0,98	1,00519204	1,02305373	1,01776944	-0,53859609
0,99	1,00260241	1,0114145	1,00878922	-0,54620545
1	1	1	1	-0,55350907

relación de calores específicos ( $\gamma$ )				1,4
Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,01	1,199976	109,543416	91,2880058	7134,40445
0,02	1,19990401	54,770065	45,6453722	1778,44954
0,03	1,19978404	36,5115513	30,4317695	787,080616
0,04	1,19961612	27,3817471	22,8254244	440,350844
0,05	1,1994003	21,9034271	18,2619824	280,018167
0,06	1,19913662	18,2508495	15,2199917	193,028004
0,07	1,19882515	15,6415534	13,0474018	140,650828
0,08	1,19846596	13,6843088	11,4181872	106,712755
0,09	1,19805914	12,1617653	10,1512228	83,4892135
0,1	1,19760479	10,9435131	9,13783344	66,9130481
0,11	1,19710301	9,94656388	8,30886214	54,677611
0,12	1,19655392	9,11559228	7,61820432	45,3957421
0,13	1,19595766	8,4122961	7,03394138	38,1926864
0,14	1,19531437	7,80931667	6,53327433	32,4947328
0,15	1,19462419	7,28659101	6,09948389	27,91298
0,16	1,1938873	6,82907187	5,72003059	24,1762723
0,17	1,19310386	6,42525257	5,38532544	21,0908964
0,18	1,19227406	6,0661835	5,08791031	18,5154967
0,19	1,19139811	5,74479918	4,82189719	16,3449803
0,2	1,19047619	5,45544726	4,58257569	14,4999104
0,21	1,18950853	5,19355203	4,36613263	12,9193482
0,22	1,18849536	4,95536975	4,16944811	11,5559209
0,23	1,18743692	4,73780779	3,98994483	10,3723567
0,24	1,18633344	4,53828896	3,82547504	9,33901048
0,25	1,18518519	4,35464843	3,67423461	8,43206758
0,26	1,18399242	4,18505446	3,53469699	7,63222248
0,27	1,18275543	4,02794666	3,40556177	6,9236938



Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,28	1,18147448	3,88198758	3,28571429	6,29348121
0,29	1,18014988	3,74602426	3,17419365	5,73079886
0,3	1,17878193	3,61905747	3,07016708	5,22663882
0,31	1,17737093	3,50021693	2,97290925	4,77343167
0,32	1,17591722	3,38874115	2,88178547	4,36478029
0,33	1,17442111	3,28396095	2,79623802	3,99524926
0,34	1,17288295	3,1852859	2,71577476	3,66019709
0,35	1,17130307	3,09219303	2,6399598	3,35564162
0,36	1,16968185	3,00421752	2,5684057	3,07815122
0,37	1,16801962	2,92094477	2,50076687	2,82475633
0,38	1,16631677	2,84200386	2,43673411	2,59287719
0,39	1,16457367	2,76706191	2,37602994	2,3802643
0,4	1,1627907	2,69581933	2,31840462	2,18494931
0,41	1,16096825	2,62800577	2,26363277	2,00520409
0,42	1,15910672	2,56337663	2,21151046	1,83950668
0,43	1,1572065	2,50171007	2,16185276	1,68651267
0,44	1,15526802	2,44280443	2,11449152	1,54503108
0,45	1,15329169	2,38647598	2,06927355	1,41400402
0,46	1,15127792	2,33255695	2,02605897	1,29248937
0,47	1,14922714	2,28089388	1,98471981	1,17964607
0,48	1,1471398	2,23134609	1,94513876	1,07472148
0,49	1,14501632	2,18378439	1,9072081	0,97704062
0,5	1,14285714	2,13808994	1,87082869	0,8859968
0,51	1,14066273	2,0941532	1,8359092	0,80104363
0,52	1,13843352	2,05187308	1,80236531	0,72168806
0,53	1,13616997	2,01115611	1,77011905	0,6474843
0,54	1,13387255	1,97191578	1,73909825	0,57802858
0,55	1,13154173	1,93407182	1,70923597	0,51295458
0,56	1,12917796	1,89754974	1,68047005	0,45192933
0,57	1,12678172	1,86228027	1,6527427	0,39464977
0,58	1,1243535	1,8281989	1,6260001	0,34083959
0,59	1,12189376	1,79524553	1,6001921	0,29024648
0,6	1,11940299	1,76336404	1,57527188	0,24263976
0,61	1,11688167	1,73250201	1,55119567	0,19780821
0,62	1,11433029	1,70261038	1,52792256	0,15555817
0,63	1,11174934	1,67364325	1,50541421	0,11571186
0,64	1,10913931	1,64555755	1,48363468	0,07810585
0,65	1,10650069	1,61831287	1,46255026	0,04258977
0,66	1,10383398	1,59187127	1,44212925	0,00902505

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,67	1,10113968	1,56619706	1,42234186	-0,0227161
0,68	1,09841828	1,54125665	1,40316005	-0,0527517
0,69	1,09567028	1,5170184	1,38455741	-0,08119081
0,7	1,09289617	1,4934525	1,36650903	-0,10813436
0,71	1,09009647	1,47053078	1,34899141	-0,13367584
0,72	1,08727167	1,44822667	1,33198234	-0,15790191
0,73	1,08442227	1,42651504	1,31546084	-0,18089299
0,74	1,08154878	1,40537213	1,29940707	-0,20272376
0,75	1,07865169	1,38477543	1,28380222	-0,22346366
0,76	1,0757315	1,36470364	1,2686285	-0,24317729
0,77	1,07278871	1,34513655	1,25386903	-0,26192478
0,78	1,06982384	1,32605498	1,2395078	-0,2797622
0,79	1,06683736	1,30744075	1,22552959	-0,29674183
0,8	1,06382979	1,28927656	1,21191996	-0,31291244
0,81	1,06080161	1,27154597	1,1986652	-0,32831961
0,82	1,05775333	1,25423336	1,18575222	-0,34300594
0,83	1,05468544	1,23732385	1,1731686	-0,35701126
0,84	1,05159843	1,22080325	1,16090251	-0,37037287
0,85	1,04849279	1,20465808	1,14894265	-0,38312568
0,86	1,04536902	1,18887545	1,13727826	-0,39530244
0,87	1,04222759	1,17344308	1,12589908	-0,40693384
0,88	1,03906899	1,15834925	1,11479532	-0,41804869
0,89	1,03589372	1,14358274	1,1039576	-0,42867403
0,9	1,03270224	1,12913287	1,09337699	-0,43883527
0,91	1,02949503	1,11498939	1,08304495	-0,4485563
0,92	1,02627258	1,10114253	1,07295328	-0,4578596
0,93	1,02303535	1,0875829	1,06309416	-0,46676631
0,94	1,01978381	1,07430155	1,0534601	-0,47529633
0,95	1,01651842	1,06128988	1,04404392	-0,48346842
0,96	1,01323966	1,04853965	1,03483873	-0,49130028
0,97	1,00994799	1,03604297	1,02583795	-0,49880856
0,98	1,00664385	1,02379227	1,01703524	-0,50600901
0,99	1,0033277	1,01178027	1,00842453	-0,51291647
1	1	1	1	-0,51954497

relación de calores específicos ( $\gamma$ )			1,5	
Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,01	1,24996875	111,802001	89,4438371	6658,51057
0,02	1,24987501	55,8989046	44,7235956	1659,6655
0,03	1,24971881	37,2636077	29,8175936	734,414827
0,04	1,2495002	27,9452612	22,3651515	410,819495
0,05	1,24921924	22,3536953	17,8941331	261,190466
0,06	1,24887601	18,6255202	14,9138265	180,011712
0,07	1,24847062	15,9621403	12,7853551	131,136519
0,08	1,24800319	13,9642579	11,1892806	99,4697651
0,09	1,24747387	12,4100411	9,94813712	77,8021753
0,1	1,24688279	11,1663906	8,95544527	62,337959
0,11	1,24623015	10,1486072	8,14344537	50,9244037
0,12	1,24551614	9,30022454	7,46696428	42,2669434
0,13	1,24474097	8,58215077	6,89472828	35,5492292
0,14	1,24390487	7,96646308	6,404399	30,2358664
0,15	1,24300808	7,43268481	5,97959493	25,9639353
0,16	1,24205087	6,96545851	5,60802996	22,4804016
0,17	1,24103353	6,55304027	5,28030879	19,6045025
0,18	1,23995635	6,18629597	4,98912397	17,2043361
0,19	1,23881965	5,8580145	4,72870646	15,1818412
0,2	1,23762376	5,56242699	4,49444101	13,462898
0,21	1,23636903	5,29486345	4,28259145	11,9906487
0,22	1,23505582	5,05150298	4,09010093	10,7208943
0,23	1,23368452	4,82918921	3,91444419	9,61886198
0,24	1,23225552	4,62529188	3,75351687	8,65689472
0,25	1,23076923	4,43760157	3,60555128	7,81277617
0,26	1,22922608	4,26424879	3,46905168	7,06849728
0,27	1,22762651	4,10364104	3,34274392	6,40933711
0,28	1,22597097	3,95441333	3,22553587	5,82316957
0,29	1,22425993	3,81538898	3,11648602	5,2999346
0,3	1,22249389	3,68554818	3,01477841	4,83123091
0,31	1,22067332	3,56400277	2,91970235	4,40999926
0,32	1,21879875	3,44997559	2,83063597	4,03027403
0,33	1,2168707	3,3427837	2,74703279	3,68698676
0,34	1,21488969	3,24182454	2,66841062	3,37580966
0,35	1,21285628	3,14656441	2,59434235	3,09302992
0,36	1,21077102	3,05652891	2,52444836	2,83544825
0,37	1,20863448	2,97129496	2,45839003	2,60029642
0,38	1,20644725	2,89048402	2,3958644	2,38516969

Mach	T/T*	P/P*	$\rho/\rho^*$	fLmáx/D
0,39	1,20420992	2,81375638	2,33659957	2,18797141
0,4	1,20192308	2,74080631	2,28035085	2,00686711
0,41	1,19958734	2,67135792	2,22689739	1,84024636
0,42	1,19720333	2,6051616	2,17603938	1,686691
0,43	1,19477168	2,54199097	2,12759561	1,54494841
0,44	1,19229302	2,48164025	2,08140131	1,41390906
0,45	1,189768	2,42392193	2,03730638	1,29258751
0,46	1,18719726	2,36866483	1,99517376	1,18010627
0,47	1,18458149	2,31571235	1,95487806	1,07568204
0,48	1,18192133	2,26492095	1,91630431	0,978614
0,49	1,17921747	2,21615878	1,87934697	0,88827365
0,5	1,17647059	2,16930458	1,84390889	0,80409623
0,51	1,17368137	2,12424659	1,80990058	0,72557313
0,52	1,17085051	2,08088165	1,7772394	0,65224545
0,53	1,1679787	2,0391144	1,74584896	0,58369836
0,54	1,16506664	1,99885653	1,71565854	0,5195562
0,55	1,16211505	1,96002618	1,68660253	0,45947814
0,56	1,15912463	1,92254733	1,65862003	0,40315451
0,57	1,15609609	1,88634928	1,6316544	0,35030343
0,58	1,15303016	1,85136624	1,60565292	0,30066797
0,59	1,14992755	1,81753687	1,58056641	0,25401357
0,6	1,14678899	1,7848039	1,556349	0,21012581
0,61	1,1436152	1,75311386	1,53295782	0,16880836
0,62	1,1404069	1,7224167	1,51035276	0,12988128
0,63	1,13716482	1,69266556	1,48849624	0,09317939
0,64	1,1338897	1,66381651	1,46735306	0,05855089
0,65	1,13058225	1,63582833	1,44689016	0,02585612
0,66	1,12724321	1,60866228	1,42707648	-0,00503357
0,67	1,12387332	1,58228196	1,40788285	-0,03423683
0,68	1,12047329	1,5566531	1,38928176	-0,06186319
0,69	1,11704386	1,53174341	1,37124734	-0,08801388
0,7	1,11358575	1,50752246	1,35375517	-0,11278254
0,71	1,11009969	1,48396153	1,33678222	-0,13625588
0,72	1,1065864	1,46103348	1,32030674	-0,15851428
0,73	1,10304661	1,43871269	1,30430815	-0,17963231
0,74	1,09948104	1,41697489	1,288767	-0,1996792
0,75	1,09589041	1,39579713	1,27366488	-0,21871931
0,76	1,09227543	1,37515765	1,25898433	-0,2368125
0,77	1,08863681	1,35503584	1,24470882	-0,25401449

Mach	$T/T^*$	$P/P^*$	$\rho/\rho^*$	$f_{Lm\acute{a}x}/D$
0,78	1,08497526	1,33541213	1,23082265	-0,2703772
0,79	1,08129149	1,31626794	1,21731091	-0,28594904
0,8	1,07758621	1,29758562	1,20415946	-0,30077518
0,81	1,0738601	1,27934841	1,19135483	-0,31489781
0,82	1,07011386	1,26154034	1,17888422	-0,32835634
0,83	1,06634818	1,24414622	1,16673544	-0,34118763
0,84	1,06256375	1,22715158	1,1548969	-0,35342618
0,85	1,05876125	1,21054264	1,14335753	-0,36510429
0,86	1,05494135	1,19430625	1,13210678	-0,37625221
0,87	1,05110471	1,17842986	1,1211346	-0,38689834
0,88	1,04725201	1,1629015	1,11043138	-0,39706928
0,89	1,0433839	1,14770972	1,09998795	-0,40679004
0,9	1,03950104	1,1328436	1,08979554	-0,41608407
0,91	1,03560407	1,11829268	1,07984578	-0,42497346
0,92	1,03169363	1,10404696	1,07013064	-0,43347893
0,93	1,02777035	1,09009688	1,06064246	-0,44162002
0,94	1,02383488	1,07643325	1,05137389	-0,44941509
0,95	1,01988781	1,06304732	1,04231789	-0,45688146
0,96	1,01592978	1,04993065	1,03346773	-0,46403544
0,97	1,01196138	1,03707517	1,02481694	-0,4708924
0,98	1,00798323	1,02447314	1,01635931	-0,47746685
0,99	1,0039959	1,01211713	1,00808891	-0,48377248
1	1	1	1	-0,48982222

## ANEXO C

### Diagrama de Moody

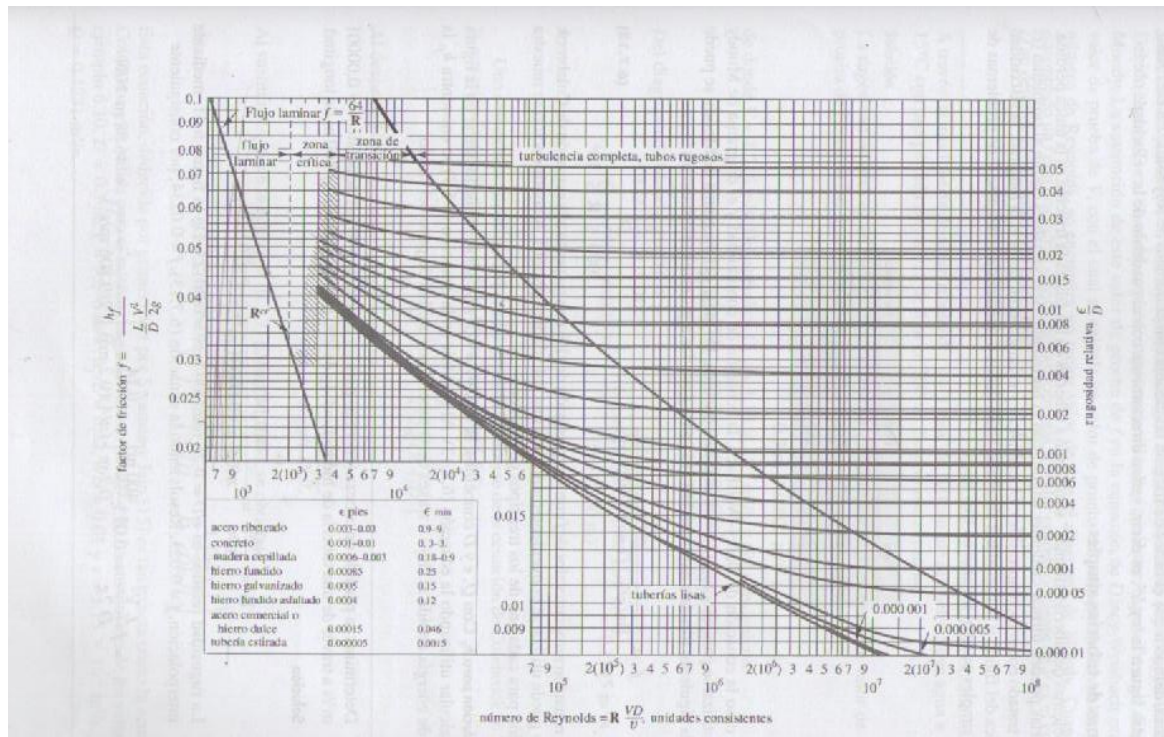


Imagen tomada del libro:

Victor L. Streeter, Benjamin E. Wylie Mecánica de Fluidos. México: Pearson Educación de México, 2006.

## ANEXO D

### Diagrama del coeficiente de pérdida para tuberías curvadas

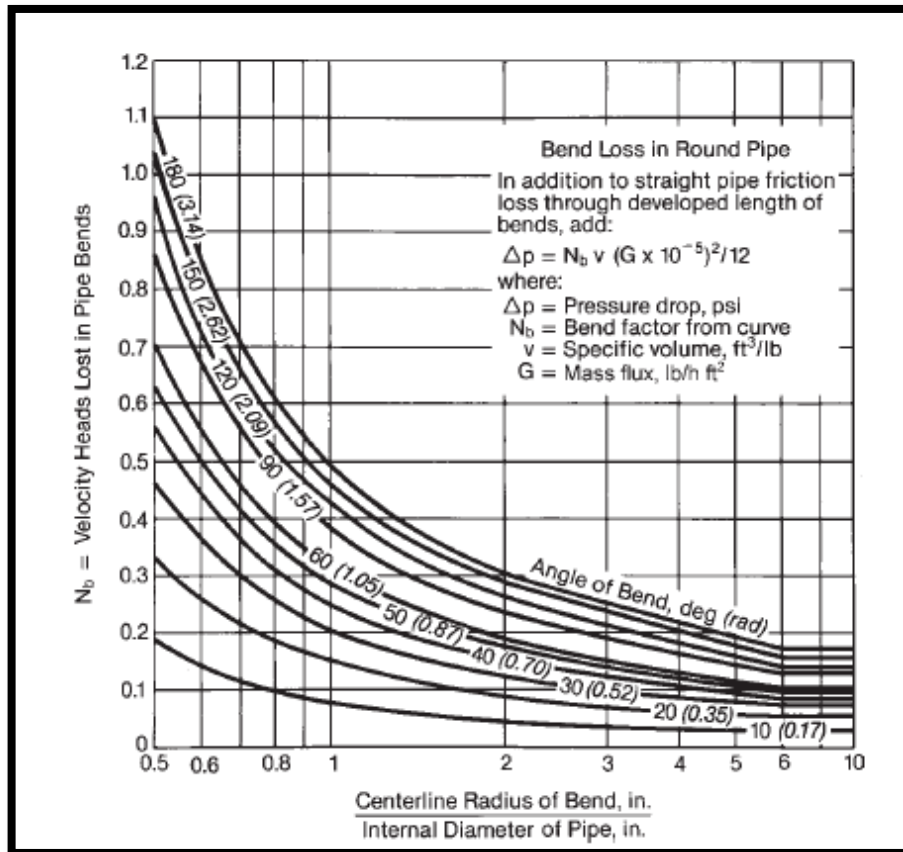


Imagen tomada del libro:

Steam Its Generation and Use edit 41, Babcock & Wilcox Company Cap. 3 pág-14

# **ANEXO E** **Tablas flujo isentrópico en función a relación de áreas**

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right) * \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

$$\frac{P_0}{P} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

(γ)	Mach	T/To	P/Po	A/A*
0,9	0,01	1,000005	0,999955	61,4320318
0,9	0,02	1,00002	0,99982001	30,7203933
0,9	0,03	1,000045	0,99959507	20,485127
0,9	0,04	1,00008001	0,99928023	15,3689549
0,9	0,05	1,00012502	0,99887556	12,3004218
0,9	0,06	1,00018003	0,99838117	10,2557095
0,9	0,07	1,00024506	0,99779716	8,79603917
0,9	0,08	1,0003201	0,99712368	7,70202156
0,9	0,09	1,00040516	0,9963609	6,85177396
0,9	0,1	1,00050025	0,99550899	6,17216695
0,9	0,11	1,00060537	0,99456816	5,61666379
0,9	0,12	1,00072052	0,99353863	5,15424013
0,9	0,13	1,00084571	0,99242065	4,76341775
0,9	0,14	1,00098096	0,9912145	4,42885517
0,9	0,15	1,00112627	0,98992044	4,13930212
0,9	0,16	1,00128164	0,98853881	3,88632102
0,9	0,17	1,00144709	0,98706992	3,6634597
0,9	0,18	1,00162263	0,98551412	3,46569992
0,9	0,19	1,00180826	0,9838718	3,28908005
0,9	0,2	1,00200401	0,98214333	3,13043083
0,9	0,21	1,00220987	0,98032914	2,98718682
0,9	0,22	1,00242587	0,97842964	2,85724907
0,9	0,23	1,00265201	0,97644531	2,73888379
0,9	0,24	1,00288832	0,9743766	2,63064624
0,9	0,25	1,0031348	0,97222401	2,53132289
0,9	0,26	1,00339146	0,96998805	2,43988703
0,9	0,27	1,00365833	0,96766925	2,35546412
0,9	0,28	1,00393543	0,96526816	2,27730462



( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
0,9	0,29	1,00422276	0,96278535	2,20476248
0,9	0,3	1,00452034	0,9602214	2,13727785
0,9	0,31	1,0048282	0,95757692	2,07436318
0,9	0,32	1,00514635	0,95485253	2,01559197
0,9	0,33	1,00547481	0,95204888	1,96058945
0,9	0,34	1,0058136	0,94916662	1,90902505
0,9	0,35	1,00616275	0,94620644	1,86060603
0,9	0,36	1,00652226	0,94316902	1,81507224
0,9	0,37	1,00689218	0,94005508	1,77219174
0,9	0,38	1,00727251	0,93686535	1,73175707
0,9	0,39	1,00766328	0,93360057	1,69358209
0,9	0,4	1,00806452	0,9302615	1,65749938
0,9	0,41	1,00847624	0,92684893	1,62335789
0,9	0,42	1,00889848	0,92336365	1,59102104
0,9	0,43	1,00933127	0,91980646	1,56036501
0,9	0,44	1,00977462	0,91617819	1,53127732
0,9	0,45	1,01022856	0,91247968	1,50365553
0,9	0,46	1,01069313	0,90871179	1,47740618
0,9	0,47	1,01116835	0,90487539	1,45244385
0,9	0,48	1,01165426	0,90097135	1,42869028
0,9	0,49	1,01215087	0,89700057	1,40607367
0,9	0,5	1,01265823	0,89296398	1,38452804
0,9	0,51	1,01317636	0,88886248	1,36399263
0,9	0,52	1,0137053	0,88469702	1,34441145
0,9	0,53	1,01424507	0,88046854	1,32573277
0,9	0,54	1,01479572	0,87617802	1,30790877
0,9	0,55	1,01535728	0,87182641	1,29089519
0,9	0,56	1,01592978	0,86741471	1,27465098
0,9	0,57	1,01651326	0,86294392	1,25913804
0,9	0,58	1,01710775	0,85841504	1,24432097
0,9	0,59	1,0177133	0,85382909	1,23016684
0,9	0,6	1,01832994	0,8491871	1,21664497
0,9	0,61	1,01895771	0,84449011	1,20372679
0,9	0,62	1,01959665	0,83973917	1,19138561
0,9	0,63	1,0202468	0,83493533	1,17959652
0,9	0,64	1,0209082	0,83007966	1,16833625
0,9	0,65	1,0215809	0,82517323	1,15758301
0,9	0,66	1,02226493	0,82021714	1,14731641
0,9	0,67	1,02296034	0,81521247	1,13751736

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
0,9	0,68	1,02366719	0,81016031	1,12816797
0,9	0,69	1,0243855	0,80506178	1,11925144
0,9	0,7	1,02511533	0,79991799	1,11075202
0,9	0,71	1,02585672	0,79473005	1,10265492
0,9	0,72	1,02660972	0,7894991	1,09494626
0,9	0,73	1,02737439	0,78422625	1,08761298
0,9	0,74	1,02815077	0,77891266	1,08064282
0,9	0,75	1,02893891	0,77355945	1,07402424
0,9	0,76	1,02973886	0,76816778	1,06774642
0,9	0,77	1,03055067	0,76273879	1,06179914
0,9	0,78	1,03137441	0,75727363	1,05617282
0,9	0,79	1,03221012	0,75177348	1,05085844
0,9	0,8	1,03305785	0,74623947	1,04584751
0,9	0,81	1,03391767	0,74067278	1,04113207
0,9	0,82	1,03478963	0,73507457	1,03670461
0,9	0,83	1,03567378	0,72944601	1,03255809
0,9	0,84	1,0365702	0,72378827	1,02868589
0,9	0,85	1,03747893	0,71810251	1,0250818
0,9	0,86	1,03840003	0,71238991	1,02173998
0,9	0,87	1,03933358	0,70665164	1,01865497
0,9	0,88	1,04027963	0,70088886	1,01582165
0,9	0,89	1,04123824	0,69510276	1,01323524
0,9	0,9	1,04220948	0,6892945	1,01089126
0,9	0,91	1,04319342	0,68346524	1,00878553
0,9	0,92	1,04419013	0,67761617	1,00691417
0,9	0,93	1,04519966	0,67174844	1,00527358
0,9	0,94	1,04622209	0,66586321	1,00386039
0,9	0,95	1,04725749	0,65996166	1,00267151
0,9	0,96	1,04830594	0,65404494	1,0017041
0,9	0,97	1,04936749	0,6481142	1,00095553
0,9	0,98	1,05044224	0,6421706	1,0004234
0,9	0,99	1,05153024	0,63621529	1,00010555
0,9	1	1,05263158	0,63024941	1

( $\gamma$ )	Mach	T/ $T_0$	P/ $P_0$	A/A*
1,1	0,01	0,999995	0,999945	59,9149443
1,1	0,02	0,99998	0,99978003	29,9621908
1,1	0,03	0,999955	0,99950513	19,9800378
1,1	0,04	0,99992001	0,99912042	14,990536
1,1	0,05	0,99987502	0,99862603	11,998096
1,1	0,06	0,99982003	0,99802214	10,0041882
1,1	0,07	0,99975506	0,99730896	8,58087164
1,1	0,08	0,9996801	0,99648675	7,5141761
1,1	0,09	0,99959516	0,99555581	6,68522939
1,1	0,1	0,99950025	0,99451646	6,02270839
1,1	0,11	0,99939537	0,99336909	5,48122584
1,1	0,12	0,99928052	0,99211411	5,03052369
1,1	0,13	0,99915571	0,99075195	4,64965423
1,1	0,14	0,99902096	0,98928312	4,32365493
1,1	0,15	0,99887626	0,98770813	4,04155339
1,1	0,16	0,99872164	0,98602754	3,79512044
1,1	0,17	0,99855709	0,98424195	3,57806326
1,1	0,18	0,99838262	0,982352	3,38548759
1,1	0,19	0,99819825	0,98035836	3,21352961
1,1	0,2	0,99800399	0,97826173	3,05909835
1,1	0,21	0,99779985	0,97606285	2,91969172
1,1	0,22	0,99758584	0,9737625	2,79326263
1,1	0,23	0,99736198	0,97136149	2,67812007
1,1	0,24	0,99712827	0,96886067	2,57285498
1,1	0,25	0,99688474	0,9662609	2,47628381
1,1	0,26	0,99663139	0,9635631	2,38740519
1,1	0,27	0,99636824	0,9607682	2,30536615
1,1	0,28	0,99609531	0,95787719	2,22943567
1,1	0,29	0,99581261	0,95489106	2,15898361
1,1	0,3	0,99552016	0,95181084	2,09346395
1,1	0,31	0,99521798	0,94863761	2,03240116
1,1	0,32	0,99490608	0,94537244	1,97537924
1,1	0,33	0,99458449	0,94201647	1,92203268
1,1	0,34	0,99425322	0,93857083	1,87203901
1,1	0,35	0,99391229	0,9350367	1,82511271
1,1	0,36	0,99356172	0,93141528	1,78100003
1,1	0,37	0,99320154	0,92770779	1,73947472
1,1	0,38	0,99283175	0,9239155	1,7003344
1,1	0,39	0,9924524	0,92003966	1,66339752

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,1	0,4	0,99206349	0,91608157	1,62850072
1,1	0,41	0,99166506	0,91204256	1,59549667
1,1	0,42	0,99125711	0,90792397	1,5642521
1,1	0,43	0,99083969	0,90372715	1,53464621
1,1	0,44	0,9904128	0,89945349	1,50656924
1,1	0,45	0,98997649	0,89510438	1,47992124
1,1	0,46	0,98953076	0,89068125	1,454611
1,1	0,47	0,98907566	0,88618553	1,43055514
1,1	0,48	0,9886112	0,88161868	1,40767728
1,1	0,49	0,98813741	0,87698216	1,38590733
1,1	0,5	0,98765432	0,87227746	1,36518086
1,1	0,51	0,98716196	0,86750607	1,34543855
1,1	0,52	0,98666035	0,8626695	1,32662571
1,1	0,53	0,98614953	0,85776929	1,30869181
1,1	0,54	0,98562952	0,85280695	1,29159013
1,1	0,55	0,98510036	0,84778405	1,27527741
1,1	0,56	0,98456207	0,84270213	1,25971352
1,1	0,57	0,98401468	0,83756276	1,24486121
1,1	0,58	0,98345823	0,83236751	1,23068584
1,1	0,59	0,98289275	0,82711797	1,2171552
1,1	0,6	0,98231827	0,82181572	1,20423925
1,1	0,61	0,98173482	0,81646234	1,19191
1,1	0,62	0,98114244	0,81105945	1,1801413
1,1	0,63	0,98054116	0,80560865	1,16890874
1,1	0,64	0,97993101	0,80011153	1,15818946
1,1	0,65	0,97931203	0,7945697	1,1479621
1,1	0,66	0,97868426	0,78898478	1,1382066
1,1	0,67	0,97804772	0,78335837	1,1289042
1,1	0,68	0,97740246	0,77769209	1,12003728
1,1	0,69	0,9767485	0,77198754	1,11158929
1,1	0,7	0,9760859	0,76624633	1,1035447
1,1	0,71	0,97541467	0,76047007	1,09588889
1,1	0,72	0,97473487	0,75466036	1,08860813
1,1	0,73	0,97404653	0,7488188	1,08168949
1,1	0,74	0,97334969	0,74294698	1,0751208
1,1	0,75	0,97264438	0,73704649	1,06889059
1,1	0,76	0,97193064	0,73111892	1,06298805
1,1	0,77	0,97120852	0,72516584	1,05740301
1,1	0,78	0,97047806	0,71918882	1,05212585

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,1	0,79	0,96973929	0,71318941	1,04714753
1,1	0,8	0,96899225	0,70716919	1,04245951
1,1	0,81	0,96823699	0,70112968	1,03805371
1,1	0,82	0,96747354	0,69507242	1,03392253
1,1	0,83	0,96670195	0,68899893	1,0300588
1,1	0,84	0,96592226	0,68291073	1,02645574
1,1	0,85	0,96513452	0,67680931	1,02310695
1,1	0,86	0,96433875	0,67069615	1,02000641
1,1	0,87	0,96353502	0,66457275	1,01714842
1,1	0,88	0,96272335	0,65844055	1,01452761
1,1	0,89	0,9619038	0,652301	1,01213893
1,1	0,9	0,96107641	0,64615554	1,00997759
1,1	0,91	0,96024121	0,64000557	1,00803911
1,1	0,92	0,95939827	0,63385252	1,00631925
1,1	0,93	0,95854761	0,62769775	1,00481402
1,1	0,94	0,95768929	0,62154263	1,00351969
1,1	0,95	0,95682335	0,61538853	1,00243273
1,1	0,96	0,95594983	0,60923678	1,00154984
1,1	0,97	0,95506879	0,60308869	1,00086792
1,1	0,98	0,95418026	0,59694556	1,00038409
1,1	0,99	0,9532843	0,59080867	1,00009562
1,1	1	0,95238095	0,58467929	1

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,2	0,01	0,99999	0,99994	59,2057815
1,2	0,02	0,99996	0,99976003	29,6077755
1,2	0,03	0,99991001	0,99946017	19,7439455
1,2	0,04	0,99984003	0,99904054	14,8136606
1,2	0,05	0,99975006	0,99850131	11,8567949
1,2	0,06	0,99964013	0,99784272	9,8866402
1,2	0,07	0,99951024	0,99706504	8,48032172
1,2	0,08	0,99936041	0,99616859	7,4264023
1,2	0,09	0,99919066	0,99515375	6,60741707
1,2	0,1	0,999001	0,99402094	5,95288726
1,2	0,11	0,99879146	0,99277065	5,41796293
1,2	0,12	0,99856207	0,99140338	4,97274425
1,2	0,13	0,99831285	0,98991971	4,59653149
1,2	0,14	0,99804383	0,98832025	4,27453924

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,2	0,15	0,99775505	0,98660568	3,99592501
1,2	0,16	0,99744654	0,98477669	3,75255703
1,2	0,17	0,99711833	0,98283405	3,538217
1,2	0,18	0,99677046	0,98077856	3,34806857
1,2	0,19	0,99640299	0,97861106	3,17829365
1,2	0,2	0,99601594	0,97633245	3,02583789
1,2	0,21	0,99560936	0,97394365	2,88822878
1,2	0,22	0,99518331	0,97144566	2,76344345
1,2	0,23	0,99473784	0,96883947	2,64981094
1,2	0,24	0,99427299	0,96612616	2,54593884
1,2	0,25	0,99378882	0,96330683	2,4506576
1,2	0,26	0,99328539	0,96038261	2,36297768
1,2	0,27	0,99276276	0,95735468	2,28205623
1,2	0,28	0,99222099	0,95422426	2,20717085
1,2	0,29	0,99166014	0,9509926	2,13769885
1,2	0,3	0,99108028	0,94766099	2,07310067
1,2	0,31	0,99048147	0,94423075	2,01290638
1,2	0,32	0,98986379	0,94070324	1,95670491
1,2	0,33	0,98922731	0,93707985	1,90413504
1,2	0,34	0,98857211	0,933362	1,85487812
1,2	0,35	0,98789825	0,92955114	1,80865198
1,2	0,36	0,98720581	0,92564876	1,76520586
1,2	0,37	0,98649489	0,92165636	1,72431617
1,2	0,38	0,98576555	0,9175755	1,6857829
1,2	0,39	0,98501788	0,91340772	1,64942663
1,2	0,4	0,98425197	0,90915462	1,61508593
1,2	0,41	0,9834679	0,90481783	1,58261516
1,2	0,42	0,98266578	0,90039896	1,55188263
1,2	0,43	0,98184567	0,89589969	1,52276893
1,2	0,44	0,98100769	0,89132169	1,49516557
1,2	0,45	0,98015192	0,88666666	1,46897376
1,2	0,46	0,97927847	0,88193633	1,44410333
1,2	0,47	0,97838742	0,87713242	1,42047188
1,2	0,48	0,97747889	0,8722567	1,39800387
1,2	0,49	0,97655296	0,86731092	1,37663003
1,2	0,5	0,97560976	0,86229687	1,35628665
1,2	0,51	0,97464937	0,85721633	1,33691508
1,2	0,52	0,97367191	0,85207113	1,31846122
1,2	0,53	0,97267749	0,84686306	1,30087511

( $\gamma$ )	Mach	T/ $T_0$	P/ $P_0$	A/A*
1,2	0,54	0,97166621	0,84159396	1,28411055
1,2	0,55	0,97063819	0,83626565	1,26812472
1,2	0,56	0,96959355	0,83087998	1,25287795
1,2	0,57	0,96853238	0,82543879	1,23833336
1,2	0,58	0,96745482	0,81994393	1,22445669
1,2	0,59	0,96636097	0,81439725	1,21121604
1,2	0,6	0,96525097	0,80880061	1,19858168
1,2	0,61	0,96412491	0,80315585	1,18652589
1,2	0,62	0,96298294	0,79746485	1,17502279
1,2	0,63	0,96182516	0,79172945	1,16404816
1,2	0,64	0,96065171	0,78595151	1,15357939
1,2	0,65	0,9594627	0,78013287	1,14359526
1,2	0,66	0,95825827	0,77427539	1,13407592
1,2	0,67	0,95703854	0,7683809	1,12500274
1,2	0,68	0,95580364	0,76245125	1,11635823
1,2	0,69	0,9545537	0,75648825	1,10812598
1,2	0,7	0,95328885	0,75049373	1,10029053
1,2	0,71	0,95200922	0,74446951	1,09283739
1,2	0,72	0,95071494	0,73841737	1,08575288
1,2	0,73	0,94940615	0,73233912	1,07902413
1,2	0,74	0,94808298	0,72623653	1,07263903
1,2	0,75	0,94674556	0,72011137	1,06658615
1,2	0,76	0,94539404	0,71396539	1,06085471
1,2	0,77	0,94402855	0,70780034	1,05543455
1,2	0,78	0,94264922	0,70161793	1,05031606
1,2	0,79	0,9412562	0,69541988	1,0454902
1,2	0,8	0,93984962	0,68920788	1,04094839
1,2	0,81	0,93842963	0,6829836	1,03668256
1,2	0,82	0,93699636	0,67674871	1,03268507
1,2	0,83	0,93554996	0,67050484	1,02894869
1,2	0,84	0,93409057	0,66425361	1,02546659
1,2	0,85	0,93261833	0,65799663	1,02223232
1,2	0,86	0,93113338	0,65173548	1,01923978
1,2	0,87	0,92963586	0,64547171	1,01648319
1,2	0,88	0,92812593	0,63920687	1,0139571
1,2	0,89	0,92660372	0,63294247	1,01165635
1,2	0,9	0,92506938	0,62668	1,00957605
1,2	0,91	0,92352306	0,62042095	1,0077116
1,2	0,92	0,92196489	0,61416675	1,00605864

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,2	0,93	0,92039503	0,60791884	1,00461305
1,2	0,94	0,91881363	0,6016786	1,00337095
1,2	0,95	0,91722082	0,59544743	1,00232867
1,2	0,96	0,91561676	0,58922668	1,00148273
1,2	0,97	0,91400159	0,58301766	1,00082988
1,2	0,98	0,91237546	0,57682168	1,00036705
1,2	0,99	0,91073852	0,57064002	1,00009133
1,2	1	0,90909091	0,56447393	1

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,3	0,01	0,999985	0,999935	58,5261447
1,3	0,02	0,99994	0,99974004	29,2681205
1,3	0,03	0,99986502	0,99941521	19,5176903
1,3	0,04	0,99976006	0,99896067	14,6441597
1,3	0,05	0,99962514	0,99837662	11,7213902
1,3	0,06	0,99946029	0,99766337	9,77400241
1,3	0,07	0,99926554	0,99682123	8,38397704
1,3	0,08	0,99904092	0,99585063	7,34230456
1,3	0,09	0,99878647	0,99475201	6,53286877
1,3	0,1	0,99850225	0,99352592	5,88600013
1,3	0,11	0,99818829	0,99217292	5,35736363
1,3	0,12	0,99784466	0,99069367	4,91740275
1,3	0,13	0,99747141	0,98908886	4,5456554
1,3	0,14	0,99706862	0,98735926	4,22750595
1,3	0,15	0,99663635	0,98550569	3,95223637
1,3	0,16	0,99617469	0,98352902	3,71180827
1,3	0,17	0,99568371	0,98143018	3,50007471
1,3	0,18	0,99516351	0,97921016	3,31225488
1,3	0,19	0,99461416	0,97687	3,14457453
1,3	0,2	0,99403579	0,97441079	2,99401434
1,3	0,21	0,99342847	0,97183367	2,8581302
1,3	0,22	0,99279233	0,96913985	2,73492246
1,3	0,23	0,99212747	0,96633057	2,62273931
1,3	0,24	0,99143401	0,96340713	2,52020434
1,3	0,25	0,99071207	0,96037086	2,4261614
1,3	0,26	0,98996179	0,95722317	2,33963232
1,3	0,27	0,98918328	0,95396548	2,25978388
1,3	0,28	0,98837669	0,95059927	2,18590199



( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,3	0,29	0,98754216	0,94712607	2,1173711
1,3	0,3	0,98667982	0,94354743	2,05365779
1,3	0,31	0,98578984	0,93986497	1,99429756
1,3	0,32	0,98487236	0,93608032	1,938884
1,3	0,33	0,98392754	0,93219516	1,88706004
1,3	0,34	0,98295555	0,92821121	1,83851068
1,3	0,35	0,98195655	0,92413022	1,79295696
1,3	0,36	0,98093071	0,91995397	1,75015097
1,3	0,37	0,9798782	0,91568426	1,70987168
1,3	0,38	0,97879921	0,91132295	1,67192135
1,3	0,39	0,97769391	0,90687191	1,6361226
1,3	0,4	0,9765625	0,90233303	1,60231582
1,3	0,41	0,97540516	0,89770823	1,57035703
1,3	0,42	0,97422208	0,89299947	1,54011601
1,3	0,43	0,97301347	0,88820872	1,51147471
1,3	0,44	0,97177952	0,88333795	1,48432586
1,3	0,45	0,97052044	0,87838918	1,45857175
1,3	0,46	0,96923644	0,87336444	1,43412325
1,3	0,47	0,96792772	0,86826576	1,41089883
1,3	0,48	0,96659449	0,86309521	1,38882383
1,3	0,49	0,96523699	0,85785485	1,36782971
1,3	0,5	0,96385542	0,85254676	1,34785346
1,3	0,51	0,96245001	0,84717304	1,32883707
1,3	0,52	0,96102099	0,84173577	1,31072703
1,3	0,53	0,95956858	0,83623706	1,29347391
1,3	0,54	0,95809301	0,83067903	1,27703198
1,3	0,55	0,95659452	0,82506378	1,2613589
1,3	0,56	0,95507335	0,81939344	1,24641538
1,3	0,57	0,95352973	0,81367011	1,23216493
1,3	0,58	0,9519639	0,80789592	1,21857363
1,3	0,59	0,95037611	0,80207297	1,2056099
1,3	0,6	0,9487666	0,79620338	1,1932443
1,3	0,61	0,94713563	0,79028926	1,18144937
1,3	0,62	0,94548343	0,7843327	1,17019947
1,3	0,63	0,94381026	0,77833579	1,1594706
1,3	0,64	0,94211637	0,77230062	1,14924034
1,3	0,65	0,94040202	0,76622926	1,13948767
1,3	0,66	0,93866747	0,76012378	1,13019289
1,3	0,67	0,93691297	0,75398623	1,12133752

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,3	0,68	0,93513877	0,74781863	1,11290421
1,3	0,69	0,93334516	0,74162302	1,10487664
1,3	0,7	0,93153237	0,73540141	1,09723948
1,3	0,71	0,92970068	0,72915577	1,08997831
1,3	0,72	0,92785036	0,72288809	1,08307954
1,3	0,73	0,92598166	0,71660031	1,07653036
1,3	0,74	0,92409485	0,71029438	1,07031871
1,3	0,75	0,9221902	0,70397221	1,06443322
1,3	0,76	0,92026798	0,69763568	1,05886312
1,3	0,77	0,91832846	0,69128668	1,05359828
1,3	0,78	0,9163719	0,68492703	1,04862913
1,3	0,79	0,91439858	0,67855858	1,04394658
1,3	0,8	0,91240876	0,67218311	1,0395421
1,3	0,81	0,91040272	0,66580241	1,03540757
1,3	0,82	0,90838072	0,65941821	1,03153534
1,3	0,83	0,90634304	0,65303224	1,02791815
1,3	0,84	0,90428995	0,64664619	1,02454913
1,3	0,85	0,90222172	0,64026172	1,02142179
1,3	0,86	0,90013862	0,63388049	1,01852996
1,3	0,87	0,89804092	0,62750408	1,01586782
1,3	0,88	0,8959289	0,62113409	1,01342983
1,3	0,89	0,89380282	0,61477206	1,01121075
1,3	0,9	0,89166295	0,60841951	1,00920564
1,3	0,91	0,88950957	0,60207793	1,00740977
1,3	0,92	0,88734294	0,59574878	1,0058187
1,3	0,93	0,88516333	0,58943348	1,00442821
1,3	0,94	0,88297102	0,58313345	1,00323429
1,3	0,95	0,88076627	0,57685002	1,00223314
1,3	0,96	0,87854934	0,57058455	1,0014212
1,3	0,97	0,87632051	0,56433834	1,00079504
1,3	0,98	0,87408003	0,55811264	1,00035146
1,3	0,99	0,87182818	0,55190871	1,0000874
1,3	1	0,86956522	0,54572773	1

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,4	0,01	0,99998	0,99993	57,8738427
1,4	0,02	0,99992001	0,99972005	28,9421302
1,4	0,03	0,99982003	0,99937026	19,300542
1,4	0,04	0,9996801	0,99888081	14,4814859
1,4	0,05	0,99950025	0,99825197	11,5914439
1,4	0,06	0,99928052	0,99748408	9,66591007
1,4	0,07	0,99902096	0,99657755	8,29152515
1,4	0,08	0,99872164	0,99553287	7,26160964
1,4	0,09	0,99838262	0,99435061	6,4613418
1,4	0,1	0,99800399	0,99303138	5,82182875
1,4	0,11	0,99758584	0,99157592	5,29922971
1,4	0,12	0,99712827	0,98998498	4,86431765
1,4	0,13	0,99663139	0,98825941	4,49685858
1,4	0,14	0,99609531	0,98640015	4,1823998
1,4	0,15	0,99552016	0,98440816	3,91034275
1,4	0,16	0,99490608	0,98228452	3,67273863
1,4	0,17	0,99425322	0,98003033	3,46350905
1,4	0,18	0,99356172	0,97764679	3,27792645
1,4	0,19	0,99283175	0,97513514	3,11225865
1,4	0,2	0,99206349	0,9724967	2,96352
1,4	0,21	0,99125711	0,96973285	2,8292936
1,4	0,22	0,9904128	0,96684501	2,7076021
1,4	0,23	0,98953076	0,96383469	2,59681208
1,4	0,24	0,9886112	0,96070343	2,49556245
1,4	0,25	0,98765432	0,95745283	2,40270996
1,4	0,26	0,98666035	0,95408456	2,31728731
1,4	0,27	0,98562952	0,95060033	2,23847057
1,4	0,28	0,98456207	0,94700189	2,16555358
1,4	0,29	0,98345823	0,94329106	2,09792763
1,4	0,3	0,98231827	0,9394697	2,03506526
1,4	0,31	0,98114244	0,9355397	1,9765071
1,4	0,32	0,97993101	0,931503	1,92185128
1,4	0,33	0,97868426	0,9273616	1,87074466
1,4	0,34	0,97740246	0,92311751	1,82287575
1,4	0,35	0,9760859	0,9187728	1,77796868
1,4	0,36	0,97473487	0,91432956	1,73577828
1,4	0,37	0,97334969	0,90978993	1,69608596
1,4	0,38	0,97193064	0,90515606	1,65869617
1,4	0,39	0,97047806	0,90043014	1,62343346

( $\gamma$ )	Mach	T/ $T_0$	P/ $P_0$	A/A*
1,4	0,4	0,96899225	0,89561438	1,59014
1,4	0,41	0,96747354	0,89071104	1,55867338
1,4	0,42	0,96592226	0,88572237	1,5289048
1,4	0,43	0,96433875	0,88065067	1,5007175
1,4	0,44	0,96272335	0,87549823	1,47400537
1,4	0,45	0,96107641	0,87026738	1,44867179
1,4	0,46	0,95939827	0,86496045	1,42462855
1,4	0,47	0,95768929	0,8595798	1,40179503
1,4	0,48	0,95594983	0,85412779	1,38009735
1,4	0,49	0,95418026	0,84860679	1,3594677
1,4	0,5	0,95238095	0,84301918	1,33984375
1,4	0,51	0,95055227	0,83736733	1,32116809
1,4	0,52	0,9486946	0,83165364	1,30338776
1,4	0,53	0,94680831	0,8258805	1,28645385
1,4	0,54	0,94489379	0,82005029	1,2703211
1,4	0,55	0,94295144	0,81416541	1,2549476
1,4	0,56	0,94098163	0,80822822	1,24029444
1,4	0,57	0,93898477	0,80224112	1,22632551
1,4	0,58	0,93696125	0,79620647	1,21300721
1,4	0,59	0,93491146	0,79012663	1,20030826
1,4	0,6	0,93283582	0,78400395	1,18819951
1,4	0,61	0,93073472	0,77784078	1,17665374
1,4	0,62	0,92860857	0,77163943	1,16564554
1,4	0,63	0,92645778	0,76540222	1,15515114
1,4	0,64	0,92428276	0,75913144	1,14514831
1,4	0,65	0,92208391	0,75282937	1,13561619
1,4	0,66	0,91986165	0,74649826	1,12653524
1,4	0,67	0,9176164	0,74014035	1,11788714
1,4	0,68	0,91534856	0,73375786	1,10965464
1,4	0,69	0,91305856	0,72735297	1,10182157
1,4	0,7	0,91074681	0,72092786	1,09437268
1,4	0,71	0,90841373	0,71448466	1,08729364
1,4	0,72	0,90605973	0,70802549	1,08057094
1,4	0,73	0,90368523	0,70155244	1,07419185
1,4	0,74	0,90129065	0,69506757	1,06814435
1,4	0,75	0,8988764	0,68857291	1,06241711
1,4	0,76	0,89644291	0,68207045	1,05699943
1,4	0,77	0,8939906	0,67556217	1,05188118
1,4	0,78	0,89151986	0,66905001	1,04705281

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,4	0,79	0,88903113	0,66253587	1,04250527
1,4	0,8	0,88652482	0,65602162	1,03823
1,4	0,81	0,88400134	0,6495091	1,03421889
1,4	0,82	0,88146111	0,64300011	1,03046428
1,4	0,83	0,87890453	0,63649642	1,02695888
1,4	0,84	0,87633202	0,62999977	1,02369581
1,4	0,85	0,87374399	0,62351185	1,02066854
1,4	0,86	0,87114085	0,61703432	1,01787085
1,4	0,87	0,86852299	0,61056881	1,01529688
1,4	0,88	0,86589083	0,6041169	1,01294105
1,4	0,89	0,86324476	0,59768015	1,01079805
1,4	0,9	0,8605852	0,59126007	1,00886287
1,4	0,91	0,85791253	0,58485813	1,00713072
1,4	0,92	0,85522715	0,57847577	1,00559707
1,4	0,93	0,85252945	0,57211439	1,00425762
1,4	0,94	0,84981984	0,56577536	1,00310828
1,4	0,95	0,84709869	0,55945999	1,00214515
1,4	0,96	0,84436639	0,55316957	1,00136456
1,4	0,97	0,84162332	0,54690534	1,000763
1,4	0,98	0,83886987	0,54066853	1,00033714
1,4	0,99	0,83610642	0,5344603	1,0000838
1,4	1	0,83333333	0,52828179	1

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,5	0,01	0,999975	0,999925	57,246918
1,5	0,02	0,99990001	0,99970006	28,6288261
1,5	0,03	0,99977505	0,9993253	19,0918483
1,5	0,04	0,99960016	0,99880096	14,3251502
1,5	0,05	0,99937539	0,99812734	11,466565
1,5	0,06	0,99910081	0,99730485	9,56203745
1,5	0,07	0,9987765	0,99633399	8,20268701
1,5	0,08	0,99840256	0,99521532	7,18407355
1,5	0,09	0,99797909	0,99394952	6,39261943
1,5	0,1	0,99750623	0,99253734	5,76017822
1,5	0,11	0,99698412	0,99097963	5,24338415
1,5	0,12	0,99641291	0,9892773	4,81332684
1,5	0,13	0,99579278	0,98743135	4,44999156
1,5	0,14	0,99512389	0,98544289	4,13908216

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,5	0,15	0,99440646	0,98331308	3,87011493
1,5	0,16	0,9936407	0,98104316	3,63522717
1,5	0,17	0,99282683	0,97863447	3,42840633
1,5	0,18	0,99196508	0,97608841	3,24497608
1,5	0,19	0,99105572	0,97340645	3,08124465
1,5	0,2	0,99009901	0,97059015	2,93425874
1,5	0,21	0,98909523	0,96764112	2,80162761
1,5	0,22	0,98804466	0,96456106	2,68139533
1,5	0,23	0,98694762	0,96135172	2,57194616
1,5	0,24	0,98580442	0,95801493	2,47193375
1,5	0,25	0,98461538	0,95455257	2,38022721
1,5	0,26	0,98338086	0,95096659	2,29586971
1,5	0,27	0,98210121	0,94725898	2,21804623
1,5	0,28	0,98077678	0,94343182	2,14605824
1,5	0,29	0,97940795	0,93948721	2,07930362
1,5	0,3	0,97799511	0,93542732	2,01726059
1,5	0,31	0,97653866	0,93125437	1,95947475
1,5	0,32	0,975039	0,92697061	1,90554856
1,5	0,33	0,97349656	0,92257835	1,85513269
1,5	0,34	0,97191175	0,91807994	1,807919
1,5	0,35	0,97028502	0,91347777	1,76363458
1,5	0,36	0,96861682	0,90877425	1,72203691
1,5	0,37	0,96690759	0,90397185	1,68290973
1,5	0,38	0,9651578	0,89907305	1,6460596
1,5	0,39	0,96336793	0,89408037	1,61131294
1,5	0,4	0,96153846	0,88899636	1,57851359
1,5	0,41	0,95966987	0,88382358	1,54752067
1,5	0,42	0,95776267	0,87856463	1,51820674
1,5	0,43	0,95581734	0,8732221	1,49045629
1,5	0,44	0,95383441	0,86779864	1,46416433
1,5	0,45	0,9518144	0,86229687	1,43923523
1,5	0,46	0,94975781	0,85671944	1,41558173
1,5	0,47	0,94766519	0,85106903	1,39312405
1,5	0,48	0,94553707	0,84534828	1,37178906
1,5	0,49	0,94337398	0,83955988	1,35150967
1,5	0,5	0,94117647	0,83370649	1,33222417
1,5	0,51	0,9389451	0,8277908	1,31387575
1,5	0,52	0,9366804	0,82181546	1,29641198
1,5	0,53	0,93438296	0,81578314	1,27978444

( $\gamma$ )	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,5	0,54	0,93205331	0,8096965	1,26394833
1,5	0,55	0,92969204	0,8035582	1,24886213
1,5	0,56	0,9272997	0,79737086	1,23448733
1,5	0,57	0,92487688	0,79113712	1,22078816
1,5	0,58	0,92242413	0,78485959	1,20773134
1,5	0,59	0,91994204	0,77854085	1,19528587
1,5	0,6	0,91743119	0,77218348	1,18342288
1,5	0,61	0,91489216	0,76579004	1,1721154
1,5	0,62	0,91232552	0,75936306	1,16133823
1,5	0,63	0,90973186	0,75290505	1,15106782
1,5	0,64	0,90711176	0,74641849	1,1412821
1,5	0,65	0,9044658	0,73990583	1,13196041
1,5	0,66	0,90179457	0,73336951	1,12308335
1,5	0,67	0,89909865	0,72681192	1,11463274
1,5	0,68	0,89637863	0,72023543	1,10659147
1,5	0,69	0,89363508	0,71364238	1,09894346
1,5	0,7	0,8908686	0,70703506	1,09167358
1,5	0,71	0,88807975	0,70041575	1,08476759
1,5	0,72	0,88526912	0,69378667	1,07821205
1,5	0,73	0,88243729	0,68715001	1,0719943
1,5	0,74	0,87958484	0,68050795	1,06610238
1,5	0,75	0,87671233	0,67386258	1,06052502
1,5	0,76	0,87382034	0,667216	1,05525155
1,5	0,77	0,87090945	0,66057024	1,05027188
1,5	0,78	0,86798021	0,6539273	1,04557648
1,5	0,79	0,8650332	0,64728914	1,04115632
1,5	0,8	0,86206897	0,64065767	1,03700286
1,5	0,81	0,85908808	0,63403477	1,03310798
1,5	0,82	0,85609109	0,62742227	1,02946403
1,5	0,83	0,85307855	0,62082195	1,0260637
1,5	0,84	0,850051	0,61423556	1,0229001
1,5	0,85	0,847009	0,60766479	1,01996667
1,5	0,86	0,84395308	0,60111131	1,01725718
1,5	0,87	0,84088377	0,59457673	1,01476573
1,5	0,88	0,83780161	0,58806261	1,01248669
1,5	0,89	0,83470712	0,58157048	1,01041472
1,5	0,9	0,83160083	0,57510182	1,00854474
1,5	0,91	0,82848325	0,56865807	1,00687194
1,5	0,92	0,8253549	0,5622406	1,00539171

$(\gamma)$	Mach	T/To	P/Po	A/A*
1,5	0,93	0,82221628	0,55585078	1,00409969
1,5	0,94	0,8190679	0,54948991	1,00299172
1,5	0,95	0,81591025	0,54315923	1,00206384
1,5	0,96	0,81274382	0,53685998	1,00131228
1,5	0,97	0,80956911	0,53059332	1,00073345
1,5	0,98	0,80638658	0,52436039	1,00032394
1,5	0,99	0,80319672	0,51816227	1,00008049
1,5	1	0,8	0,512	1



**ANEXO F**  
**Tabla atmosfera estándar**

ALTITUD (m)	TEMPERATURA (K)	PRESIÓN (Pa)	DENSIDAD (Kg/m <sup>3</sup> )	VELOCIDAD DEL SONIDO (m/s)
0	288	101325	1,225	340,1740731
100	287,35	100128,1927	1,213269108	339,7899793
200	286,7	98942,85923	1,20162437	339,4054508
300	286,05	97768,91518	1,190065344	339,0204861
400	285,4	96606,27664	1,178591594	338,6350838
500	284,75	95454,8601	1,167202682	338,2492424
600	284,1	94314,5825	1,155898172	337,8629604
700	283,45	93185,3612	1,14467763	337,4762362
800	282,8	92067,11397	1,133540622	337,0890683
900	282,15	90959,75902	1,122486717	336,7014553
1000	281,5	89863,21499	1,111515484	336,3133955
1100	280,85	88777,40092	1,100626492	335,9248874
1200	280,2	87702,2363	1,089819315	335,5359295
1300	279,55	86637,641	1,079093524	335,1465202
1400	278,9	85583,53536	1,068448694	334,7566579
1500	278,25	84539,84009	1,0578844	334,366341
1600	277,6	83506,47634	1,04740022	333,975568
1700	276,95	82483,36568	1,03699573	333,5843372
1800	276,3	81470,43007	1,026670511	333,192647
1900	275,65	80467,59191	1,016424142	332,8004958
2000	275	79474,77399	1,006256206	332,407882
2100	274,35	78491,89952	0,996166284	332,0148039
2200	273,7	77518,89213	0,986153962	331,6212599
2300	273,05	76555,67582	0,976218824	331,2272483
2400	272,4	75602,17505	0,966360458	330,8327674
2500	271,75	74658,31464	0,956578451	330,4378156
2600	271,1	73724,01983	0,946872391	330,0423912
2700	270,45	72799,21626	0,937241871	329,6464925
2800	269,8	71883,82999	0,92768648	329,2501177
2900	269,15	70977,78746	0,918205812	328,8532652
3000	268,5	70081,01551	0,90879946	328,4559331
3100	267,85	69193,44139	0,899467021	328,0581199
3200	267,2	68314,99273	0,89020809	327,6598236
3300	266,55	67445,59757	0,881022265	327,2610426
3400	265,9	66585,18434	0,871909146	326,8617751

ALTITUD (m)	TEMPERATURA (K)	PRESIÓN (Pa)	DENSIDAD (Kg/m <sup>3</sup> )	VELOCIDAD DEL SONIDO (m/s)
3500	265,25	65733,68186	0,862868331	326,4620192
3600	264,6	64891,01934	0,853899424	326,0617733
3700	263,95	64057,1264	0,845002026	325,6610354
3800	263,3	63231,93302	0,836175741	325,2598038
3900	262,65	62415,36958	0,827420174	324,8580767
4000	262	61607,36687	0,818734931	324,4558522
4100	261,35	60807,85603	0,810119621	324,0531284
4200	260,7	60016,7686	0,801573852	323,6499034
4300	260,05	59234,0365	0,793097233	323,2461755
4400	259,4	58459,59206	0,784689376	322,8419428
4500	258,75	57693,36794	0,776349894	322,4372032
4600	258,1	56935,29722	0,768078399	322,0319549
4700	257,45	56185,31334	0,759874508	321,6261961
4800	256,8	55443,35013	0,751737835	321,2199247
4900	256,15	54709,34179	0,743667999	320,8131388
5000	255,5	53983,22289	0,735664617	320,4058364
5100	254,85	53264,92838	0,72772731	319,9980156
5200	254,2	52554,39358	0,719855699	319,5896744
5300	253,55	51851,55419	0,712049404	319,1808108
5400	252,9	51156,34626	0,704308051	318,7714228
5500	252,25	50468,70624	0,696631264	318,3615084
5600	251,6	49788,57091	0,689018667	317,9510654
5700	250,95	49115,87745	0,681469889	317,540092
5800	250,3	48450,5634	0,673984557	317,1285859
5900	249,65	47792,56664	0,666562302	316,7165452
6000	249	47141,82544	0,659202753	316,3039677
6100	248,35	46498,27841	0,651905542	315,8908514
6200	247,7	45861,86456	0,644670303	315,4771941
6300	247,05	45232,5232	0,63749667	315,0629937
6400	246,4	44610,19406	0,630384278	314,648248
6500	245,75	43994,81718	0,623332764	314,232955
6600	245,1	43386,33298	0,616341765	313,8171123
6700	244,45	42784,68223	0,609410922	313,4007179
6800	243,8	42189,80605	0,602539873	312,9837695
6900	243,15	41601,64592	0,595728261	312,566265
7000	242,5	41020,14366	0,588975729	312,148202
7100	241,85	40445,24146	0,582281919	311,7295783
7200	241,2	39876,88184	0,575646478	311,3103917

ALTITUD (m)	TEMPERATURA (K)	PRESIÓN (Pa)	DENSIDAD (Kg/m <sup>3</sup> )	VELOCIDAD DEL SONIDO (m/s)
7300	240,55	39315,00766	0,569069052	310,8906399
7400	239,9	38759,56217	0,562549287	310,4703206
7500	239,25	38210,48891	0,556086833	310,0494315
7600	238,6	37667,7318	0,54968134	309,6279703
7700	237,95	37131,2351	0,543332458	309,2059346
7800	237,3	36600,94339	0,537039841	308,7833221
7900	236,65	36076,80162	0,53080314	308,3601304
8000	236	35558,75507	0,524622012	307,9363571
8100	235,35	35046,74934	0,518496112	307,5119998
8200	234,7	34540,73038	0,512425096	307,0870561
8300	234,05	34040,6445	0,506408624	306,6615235
8400	233,4	33546,4383	0,500446354	306,2353997
8500	232,75	33058,05875	0,494537947	305,808682
8600	232,1	32575,45313	0,488683065	305,3813681
8700	231,45	32098,56906	0,482881371	304,9534555
8800	230,8	31627,35451	0,477132529	304,5249415
8900	230,15	31161,75773	0,471436205	304,0958237
9000	229,5	30701,72735	0,465792064	303,6660995
9100	228,85	30247,2123	0,460199775	303,2357664
9200	228,2	29798,16184	0,454659006	302,8048216
9300	227,55	29354,52555	0,449169429	302,3732627
9400	226,9	28916,25334	0,443730713	301,941087
9500	226,25	28483,29544	0,438342531	301,5082918
9600	225,6	28055,60241	0,433004557	301,0748744
9700	224,95	27633,1251	0,427716466	300,6408322
9800	224,3	27215,81473	0,422477934	300,2061625
9900	223,65	26803,62278	0,417288637	299,7708625
10000	223	26396,50109	0,412148255	299,3349295
10100	222,35	25994,40179	0,407056466	298,8983607
10200	221,7	25597,27733	0,402012951	298,4611533
10300	221,05	25205,08049	0,397017393	298,0233045
10400	220,4	24817,76433	0,392069474	297,5848114
10500	219,75	24435,28226	0,387168878	297,1456713
10600	219,1	24057,58795	0,382315291	296,7058813
10700	218,45	23684,63543	0,3775084	296,2654384
10800	217,8	23316,379	0,372747891	295,8243398
10900	217,15	22952,77329	0,368033454	295,3825824
11000	216,5	22593,77321	0,363364779	294,9401634

## **ANEXO G**