

## RAE

1. **TIPO DE DOCUMENTO:** Trabajo de grado para optar por el título de INGENIERO AERONÁUTICO
2. **TITULO:** ANÁLISIS DE ESTABILIDAD Y CONTROL DINÁMICO DE UNA AERONAVE DE BAJA VELOCIDAD
3. **AUTORES:** Nicolás Villalba Cueto, Camilo Antonio Sánchez Tascón, Carlos Andrés Sua García y John Erick Prieto Casallas
4. **LUGAR:** Bogotá, D.C
5. **FECHA:** Junio de 2014
6. **PALABRAS CLAVE:** Estabilidad y control, STOL CH 750, Estabilidad estática, Estabilidad dinámica, SIMULINK, Controladores PID, Aeronave de baja velocidad, Funciones de transferencia, Derivativas, Sistema feedback.
7. **DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO:** el desarrollo del proyecto de investigación, se pretende realizar un estudio sobre la estabilidad estática y dinámica de una aeronave en condición de crucero, cuya velocidad máxima sea inferior a *Mach* 0,3; para de ese modo conocer la respuesta en el tiempo sobre los tres ejes (longitudinal, lateral y direccional) de la aeronave y así, diseñar de manera preliminar un sistema de control que estabilice a la aeronave en caso de que esta sea perturbada por fenómenos naturales (lluvia, vientos, tormentas, etc.)
8. **LINEAS DE INVESTIGACIÓN:** Energía y vehículos / La línea de investigación de la facultad estará orientada a desarrollo de diseño de aeronaves / Análisis estático y dinámico de una aeronave de baja velocidad/Diseño de aeronaves.
9. **METODOLOGÍA:** De carácter empírico-analítico, con un enfoque metodológico con base en el estudio de una aeronave de baja velocidad.
10. **CONCLUSIONES:** La estabilidad estática longitudinal, direccional y lateral de la aeronave STOL CH 750; obteniendo que para el eje longitudinal  $C_m = -0,0376$ , al ser  $C_m < 0$  la aeronave es estable longitudinalmente. Para la estabilidad direccional, se puede despreciar la contribución del ala ya que la aeronave seleccionada no cuenta con diedro ni flechamiento, teniendo sólo en cuenta las contribuciones del fuselaje y de la cola vertical, se obtuvo que  $C_{n\beta} = 0,0011$ , siendo estable en el eje direccional al ser  $C_{n\beta} > 0$ . Finalmente para el eje lateral, se toma en cuenta únicamente la contribución de la cola vertical ya que se puede ignorar la contribución del ala al no tener diedro, por lo tanto se obtuvo que  $C_{l\beta} = -0,0021$  y al ser  $C_{l\beta} < 0$  la aeronave es estable lateralmente.

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD Y CONTROL DINÁMICO DE UNA AERONAVE  
DE BAJA VELOCIDAD**

**CAMILO ANTONIO SANCHEZ TASCÓN  
CARLOS ANDRES SUA GARCÍA  
JOHN ERICK PRIETO CASALLAS  
NICOLÁS VILLALBA CUETO**

**UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA  
FACULTAD DE INGENIERIA  
BOGOTÁ, D.C.  
2014**

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD Y CONTROL DINÁMICO DE UNA AERONAVE DE  
BAJA VELOCIDAD**

**CAMILO ANTONIO SÁNCHEZ TASCÓN**

**CÓDIGO 20091231052**

**CARLOS ANDRÉS SUA GARCÍA**

**CÓDIGO 20091231086**

**JOHN ERICK PRIETO CASALLAS**

**CÓDIGO 20091231091**

**NICOLÁS VILLALBA CUETO**

**CÓDIGO 20091231035**

**Trabajo de grado para optar al  
Título de Ingeniero Aeronáutico**

**Director**

**PEDRO LUIS JIMENEZ SOLER**

**MSc. Ingeniería Aeroespacial**

**UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA  
FACULTAD DE INGENIERIA AERONÁUTICA  
BOGOTÁ, D.C.  
2014**

Nota de Aceptación:

---

---

---

---

---

---

---

Firma Presidente del Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

Bogotá, D.C., junio 2014

## DEDICATORIAS

Me gustaría expresar en estas líneas un sincero agradecimiento, a Dios por bendecirme para llegar hasta este punto y por hacer realidad unos de mis sueños anhelados, y a todas las personas que con su ayuda han colaborado con la elaboración del presente trabajo.

Le doy gracias a mis padres Raúl Sánchez y Rosa Tascón por el apoyo en todo momento, por los valores inculcados y por haberme dado la oportunidad de tener una excelente educación el transcurso de mi vida, y por ser un ejemplo de vida a seguir.

A mi hermano por ser parte de mi vida y permitirle demostrar, como se culmina una etapa que para él será nueva en algún momento de su vida. A mi novia por llenarme de alegrías y cariño cuando lo necesitaba.

Son muchas las personas las que han hecho parte de mi vida, y me gustaría agradecerle por su amistad, consejos, apoyo, ánimo y compañía en momentos difíciles, algunos están aquí conmigo otros en mis recuerdos, estén donde estén quiero darle las gracias por formar parte de mi vida.

A todos muchas gracias.

CAMILO ANTONIO SÁNCHEZ TASCÓN

Este trabajo no hubiera sido posible sin el aporte de muchas personas a las que agradezco por estar presentes en distintas etapas de este proceso.

Le agradezco inmensamente a Dios, quien dio el mayor impulso y bendición para realizar este trabajo, además le agradezco muy especialmente a el Ingeniero Pedro Jiménez, por su apoyo y supervisión durante todo el proceso, y quien hizo que este trabajo se desarrollara de manera satisfactoria tanto a nivel académico y personal.

A mi familia y seres queridos en especial mi madre y a mi padre que son lo más importante para mí, quienes me han dado el apoyo y respaldo en todo momento de mi vida y a quienes les agradezco por todo lo que he sido y he conseguido.

Por último a mis amigos, y mis compañeros de este trabajo de grado quienes dieron todo de ellos para sacarlo adelante poniendo su empeño, tiempo, y conocimientos, y con los que además compartí muchos momentos en la universidad.

CARLOS ANDRÉS SUA GARCÍA

Primordialmente doy gracias a Dios por darme la salud, inteligencia, sabiduría, paciencia, entendimiento y la capacidad para ejercer este proyecto.

A mis padres y mi hermano por todo su apoyo, comprensión y confianza. A mis compañeros de trabajo por el compromiso y empeño que le pusimos cada uno de nosotros para sacar adelante este proyecto.

JOHN ERICK PRIETO CASALLAS

En primer lugar quiero agradecer a Dios por haberme brindado esta gran oportunidad en mi vida. También agradezco a mi madre, abuela, tía, hermanas y especialmente a mi abuelo por todo el esfuerzo, respaldo y sacrificios que hicieron durante toda esta gran etapa de mi vida; por su apoyo incondicional y sus consejos en los momentos difíciles. Sin ellos no hubiera sido posible culminar esta fase.

También a mi padre y novia quienes siempre estuvieron pendientes de este proceso y aconsejándome en cada momento de esta larga etapa.

NICOLÁS VILLALBA CUETO

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores de este proyecto de grado, queremos expresar nuestro mayor agradecimiento a:

**Ingeniero Pedro Luis Jiménez Soler**, docente de la Universidad de San Buenaventura, quien nos guio de manera exitosa durante todo el desarrollo de este proyecto, por todo su tiempo dedicado, paciencia y apoyo. Igualmente por aconsejarnos y compartirnos sus conocimientos de manera incondicional.

## CONTENIDO

|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| INTRODUCCIÓN .....                                                                                | 18 |
| PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....                                                                   | 19 |
| 1.1. ANTECEDENTES.....                                                                            | 19 |
| 1.1.1. Nacional/Local.....                                                                        | 19 |
| 1.1.2. Internacional.....                                                                         | 20 |
| 1.2. DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA .....                                                 | 22 |
| 1.3. JUSTIFICACIÓN.....                                                                           | 23 |
| 1.4. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN .....                                                          | 24 |
| 1.4.1. Objetivo General .....                                                                     | 24 |
| 1.4.2. Objetivos Específicos .....                                                                | 24 |
| 1.5. ALCANCES Y LIMITACIONES DEL PROYECTO .....                                                   | 24 |
| 1.5.1. Alcances.....                                                                              | 24 |
| 1.5.2. Limitaciones .....                                                                         | 24 |
| 2. MARCO DE REFERENCIA .....                                                                      | 25 |
| 2.1. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL .....                                                             | 25 |
| 2.2. MARCO LEGAL O NORMATIVO .....                                                                | 33 |
| 2.3. ALTERNATIVAS DE SOLUCIÓN PREVISTAS .....                                                     | 34 |
| 3. METODOLOGÍA.....                                                                               | 37 |
| 3.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN.....                                                             | 41 |
| 3.2. LINEA DE INVESTIGACIÓN DE USB / SUB-LINEA DE FACULTAD /<br>CAMPO TEMATICO DEL PROGRAMA ..... | 41 |
| 4. DESARROLLO DE INGENIERÍA .....                                                                 | 42 |
| 4.1. DETERMINACIÓN DE LA ESTABILIDAD ESTÁTICA.....                                                | 42 |
| 4.1.1. Análisis de la aeronave por medio AAA .....                                                | 45 |
| 4.1.2. Determinación de la estabilidad estática longitudinal .....                                | 60 |
| 4.1.3. Determinación de la estabilidad estática direccional .....                                 | 66 |
| 4.1.4. Determinación de la estabilidad estática lateral .....                                     | 68 |
| 4.2. DETERMINACIÓN DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA PARA<br>LOS SEIS GRADOS DE LIBERTAD .....    | 70 |
| 4.2.1. Cálculo de las derivativas para la estabilidad longitudinal .....                          | 70 |

|                                                                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.2.2. Cálculo de las derivativas para la estabilidad lateral-direccional .....                                                    | 73  |
| 4.2.3. Cálculo de la respuesta longitudinal .....                                                                                  | 78  |
| 4.2.4. Cálculo de la función de transferencia para un “ <i>short period</i> ” .....                                                | 79  |
| 4.2.5. Aproximación de la función de transferencia para un “ <i>phugoid</i> ” .....                                                | 81  |
| 4.3. DETERMINACIÓN DE LA ESTABILIDAD DINÁMICA DE LA AERONAVE<br>MEDIANTE EL DIAGRAMA “ <i>ROOT-LOCUS</i> ” .....                   | 82  |
| 4.3.1. Diseño de un sistema de estabilización del “ <i>pitch</i> ” .....                                                           | 82  |
| 4.3.2. Diseño del sistema de “ <i>yaw damper</i> ” .....                                                                           | 84  |
| 4.3.3. Representación del diagrama “ <i>Root-Locus</i> ” .....                                                                     | 87  |
| 4.4. DISEÑO DE FORMA PRELIMINAR EL SISTEMA DE CONTROL<br>LONGITUDINAL Y LATERAL-DIRECCIONAL EN SIMULINK-MATLAB .....               | 88  |
| 4.4.1. Respuesta del control “ <i>Closed-loop</i> ” .....                                                                          | 88  |
| 4.4.2. Cálculo del desplazamiento del “ <i>pitch</i> ” del piloto automático con tasa de<br>“ <i>pitch</i> ” retroalimentado ..... | 91  |
| 4.4.3. Diseño del sistema de control de “ <i>Altitude Hold</i> ” .....                                                             | 94  |
| 5. RESULTADOS .....                                                                                                                | 98  |
| 6. CONCLUSIONES .....                                                                                                              | 113 |
| 7. Bibliografía .....                                                                                                              | 115 |
| 9. Tabla de Anexos .....                                                                                                           | 117 |

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1: Pantalla de inicio de ASC (3) .....                                                    | 20 |
| Figura 2: Ala volante Horten Ho-Xb (4) .....                                                     | 21 |
| Figura 3: UAV del departamento de Aerotecnia de la EUITA (6) .....                               | 22 |
| Figura 4: Comportamiento de una aeronave estable estáticamente .....                             | 25 |
| Figura 5: Comportamiento de una aeronave estable dinámicamente .....                             | 26 |
| Figura 6: Movimiento durante el “short-period” (10) .....                                        | 27 |
| Figura 7: Respuestas de un sistema de segundo orden (15) .....                                   | 31 |
| Figura 8: Características de la respuestas de segundo orden (15) .....                           | 32 |
| Figura 9: Gráfica de “Root-Locus” de una aeronave estable (15) .....                             | 35 |
| Figura 10: Sistema de control con “feedback” (15) .....                                          | 36 |
| Figura 11: Respuesta del escalón unitario. (15) .....                                            | 36 |
| Figura 12: Diagrama de flujo del proyecto .....                                                  | 38 |
| Figura 13: $Cl$ vs $\alpha$ del perfil NACA 65-018 .....                                         | 44 |
| Figura 14: Plano de la aeronave STOL CH 750 .....                                                | 45 |
| Figura 15: $Cl$ vs $\alpha$ del perfil .....                                                     | 47 |
| Figura 16: $Cl$ vs $Cd$ .....                                                                    | 48 |
| Figura 17: $Cd$ vs $\alpha$ .....                                                                | 49 |
| Figura 18: $Cm$ vs $\alpha$ .....                                                                | 50 |
| Figura 19: Representación del ala en AAA .....                                                   | 51 |
| Figura 20: Representación del estabilizador horizontal en AAA .....                              | 52 |
| Figura 21: Representación del estabilizador vertical en AAA .....                                | 53 |
| Figura 22: Representación del fuselaje en AAA .....                                              | 54 |
| Figura 23: Representación de la aeronave STOL CH 750 en AAA .....                                | 55 |
| Figura 24: Vista frontal, lateral y superior del STOL CH 750 (2) .....                           | 56 |
| Figura 25: Derivativas obtenidas en AAA de la aeronave STOL CH 750 .....                         | 57 |
| Figura 26: Función de transferencia de ángulo de “pitch” obtenida por medio de AAA .....         | 58 |
| Figura 27: Función de transferencia de ángulo de ataque obtenida por medio de AAA .....          | 58 |
| Figura 28: Función de transferencia lateral del “Dutch-roll” obtenida por medio de AAA .....     | 59 |
| Figura 29: Función de transferencia direccional del “Dutch-roll” obtenida por medio de AAA ..... | 60 |
| Figura 30: Representación de las distancias del motor .....                                      | 62 |
| Figura 31: Seccionamiento del fuselaje .....                                                     | 64 |
| Figura 32: Representación de $CLq$ .....                                                         | 71 |
| Figura 33: Representación de $Cmq$ .....                                                         | 72 |
| Figura 34: Representación de $CL\alpha$ .....                                                    | 73 |

|                                                                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 35: Representación de $C_{m\alpha}$ .....                                                                        | 73  |
| Figura 36: Representación de $C_{yp}$ .....                                                                             | 73  |
| Figura 37: Representación de $C_{lp}$ .....                                                                             | 74  |
| Figura 38: Representación de $C_{np}$ .....                                                                             | 75  |
| Figura 39: Representación de $C_{yr}$ .....                                                                             | 75  |
| Figura 40: Representación de $C_{lr}$ .....                                                                             | 76  |
| Figura 41: Representación de $C_{nr}$ .....                                                                             | 76  |
| Figura 42: Representación $C_{y\beta V}$ .....                                                                          | 77  |
| Figura 43: Respuesta longitudinal en el tiempo .....                                                                    | 79  |
| Figura 44: Respuesta en el tiempo del “Short Period” .....                                                              | 80  |
| Figura 45: Respuesta en el tiempo del “Phugoid” .....                                                                   | 81  |
| Figura 46: Arquitectura del sistema en SISOTOOL .....                                                                   | 82  |
| Figura 47: Respuesta longitudinal en el tiempo con controlador PID y con el<br>método “Robust response time” .....      | 83  |
| Figura 48: Respuesta longitudinal en el tiempo con controlador PID y con el<br>método “Classical design formulas” ..... | 84  |
| Figura 49: Tiempo de respuesta de “yaw damper” .....                                                                    | 85  |
| Figura 50: Tiempo de respuesta de “yaw damper” con el controlador PID y método<br>“classical design” .....              | 86  |
| Figura 51: Desarrollo de “yaw damper” en SISOTOOL .....                                                                 | 86  |
| Figura 52: Tiempo de respuesta de “yaw damper” con el controlador PID y método<br>“robust response time” .....          | 87  |
| Figura 53: Representación del diagrama “Root-Locus” .....                                                               | 88  |
| Figura 54: Diseño del control “closed-loop” longitudinal .....                                                          | 89  |
| Figura 55: Respuesta del control “closed-loop” longitudinal .....                                                       | 89  |
| Figura 56: Diseño del control “closed-loop” lateral-direccional .....                                                   | 90  |
| Figura 57: Respuesta del control “closed-loop” lateral-direccional.....                                                 | 90  |
| Figura 58: Diseño del control “closed-loop” .....                                                                       | 91  |
| Figura 59: Diseño del control longitudinal retroalimentado .....                                                        | 91  |
| Figura 60: Respuesta del control longitudinal retroalimentado .....                                                     | 92  |
| Figura 61: Diseño del control lateral-direccional retroalimentado .....                                                 | 93  |
| Figura 62: Respuesta del control lateral-direccional retroalimentado .....                                              | 93  |
| Figura 63: Sistema de control longitudinal y lateral-direccional .....                                                  | 94  |
| Figura 64: “Inner Loop” del “altitude hold” .....                                                                       | 95  |
| Figura 65: Respuesta en el tiempo del “inner loop” .....                                                                | 95  |
| Figura 66: Diseño final del “altitude hold” .....                                                                       | 96  |
| Figura 67: Sistema de control de “altitude hold” con y sin PID .....                                                    | 96  |
| Figura 68: Diagrama “Root-Locus” del control longitudinal .....                                                         | 102 |
| Figura 69: Sistema de control longitudinal y lateral-direccional .....                                                  | 102 |
| Figura 70: Resultados del control longitudinal cambiando el tipo de PID .....                                           | 103 |
| Figura 71: Respuesta del control longitudinal con PD .....                                                              | 104 |

|                                                                                                   |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 72: Respuesta del control longitudinal con PID .....                                       | 104 |
| Figura 73: Respuesta del control longitudinal con PI .....                                        | 105 |
| Figura 74: Respuesta en el tiempo del control longitudinal con y sin controlador PD .....         | 105 |
| Figura 75: Resultados del control lateral-direccional cambiando el PID .....                      | 106 |
| Figura 76: Respuesta del control lateral-direccional con PID .....                                | 107 |
| Figura 77: Respuesta del control lateral-direccional con PI .....                                 | 108 |
| Figura 78: Respuesta del control lateral-direccional con PD .....                                 | 108 |
| Figura 79: Respuesta en el tiempo del control lateral-direccional con y sin controlador PID ..... | 109 |
| Figura 80: Respuesta del “altitude hold” con controlador PID .....                                | 110 |
| Figura 81: Respuesta del “altitude hold” con controlador PI .....                                 | 110 |
| Figura 82: Respuesta del “altitude hold” con controlador PD .....                                 | 111 |
| Figura 83: Respuestas de las distintas configuraciones del PID .....                              | 112 |

## LISTA DE TABLAS

|                                                                                           |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla 1: Características geométricas de la aeronave STOL CH 750.....                      | 43  |
| Tabla 2: Rendimiento de la aeronave STOL CH 750.....                                      | 43  |
| Tabla 3: Características del ala, rudder y estabilizador vertical.....                    | 43  |
| Tabla 4: Datos del sub-módulo de “lift”.....                                              | 46  |
| Tabla 5: Datos de $C_d$ vs $C_l$ .....                                                    | 47  |
| Tabla 6: Datos de la geometría del ala en AAA.....                                        | 50  |
| Tabla 7: Datos de la geometría del estabilizador horizontal en AAA.....                   | 51  |
| Tabla 8: Datos de la geometría del estabilizador vertical en AAA.....                     | 52  |
| Tabla 9: Datos del seccionamiento del fuselaje en AAA.....                                | 54  |
| Tabla 10: Parámetros geométricos de la hélice.....                                        | 63  |
| Tabla 11: Resultados de la estabilidad estática de la aeronave STOL CH 750.....           | 98  |
| Tabla 12: Resultados de las derivativas de la estabilidad de la aeronave STOL CH 750..... | 99  |
| Tabla 13: Comparación derivativas STOL CH 750 y CESSNA 172.....                           | 99  |
| Tabla 14: Comparación de datos del control longitudinal.....                              | 103 |
| Tabla 15: Comparación de datos del control longitudinal con PD y sin PD.....              | 106 |
| Tabla 16: Comparación de datos del control lateral-direccional.....                       | 107 |
| Tabla 17: Comparación de datos del control lateral-direccional con PID y sin PID.....     | 109 |
| Tabla 18: Configuraciones del controlador PID.....                                        | 111 |
| Tabla 19: Resultados de las distintas configuraciones de PID del “altitude hold”.....     | 112 |

## LISTA DE SIMBOLOS

$AR$  = "Aspect ratio"

$a_o$  = Pendiente de la curva de "lift".

$a_t$  = Pendiente de la curva de "lift" de la cola.

$a_v$  = Pendiente de la curva de "lift" de la cola vertical

$a_w$  = Pendiente de la curva de "lift" del ala.

$b_f$  = ancho/diámetro local.

$b_w$  = Envergadura del ala.

$b_{hw}$  = Envergadura del estabilizador horizontal.

$C_{D\alpha}$  = Coeficiente de la pendiente de la curva de arrastre.

$C_L$  = Control longitudinal coeficiente de "trim-lift".

$C_{L\alpha}$  = Coeficiente de la pendiente de la curva de sustentación del perfil.

$C_{L\alpha, WB}$  = Contribución de ala-fuselaje longitudinal.

$C_{L,t}$  = Deflexión del elevador en el coeficiente de "lift" de la cola.

$C_{L,w}$  = Pendiente de la curva de "lift" del ala.

$C_{Lq}$  = Tasa de "pitch" en el coeficiente de sustentación.

$(C_{Lq})_{WB}$  = Tasa de "pitch" en el coeficiente de sustentación para ala fuselaje.

$(C_{Lq})_t$  = Tasa de "pitch" en el coeficiente de sustentación para cola.

$C_{L\dot{\alpha}}$  = Efectos inestables del coeficiente de sustentación con variación del ángulo de ataque.

$(C_{L\dot{\alpha}})_{WB}$  = Efectos inestables del coeficiente de sustentación para ala fuselaje.

$(C_{L\dot{\alpha}})_t$  = Efectos inestables del coeficiente de sustentación para la cola.

$C_l$  = Coeficiente de "lift" del ala.

$C_{l0}$  = Coeficiente de "lift" del ala cuando el ángulo de ataque es cero.

$C_{l,M}$  = Coeficiente del rollo de momento.

$C_{L\beta}$  = Estabilidad estática total lateral.

$(C_{l\beta})_w$  = Contribución del ala lateral.

$(C_{l\beta})_v$  = Contribución de la cola vertical lateral.

$C_{l\delta\alpha}$  = Deflexión de los alerones.

$C_{lp}$  = Momento inducido de "roll" debido a cambio de "roll".

$(C_{lp})_w$  = Momento inducido de "roll" para el ala.

$(C_{lp})_v$  = Momento inducido de "roll" para la cola vertical.

$C_{lr}$  = Momento de "roll" inducido, producido por cambio de "yaw".

$(C_{lr})_w$  = Momento de "roll" inducido, producido por cambio de "yaw" para el ala.

$(C_{lr})_v$  = Momento de "roll" inducido, producido por cambio de "yaw" para cola vertical.

$C_{l\delta a}$  = Coeficiente de momento de rollo.

$C_m$  = Estabilidad total estática longitudinal.

$\frac{C_{mCG_w}}{d\alpha}$  = Contribución del motor a la estabilidad estática longitudinal.

$C_{mac,w}$  = Coeficiente de momento de "pitch" con el centro aerodinámico del ala.  
 $C_{mf}$  = Contribución del fuselaje longitudinal.  
 $C_{mo,f}$  = Momento de cero "lift-pitching".  
 $C_{mw}$  = Contribución del ala longitudinal.  
 $C_{m,t}$  = Contribución de la cola horizontal longitudinal.  
 $C_{mq}$  = Momento inducido de "pitch".  
 $(C_{mq})_{WB}$  = Momento inducido de "pitch" para ala fuselaje.  
 $(C_{mq})_t$  = Momento inducido de "pitch" para cola.  
 $C_{M\alpha}$  = Coeficiente de la pendiente de la curva del momento de "pitch".  
 $C_{m\dot{\alpha}}$  = Momento de cabeceo durante un lapso de tiempo.  
 $C_{M0}$  = Estabilidad estática total longitudinal.  
 $C_{mp}$  = Contribución del motor a la estabilidad longitudinal.  
 $C_{N\beta}$  = Estabilidad estática total direccional.  
 $(C_{n\beta})_W$  = Contribución del ala direccional.  
 $(C_{n\beta})_{B(W)}$  = Contribución del fuselaje direccional.  
 $(C_{n\beta,V})_{fix}$  = Contribución de la cola vertical direccional.  
 $(C_{n\beta})_{fix}$  = Estabilidad total estática direccional.  
 $C_{n\delta r}$  = Coeficiente de momento de guiño por unidad de deflexión.  
 $C_{Np}$  = Coeficiente de la fuerza normal.  
 $C_{np}$  = Momento inducido de "yaw" debido a un "roll".  
 $(C_{np})_W$  = Momento inducido de "yaw" debido a un "roll" para el ala.  
 $(C_{np})_V$  = Momento inducido de "yaw" debido a un "roll" para cola vertical.  
 $C_{nr}$  = Momento inducido de "yaw" debido a un cambio de "yaw".  
 $(C_{nr})_W$  = Momento inducido de "yaw" debido a un cambio de "yaw" para el ala.  
 $(C_{nr})_V$  = Momento inducido de "yaw" debido a un cambio de "yaw" para la cola vertical.  
 $c_w$  = Cuerda del ala.  
 $c_{hw}$  = Cuerda del estabilizador horizontal.  
 $C_{yp}$  = Fuerza lateral inducida debido a cambio de "roll".  
 $(C_{yp})_W$  = Fuerza lateral inducida debido a un cambio de "roll" para el ala.  
 $(C_{yp})_V$  = Fuerza lateral inducida debido a un cambio de "roll" para la cola vertical.  
 $C_{yr}$  = Fuerza lateral inducida debido al cambio de "yaw".  
 $(C_{y\beta})_V$  = Aceleración debido a efectos del cambio de "sideslip".  
 $\bar{c}$  = Cuerda media aerodinámica.  
 $D$  = Diámetro de las palas.  
 $f(a)$  = Factor "q"  
 $h$  = Altura de la aeronave.  
 $H_n$  = Margen estático.  
 $h_p$  = Longitud horizontal entre la nariz del avión al centro de gravedad.  
 $i_{cl,B}$  = ángulo de incidencia de la línea de "camber" del fuselaje relativa a la línea de referencia del fuselaje.

$i_t$  = Incidencia de la cola con respecto a la línea de referencia de la aeronave.  
 $i_w$  = Incidencia del ala con respecto a la línea de referencia de la aeronave.  
 $k$  = Parámetro empírico en función de la envergadura de la cola vertical y el radio promedio de las secciones del fuselaje.  
 $K_{B(W)}$  = Función del diámetro del cuerpo para la envergadura.  
 $K_N$  = Factor de interferencia ala cuerpo empírica.  
 $K_{W(B)}$  = Función del diámetro del cuerpo para la envergadura.  
 $K_{Rl}$  = Factor empírico en función del número de Reynolds del fuselaje.  
 $(k_2 - k_1)$  = Constante de masa aparente.  
 $L$  = Momento total de rollo  
 $l$  = Longitud de la aeronave.  
 $l_h$  = Distancia entre el centro aerodinámico del ala al centro aerodinámico de la cola horizontal.  
 $l_f$  = Longitud del fuselaje.  
 $l_p$  = Longitud horizontal entre la nariz del avión al centro de gravedad.  
 $l_v$  = Distancia horizontal entre el centro aerodinámico del ala al centro aerodinámico de la cola vertical.  
 $MTOW$  = Peso máximo de despegue "Maximun Take Off Weight".  
 $N$  = Número de palas.  
 $N_0$  = Punto neutro de la aeronave.  
 $O_s$  = Porcentaje de sobre-pico "Overshoot"  
 $q$  = Presión dinámica.  
 $S_{B,S}$  = Área latera proyectada del fuselaje.  
 $S_{exp}$  = Superficie expuesta.  
 $S_p$  = Área que forma la hélice al girar.  
 $S_v$  = Superficie de la cola vertical.  
 $S_w$  = Superficie del ala.  
 $T_c$  = Coeficiente de empuje.  
 $T_p$  = Tiempo para alcanzar el pico máximo "Peak time"  
 $T_s$  = Tiempo requerido para la respuesta transitoria "Settling time"  
 $v$  = Velocidad de la aeronave.  
 $v_f$  = Volumen del fuselaje.  
 $\bar{V}_1$  = Relación de volumen de la cola horizontal.  
 $\bar{V}_2$  = Relación de volumen de la cola vertical.  
 $V_c$  = Velocidad de crucero.  
 $VM_o$  = Velocidad máxima de operación.  
 $V_{max}$  = Velocidad máxima.  
 $V_s$  = Velocidad de perdida "stall".  
 $W$  = Peso de la aeronave.  
 $\bar{x}_a$  = Distancia entre el centro aerodinámico y el centro de gravedad.  
 $\bar{x}_{ac}$  = Distancia al centro aerodinámico.  
 $\bar{x}_{cg}$  = Distancia al centro de gravedad.

$\alpha$  = Ángulo de ataque.  
 $\alpha_{ow}$  = Ángulo de cero "lift" del ala.  
 $\alpha_t$  = Ángulo de ataque de la cola.  
 $\alpha_w$  = Ángulo de ataque del ala.  
 $\beta$  = Deslizamiento lateral "sideslip".  
 $\epsilon$  = Ángulo de "downwash" para el centro aerodinámico de la cola horizontal.  
 $\lambda$  = "eigenvalues".  
 $\eta_t$  = Relación de presión dinámica en la cola horizontal.  
 $\eta_v$  = Relación de presión dinámica de la cola vertical.  
 $\rho$  = Densidad.  
 $\pi$  = Numero pi.  
 $\Gamma$  = constante de ángulo de diedro.  
 $\delta_{e,o}$  = Deflexión del elevador para el "trim" longitudinal.  
 $\delta_r$  = Deflexión del "rudder".  
 $\tau$  = Efectividad del elevador.  
 $\tau_2$  = Efectividad del "rudder".  
 $\zeta$  = relación de amortiguamiento.  
 $\omega_n$  = frecuencia natural.

$\frac{dC_{N_o}}{d\alpha}$  = Variación del coeficiente de empuje normal respecto al ángulo de ataque.  
 $\frac{dC_{N_p}}{d\alpha}$  = Variación del coeficiente de fuerza normal producido por la hélice respecto al ángulo de ataque del avión.  
 $\frac{d\epsilon}{d\alpha}$  = "downwash" en la cola horizontal.  
 $\frac{d\delta_e}{dC_L}$  = coeficiente de "trim-lift".  
 $\left(\frac{\partial C_m}{\partial \alpha}\right)_f$  = Variación del momento de "pitch" con el ángulo de ataque.  
 $\left(\frac{\partial M}{\partial \alpha}\right)_f$  = Variación del momento de desestabilización de "pitch" con el ángulo de ataque.

## INTRODUCCIÓN

Los avances tecnológicos que han trasegado a lo largo de la historia han contribuido con grandes beneficios en la humanidad, la invención de nuevas tecnologías alrededor del mundo, y la invención de nuevos mecanismos (sistemas de piloto automático) de implementación en la aeronáutica, enfocados a las aeronaves comerciales y aeronaves tipo “home-made” han generado aeronaves más autónomas y seguras para diferentes tipos de vuelos como los son los transatlánticos.

Los sistemas de piloto automático son empleados en la aeronave para que esta, corrija y mantenga cierta condición mientras se está en vuelo, estos dispositivos están siendo implementados en las aeronaves de hoy en día para que estas obedezcan a las características asignadas durante sus diferentes fases de vuelo (despegue, crucero y aterrizaje), y para poder generar que el comportamiento en vuelo de la aeronave sea continuamente el mismo así sea perturbado por algún fenómeno, teniendo la capacidad de regresar a su posición inicial por medio del piloto automático, todo estos mecanismos son implementados básicamente con el fin de lograr que las aeronaves logren un vuelo seguro y así mismo evitar que se presenten fallas o accidentes, por ende, con este proyecto de investigación se pretende analizar la estabilidad y control dinámico de una aeronave de baja velocidad, y poder realizar el diseño preliminar de un sistema de control sobre los tres ejes de la aeronave y conociendo la respuesta en el tiempo por medio del sub-módulo SIMULINK de MATLAB. Adicionalmente un sistema de control de “altitude hold”, el cual se encargue de llevar y mantener a la aeronave automáticamente a una altura deseada por el piloto.

Para lograr este diseño, inicialmente se deberá contar con los parámetros aerodinámicos de la aeronave, estos se calcularán mediante el software AAA (Advanced Aircraft Analysis) (1) y con este determinar la estabilidad estática de la aeronave. Posteriormente, se deberá conocer las derivativas de control basándose en el libro de *Bandu N. Pamadi “Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes”* (2), y poder hallar las funciones de transferencia de la aeronave en el eje longitudinal y lateral-direccional y así, conocer si la aeronave es dinámicamente estable o inestable por medio del diagrama “Root-Locus”. Finalmente se deberá determinar el controlador PID más óptimo, es decir, que estabilice a la aeronave en poco tiempo y con muy poco o ningún sobresalto u “overshoots” para el diseño de estos sistemas de control y el “altitude hold”.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1. ANTECEDENTES

#### 1.1.1. Nacional/Local

En el ámbito nacional se encuentran proyectos de grado desarrollados por la Universidad de San Buenaventura, seccional Bogotá, que tratan sobre el análisis de la estabilidad estática de MAV (Micro-Vehículo Aéreo) y de la aeronave SUE-SUA. Así mismo, se encontró el desarrollo de una herramienta informática para la estabilidad estática lateral direccional de cualquier aeronave de ala fija.

En cuanto al análisis del MAV, cuya mayor dimensión es de siete centímetros y planos con geometría Zimmerman, se muestra el desarrollo de los cálculos de estabilidad estática y control. La obtención de los datos aerodinámicos fue mediante el software AVL y posteriormente se analizó en CFD para obtener los coeficientes de *“lift”*, *“drag”* y *“momentum”*. Para los cálculos de estabilidad estática longitudinal, direccional y lateral, los autores se basaron en las contribuciones principales del MAV, que en este caso al ser ala volante fueron únicamente los efectos del ala y del sistema propulsor. Al finalizar los cálculos, se obtiene que el MAV cumple con la condición de estabilidad estática a lo largo del eje longitudinal que como dicen los autores *“la pendiente de los coeficientes de momento alrededor del centro de gravedad de la aeronave debe ser negativa”* pero no cumplen con la segunda condición que como dicen los autores *“el punto de corte o el coeficiente de momentos para el ángulo de ataque debe ser positivo”*. Lo que en conclusión termina siendo una aeronave inestable en su eje longitudinal. (1)

Por otro lado, el proyecto sobre la aeronave SUE-SUA, diseñado y construido por el grupo de investigación AeroTech de la Universidad de San Buenaventura, es una aeronave biplano con dos paneles verticales en los extremos de cada plano que los unen entre sí, para conformar una box wing, ya que esta configuración ofrece ciertas ventajas aerodinámicas, la aeronave cuenta con una superficie estabilizadora tipo canard. Dado estas características de la aeronave SUE-SUA, se estudia la estabilidad estática y las características de control a bajas velocidades. Para ello se requiere determinar las características de estabilidad y control por medio de los coeficientes de sustentación, resistencia y momentos usando XFLR5; obteniendo como conclusiones que la aeronave es inestable longitudinalmente pero direccional y lateralmente la aeronave es estable, en cuanto a la superficie del canard se concluyó que posee un bajo control de deflexión y *“el resultado más alto de canard se da cuando la superficie pequeña del canard está localizada por encima del centro de línea del fuselaje”*. (2)

Finalmente, ASC *“Aircraft Stability Calculator”* (Figura 1), es el desarrollo de una herramienta computacional, utilizando MATLAB, cuya finalidad es predecir el

comportamiento estático lateral y direccional de cualquier aeronave de ala fija, reduciendo el tiempo de cálculos aerodinámicos y geométricos para el usuario. El código en MATLAB fue desarrollado en base a ecuaciones empíricas del texto de Bandu Pamadi, ya que presenta un modelo matemático confiable, y del mismo modo *“en el código se utilizaron ecuaciones para el cálculo de los parámetros geométricos de la aeronave tales como la longitud del fuselaje, ancho del fuselaje, etc”*. Para una fácil manipulación por parte del usuario, se empleó la herramienta GUI (“Graphical User Interface”), que permite realizar tareas interactivas y de una manera más sencilla por medio de una interfaz gráfica. Para corroborar el correcto funcionamiento y resultados de esta herramienta, se compararon los datos obtenidos por esta con los datos obtenidos manualmente por los autores de la aeronave Cessna 182, obteniendo un margen de error del 1.5% para la estabilidad direccional y del 2.3% para la lateral, lo cual es muy favorable. En el análisis de la aeronave Cessna 182, se obtuvo que es estable tanto direccional como lateralmente. En conclusión, el ASC está en la capacidad de brindar al usuario parámetros geométricos de la aeronave (ala, fuselaje y cola) y contribuciones a la estabilidad lateral direccional. (3)

Figura 1: Pantalla de inicio de ASC (3)



### 1.1.2. Internacional

En cuanto antecedentes internacionales, se puede encontrar el análisis realizado por La Universidad de Concepción ubicada en Chile, el cual trata sobre la estabilidad y control longitudinal del modelo numérico de un avión no tripulado (desarrollado también por la Universidad de Concepción), dicho análisis se llevó a cabo por medio de matrices en espacio estado, empleando Simulink/Matlab; dichas matrices dieron como resultado las respuestas dinámicas de la aeronave, teniendo como entrada las deflexiones del elevador, para posteriormente

desarrollar el análisis del movimiento longitudinal en lazo cerrado que corresponde a un sistema de control denominado autopiloto de cabeceo. El análisis se dio para un modelo del movimiento longitudinal, el cual fue lineal; y para una condición de vuelo en crucero, recto, estacionario y nivelado, a la cual se le aplicaba unas condiciones de perturbación, obteniendo que los parámetros de oscilación de mayor importancia corresponden al tiempo de asentamiento y al error en estado estacionario de la aeronave e igualmente obtener como resultado final en cuanto al autopiloto de cabeceo, un control en el movimiento longitudinal y cumplimiento en los requerimientos necesarios para el vuelo en crucero de la aeronave no tripulada. (4)

En la facultad de ciencias exactas, físicas y naturales de la Universidad Nacional de Córdoba, Argentina; se desarrolló un estudio acerca de las actuaciones, controlabilidad y cualidades de vuelo del Horten Ho-Xb (figura 2), un prototipo de ala volante diseñada por el Dr. Reimar Horten a mediados de los años 50, al cual se le analizó la dinámica del movimiento tanto longitudinal como transversal. Para esto se consideró la teoría de pequeñas perturbaciones y la hipótesis de mandos fijos. En cuanto a los resultados que se obtuvieron de este análisis para el desempeño longitudinal se observó que el Ho-Xb es una aeronave de alta respuesta a las acciones del mando; y en cuanto al desempeño transversal, posee una calidad de equilibrio tanto lateral como direccional positiva, pero vuelve a una posición estable después de un largo lapso de tiempo. (5)

*Figura 2: Ala volante Horten Ho-Xb (4)*



En Madrid, España, la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Aeronáutica; realizó una modelización del UAV (figura 3) del departamento de Aerotecnia de la EUITA con Simulink, para lograrlo, lo primero que se desarrolló fue un modelo matemático que simulara el comportamiento del UAV por medio de ciertas suposiciones y de esa manera establecer el control longitudinal y lateral-direccional correspondiente al UAV. Posteriormente, por medio de Simulink, se analiza el comportamiento de la aeronave tanto longitudinal como lateral-

direccional por medio de lazo abierto y cerrado dentro del entorno de Simulink. Los resultados obtenidos para el movimiento longitudinal en lazo abierto para una oscilación fugoide era poco amortiguada y el “*short period*” era demasiado rápido, mientras que el resultado para el movimiento lateral-direccional en lazo abierto arrojaba una respuesta inestable. (6)

*Figura 3: UAV del departamento de Aerotecnia de la EUITA (6)*



Adicionalmente, la compañía DAR Corporation ha desarrollado un software llamado AAA (Advanced Aircraft Analysis), por medio del cual se desarrollan análisis al diseño preliminar de las aeronaves; lo cual permite tomar la configuración de la aeronave y analizar la estabilidad dinámica. La compañía DAR Corporation lleva a cabo análisis tanto a nuevas como aeronaves existentes (Airbus A340-300, Boeing 747-200/400, Boeing C17, Embraer 145, entre otros). (7)

## **1.2. DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

El análisis dinámico de la aeronave propuesta en este proyecto requiere de un estudio minucioso, que al momento de ser perturbado y desviado de su rumbo por algún fenómeno, logre corregir la trayectoria de la aeronave a su rumbo original.

Por lo tanto con el desarrollo del proyecto de investigación, se pretende realizar un estudio sobre la estabilidad estática y dinámica de una aeronave en condición de crucero, cuya velocidad máxima sea inferior a *Mach* 0,3; para de ese modo conocer la respuesta en el tiempo sobre los tres ejes (longitudinal, lateral y direccional) de la aeronave y así, diseñar de manera preliminar un sistema de control que estabilice a la aeronave en caso de que esta sea perturbada por fenómenos naturales (lluvia, vientos, tormentas, etc.)

Esto contribuirá no sólo a los proyectos que viene desarrollando Aerotech con la navegación del Navigator - X2 y KADET, sino a nuevos proyectos de diseños de UAV's, ya que permitirá el diseño de un piloto automático que se encargue de corregir y mantener un rumbo y altura deseada; por lo tanto se requiere plantear la siguiente pregunta de investigación.

*¿Qué análisis se deben realizar teniendo en cuenta los parámetros aerodinámicos, para determinar la estabilidad y control dinámico de una aeronave de baja velocidad?*

### **1.3. JUSTIFICACIÓN**

Con el propósito de obtener nuevos conocimientos y apoyar nuevos temas en la facultad de ingeniería, se realizarán estos análisis con profundidad. Con la información proporcionada encontrada en los textos relacionados con la estabilidad y control dinámico de la aeronave y resultados de investigaciones publicados por la NASA, AIAA (American Institute of Aeronautics and Astronautics) y la comunidad científica y académica en general, se usaran ciertos parámetros para el análisis de estabilidad y control de una aeronave con seis grados de libertad, que genere lo propuesto anteriormente para así ser implementada en diferentes configuraciones. Esto abarcará nuevos métodos de estabilidad y control de la aeronave.

La necesidad de este proyecto de grado, surge para conocer la estabilidad estática y dinámica de una aeronave tipo “home-made” o categoría LSA (Light Sport Aircraft) en condición de crucero. Igualmente la respuesta en el tiempo de la aeronave longitudinal y lateral-direccional, para así poder diseñar de manera preliminar un sistema de control sobre los ejes y un piloto automático de “altitude hold”.

En la Universidad de San Buenaventura, sede Bogotá, se han realizado esta clase de análisis y herramientas computacionales únicamente sobre el eje longitudinal, por lo tanto, este proyecto de investigación analizará también la estabilidad dinámica sobre los ejes lateral y direccional de la aeronave.

Adicionalmente se encuentra desarrollando una serie de UAV's como lo son el KADET y Navigator X-2.1. Por esta razón, el desarrollo de este proyecto de grado, dejará las bases necesarias para el diseño del sistema de control longitudinal y lateral-direccional de dichos UAV's junto con el “altitude hold”

## **1.4. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.4.1. Objetivo General**

Analizar la estabilidad estática y dinámica de una aeronave de baja velocidad.

### **1.4.2. Objetivos Específicos**

- Determinar si la configuración de la aeronave favorece la estabilidad estática.
- Determinar las funciones de transferencia para los seis grados de libertad.
- Establecer el diagrama “*Root-Locus*” para determinar las condiciones de estabilidad dinámica.
- Diseñar de forma preliminar el sistema de control longitudinal y lateral-direccional en Simulink – Matlab.

## **1.5. ALCANCES Y LIMITACIONES DEL PROYECTO**

### **1.5.1. Alcances**

Con la presente investigación se pretenden determinar los parámetros geométricos y aerodinámicos que contribuyen a la estabilidad estática de la aeronave en los tres ejes de movimiento. Además, se pretende investigar sobre la estabilidad dinámica y el efecto que produce en el diseño preliminar de un sistema de control lineal.

Los datos aerodinámicos y de estabilidad serán obtenidos a partir de la herramienta computacional AAA (Advanced Aircraft Analysis). En caso de encontrar que la aeronave no sea estable en alguno de los ejes, se propondrán soluciones para corregir este comportamiento, de ese modo también realizar la simulación en Simulink – Matlab.

### **1.5.2. Limitaciones**

- No se realizarán análisis aerodinámicos en CFD.
- El proyecto no contempla la construcción de una aeronave.
- Tampoco se analizarán los materiales empleados en los sistemas ni sus propiedades mecánicas.
- No se contempla la validación de los datos obtenidos con datos experimentales.
- El análisis de estabilidad, se realizará bajo la respectiva configuración de crucero de la aeronave que se seleccione.
- No se construirá ningún sistema de piloto automático.

## 2. MARCO DE REFERENCIA

### 2.1. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

Para lograr determinar el análisis que se realiza en este proyecto, se debe tener en cuenta algunos conceptos que deben ser claramente definidos para el respectivo proceso.

El concepto de estabilidad estática se define como la cualidad que poseen las aeronaves de regresar a una condición inicial por sí mismas después de haber sido perturbadas. La estabilidad estática se clasifica en tres tipos: positiva, negativa y neutra. Si el sistema genera fuerzas que hacen que vuelva a su posición inicial, se conoce como estabilidad positiva; por el contrario si el sistema es perturbado y este genera fuerzas, que hacen que se aleje cada vez más de su posición inicial se conoce como estabilidad negativa; y si el sistema es desplazado de su posición de equilibrio y no genera fuerzas permaneciendo equilibrado en su nueva posición, se conoce como estabilidad neutra. (8)

Las aeronaves cuentan con la estabilidad estática longitudinal que se refiere al movimiento del avión sobre su eje transversal, esta depende esencialmente del estabilizador horizontal y es la más importante, ya que determina las características del cabeceo. Igualmente existe la estabilidad estática lateral-direccional, la cual se refiere al movimiento del avión sobre los ejes longitudinal y vertical respectivamente; la estabilidad lateral depende del ángulo diedro de las alas mientras que la estabilidad direccional va sujeto al estabilizador vertical de la aeronave. En cada una de dichas estabilidades, se debe tener en cuenta las contribuciones del ala, fuselaje y superficies de control, ya que son estas las que determinan la estabilidad de la aeronave.

Siendo así la estabilidad estática permite en este proyecto lograr que la aeronave mantenga una posición equilibrada, según el tipo de estabilidad que se presente, y así mismo permitiendo establecer si esta aeronave es o no estable para esta condición.

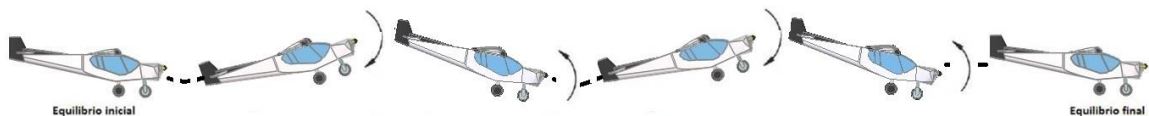
*Figura 4: Comportamiento de una aeronave estable estáticamente*



Luego de establecer la estabilidad estática se procede al análisis de la estabilidad dinámica. La estabilidad dinámica, consiste en el movimiento del cuerpo en función del tiempo, es decir, que son movimientos oscilatorios respecto a la posición inicial, si el sistema es perturbado por una fuerza externa de su posición de equilibrio y este tiende a oscilar con una amplitud decreciente hasta regresar a su posición inicial, se dice que la aeronave es estable dinámicamente. Un sistema estable dinámicamente debe ser estable estáticamente, ya que de otro modo no se podría analizar el sistema debido a que este tendría a alejarse cada vez más de su posición inicial. Igualmente, la estabilidad dinámica se clasifica en tres tipos: positiva, negativa y neutra. Cuando las oscilaciones se amortiguan cada vez más hasta parar, es positiva; por el contrario si se van haciendo cada vez más grandes, es negativa; y si no se amortiguan es neutro. (6)

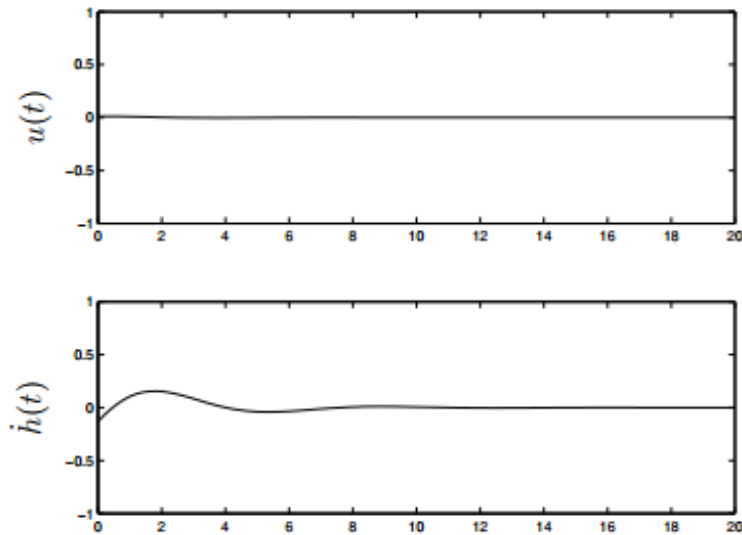
Siendo así, este análisis permite ver el comportamiento dinámico de la aeronave y determinar los movimientos oscilatorios, según la amplitud de estos movimientos de la aeronave, se determina si es estable o inestable, dependiendo si la aeronave logra retornar al equilibrio final, es dinámicamente estable, logrando ser más efectiva en su vuelo.

*Figura 5: Comportamiento de una aeronave estable dinámicamente*



El “short period” es el movimiento rápido de cabeceo de la aeronave con respecto al centro de gravedad. El periodo es corto si la velocidad no tiene tiempo de cambiar, esta oscilación es debida principalmente a la variación del ángulo de ataque. El tiempo para corregir la amplitud a la mitad del valor es usualmente un segundo. (9) Este movimiento sirve para identificar los cambios rápidos que implica en el ángulo de ataque y en la variación de cabeceo “pitch” en la velocidad más o menos constante. La frecuencia y la amortiguación son muy importantes para la evaluación de la aeronave.

Figura 6: Movimiento durante el “short-period” (10)



El “phugoid” es el movimiento de las aeronaves, en el cual la aeronave se inclina hacia arriba y asciende para posteriormente inclinarse hacia abajo y descender, acompañado por cambios de velocidad. Este movimiento ondulatorio posee un “pitch” variable. Este fenómeno se produce por la gran diferencia de los ángulos de incidencia entre las alas y la cola de la aeronave. (11) Este parámetro es importante y sirve para el análisis por que implica un equilibrio entre la energía cinética y la potencial, por lo que el ángulo se mantiene variando constantemente, es decir sube y desacelera para luego volver a caer, por lo tanto esta variación ayuda también a determinar la estabilidad de la aeronave.

El “Root-Locus” es un método para determinar todos los “roots” (polos y ceros) de la resolución de las ecuaciones diferenciales de una representación gráfica de un sistema que permite fácilmente la síntesis de respuesta o frecuencia transitoria deseada. El “Root-Locus” representa los valores de la variable de las funciones de transferencia ( $s$ ) que hacen que esta función de transferencia sea igual a  $-1$  y aumente la ganancia del “root” de cero a infinito. (12) El diagrama “Root-Locus” no solo establece la estabilidad de un sistema, sino que también puede mostrar el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural de un sistema retroalimentado, en resumen el diagrama “Root-Locus” grafica la precisión de la estabilidad del sistema, en caso de no serlo, el diagrama muestra la desviación o la no precisión del mismo. Para este proyecto se analizará el sistema retroalimentado de control de la aeronave, el cual señala la estabilidad dinámica de la aeronave.

El “Yaw Damper” es un sistema cuya función es eliminar los movimientos oscilatorios originados por la fuerte estabilidad de la aeronave, sin interferir en las ordenes de mando de los pilotos sobre las superficies de control. Esta función se lleva a cabo para ayudar al estabilizador vertical a aumentar la estabilidad direccional. El sistema actúa aumentando la potencia del timón de dirección, esta potencia viene expresada por el cociente entre la variación del momento de guiñada y la variación del ángulo de deflexión del timón de dirección, es decir la cantidad de “yaw” producida por el timón por cada grado de deflexión del mismo. Cuando se actúa aumentando esta relación, la respuesta del timón a una oscilación es mucho más rápida, al ser así entonces se disminuyen los efectos negativos de la oscilación.

La salida de sistema es medida y controlada continuamente por medio de un control; y la entrada es modificada para reducir alguna diferencia o error a cero. (13) Es decir, que para este proyecto de grado, si el sistema diseñado en Simulink – Matlab, detecta que la aeronave no está en vuelo recto y nivelado, este empieza a iterar hasta que la aeronave regrese a su posición inicial de vuelo.

El sistema de retroalimentación “feedback” es un proceso en el cual la información del pasado o el presente influyen en el mismo fenómeno en el presente o futuro. Existen dos clases de “feedback”, los cuales son positivo y negativo; para este proyecto de grado se usara el “feedback” negativo, el cual consiste en que la señal de salida no está en fase con la señal de entrada. (14) El sistema de retroalimentación cuenta con un controlador, un procesador y un elemento de monitoreo que se encarga de hacer la función de retroalimentación que funciona mediante un sensor que devuelve la información a la sección de entrada. Este sistema de retroalimentación es un sistema esencial en el “Closed-Loop”, el cual es un sistema en donde la salida de datos es una medida y es retroalimentada en la entrada para comparar los datos y regular el sistema. La mayor preocupación del “Closed-Loop” es mantener la estabilidad, dado que en ese proceso se desarrolla inestabilidad por las constantes correcciones que realiza el mismo sistema. La ventaja del “Closed-Loop” y en si del “feedback” es que la respuesta del sistema no se verá muy afectada por las variaciones de parámetros internos o disturbios externos. (15)

La transformada de Laplace permite expresar una ecuación diferencial en una expresión algebraica, lo que simplifica el proceso de análisis del sistema de control. Pero para obtener las funciones de transferencia en los seis grados de libertad, se debe contar con una ecuación diferencial no lineal y al ser una ecuación diferencial no lineal, no se le puede aplicar dicha transformada, por lo cual se debe emplear un sistema lineal equivalente. Una vez se tiene al sistema lineal equivalente, se le aplica la transformada de Laplace en ambos lados y de esa manera obtener una ecuación  $G(s)$ , la cual es la relación que existe entre la

salida y la entrada de la transformada de Laplace, a lo que se le conoce como función de transferencia, lo cual ayuda a deducir la información del sistema, determinando los zeros (donde la función  $G(s)$  es cero) y los polos (donde la función  $G(s)$  se aproxima a infinito) de  $G(s)$ . (15)

Por otro lado, la respuesta del sistema depende del orden de la ecuación diferencial o del grado del denominador de la función de transferencia. La respuesta del sistema consta de dos partes, la parte natural o respuesta libre y la parte de la respuesta forzada. La parte natural es conocida también como respuesta transitoria, es de la forma  $e^{-at}$  y es generada por el polo del sistema y de esta depende el tiempo de respuesta, ya que si el polo está ubicado más allá del eje real negativo, la respuesta transitoria caerá más rápido a cero; por el contrario, si está ubicado en el eje real positivo, la respuesta va a divergir debido a que la respuesta de salida va a incrementar proporcionalmente con el tiempo. Por otro lado la parte de la respuesta forzada también es conocida como respuesta del estado estable, esta ocurre cuando el polo es  $s = 0$ . En ambos casos, los zeros del sistema y la función de entrada influyen en la amplitud del sistema.

En cuanto al orden de la ecuación diferencial, se encuentra la respuesta del sistema de primer orden, esta es de la forma:

$$G(s) = \frac{s + b}{s + a}$$

Y su transformada de Laplace  $\frac{1}{s}$  es:

$$\bar{y}(s) = \left( \frac{s + b}{s + a} \right) \left( \frac{1}{s} \right)$$

Donde después de aplicar el método de fracciones parciales, multiplicarlo por  $s(s + a)$  y aplicar la transformada inversa, se obtiene:

$$y(t) = \frac{b}{a} + \left( \frac{a - b}{a} \right) e^{-at}$$

En este caso el término  $\frac{b}{a}$  corresponde a la respuesta forzada y  $\left( \frac{a-b}{a} \right) e^{-at}$  corresponde a la respuesta natural.

El otro orden de ecuación diferencial que se encuentra es las respuestas del sistema de segundo orden, generalmente estos sistemas cuentan con dos polos y tiene la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + as + b}$$

Y su transformada de Laplace  $\bar{r}(s)$  es:

$$\bar{y}(s) = G(s)\bar{r}(s) = \frac{b\bar{r}(s)}{s^2 + as + b}$$

Si  $\bar{r}(s) = \frac{1}{s}$ , entonces:

$$\bar{y}(s) = \frac{b}{s(s^2 + as + b)}$$

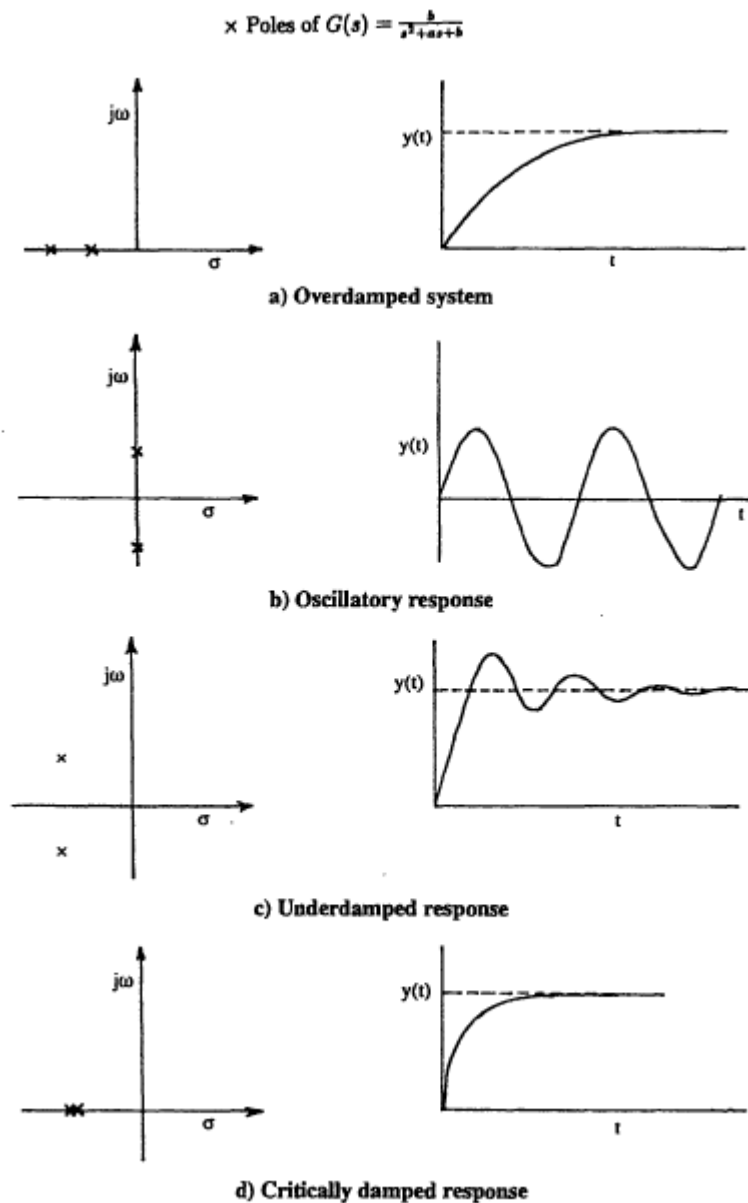
La función de transferencia para un sistema de segundo orden se expresa de la siguiente manera:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + 2\frac{a}{2\sqrt{b}}(\sqrt{b})s + b}$$

La respuesta de un sistema de segundo orden, puede ser sobre-amortiguado, oscilatorio, sub-amortiguado o críticamente amortiguado, como se observa en la figura 7.

Si los polos correspondientes a los valores de  $a$  y  $b$  están sobre el eje real negativo y la gráfica no tiene ningún sobre-impulso es sobre-amortiguado, si los polos están sobre el eje imaginario y la gráfica tiene forma sinusoidal con amplitud constante, la cual va hasta el infinito por no tener amortiguamiento en el sistema, es oscilatorio, sub-amortiguado si los polos son números complejos con partes reales negativas y su respuesta es oscilatoria, caracterizada por tener sobre-impulsos o es críticamente amortiguado si los polos son reales, negativos e iguales entre sí.

Figura 7: Respuestas de un sistema de segundo orden (15)



En cualquiera de estas respuestas de segundo orden, se pueden encontrar ciertas características esenciales dentro de la representación gráfica como el “Peak time”  $T_p$ , el cual es el tiempo que se requiere para alcanzar ya sea el primer sobresalto o el sobresalto máximo; este se calcula con la siguiente ecuación, la cual va en función de la frecuencia natural y la relación de amortiguamiento  $\omega_n$  y  $\zeta$  respectivamente:

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

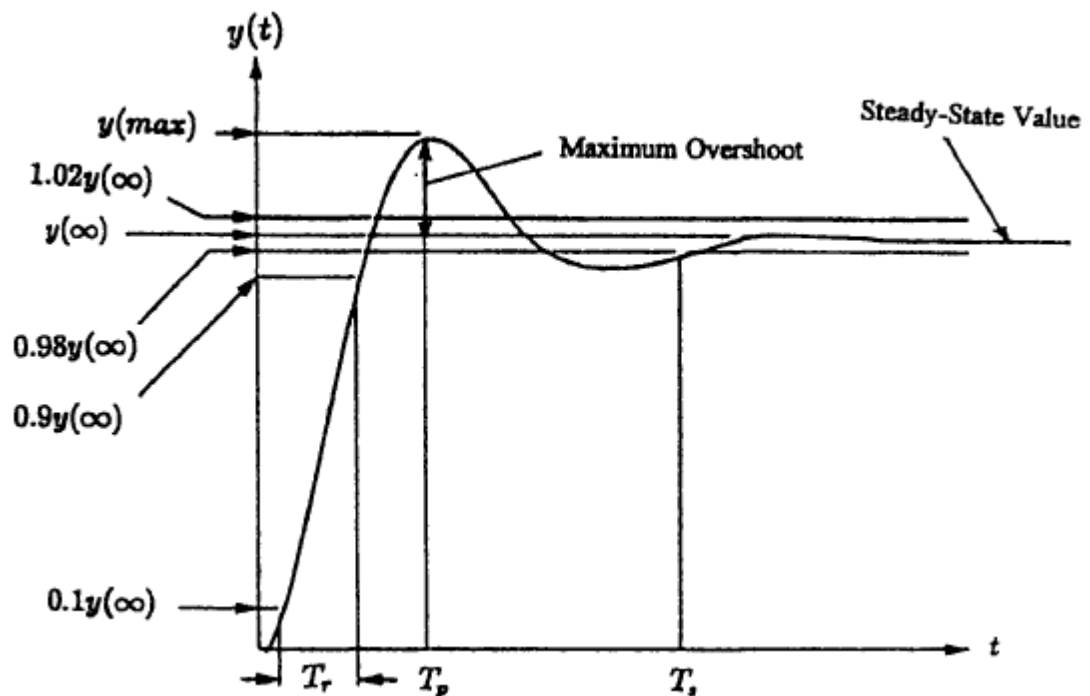
Otra característica esencial de las respuestas de segundo orden, es el “settling time” o tiempo de establecimiento, este es el tiempo requerido en que la respuesta transitoria este dentro del  $\pm 2\%$  del valor estable de la representación gráfica de la respuesta, al igual que el  $T_p$  este va en función de  $\omega_n$  y  $\zeta$ :

$$T_s = \frac{-\ln(0,02\sqrt{1 - \zeta^2})}{\zeta \omega_n}$$

Entre tanto, el porcentaje del “overshoot” es el máximo sobresalto sobre el valor estable final:

$$O_s = \frac{y(\max) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100$$

Figura 8: Características de la respuestas de segundo orden (15)



## 2.2. MARCO LEGAL O NORMATIVO

Las cualidades de vuelo se harán en conformidad con las disposiciones de las normas FAR 23 (Federal Aviation Regulation) y las especificaciones militares MIL-F-8785C, "flying qualities of piloted airplanes" la cual trata sobre las cualidades de vuelo de aeronaves tripuladas.

Como lo indica la norma FAR23 en la Subparte B en la sección de controlabilidad y maniobrabilidad que corresponde a vuelo en los numerales 23.143, 23.145, 23.147; la principal condición de la norma es que el avión debe poderse controlar y maniobrar en todas las fases de vuelo, incluyendo, despegue, ascenso, crucero, descenso, intento de aproximación y aterrizaje (tanto encendido como apagado) y con los flaps extendidos y retraídos.

Debe ser posible realizar una transición gradual de un régimen de vuelo a otro (incluyendo giros y deslizamientos), sin algún peligro que supere el límite del factor de carga, bajo cualquier condición de operación. Se deben tener en cuenta las condiciones de resistencia del piloto, es decir las fuerzas necesarias que debe aplicar el piloto para cada superficie de control.

En los numerales 23.173, 23.175, 23.177 y 23.181 indican que; las normas clasifican a la aeronave con la que se va a trabajar en este proyecto de grado, en una aeronave clase I, ya que es pequeña y ligera. En cuanto a las normas de la FAR 23, se indica que el peso máximo debe ser determinado con el avión en configuración de aterrizaje, para cada altitud y temperatura ambiente dentro de los límites operacionales establecidos para la aeronave, con el centro de gravedad más desfavorable y fuera del efecto suelo en el aire libre, la cual el gradiente de ascenso no debe ser menor de 3,3% con los motores a la potencia que se dispondrá ocho segundos después de haber iniciado los movimientos de los controles de empuje o potencia desde el régimen mínimo de vuelo hasta la posición de despegue. La velocidad límite máxima de operación  $VM_o/MM_o$ , no debe exceder la velocidad de crucero  $V_c$  y debe ser suficientemente inferior a  $Vd_f/Md_f$  para que sea improbable que las ultimas velocidades sean excedidas inadvertidamente en vuelo; la velocidad  $VM_o$  no debe exceder 0,8 veces  $Vd/Md$  ó 0,8 veces  $Vd_f/Md_f$ .

Para el control longitudinal y lateral, la norma indica que el avión debe mantener una compensación lateral y direccional en el nivel de vuelo a una velocidad  $V_h$  ó  $VM_o/MM_o$  cualquiera de las dos que sea más baja con el tren de aterrizaje y los flaps retraídos. La compensación longitudinal durante las siguientes condiciones, excepto que no sea necesario mantener la compensación a una velocidad superior a  $VM_o/MM_o$ ; en las condiciones de aproximación, la compensación debe ser mantenida. Para la estabilidad estática longitudinal, la velocidad del aire debe corresponder dentro de  $\pm 7,5\%$  de la velocidad de compensación. Igualmente la

curva de fuerza del bastón debe tener una inclinación estable para un rango de velocidad de  $\pm 50$  nudos y menor a 1,4 veces  $V_{S1}$ , este rango de velocidad deberá ser considerado al comienzo de los extremos exteriores de la banda de fricción y la fuerza del bastón no deberán exceder 23kg con el tren de aterrizaje o los flaps retraídos. (16)

Para el control direccional y lateral, en cuanto a la norma MIL-F-8785C en la parte de requisitos secciones a modo general 3.2 para control longitudinal y 3.3 para lateral, indica que en vuelo no acelerado en todas las altitudes de servicio, la cual debe estar entre  $V_S$  y  $V_{max}$ , no estará limitado por la eficacia del control longitudinal o controles del mismo. El control direccional y su estabilidad deberán permitir al piloto equilibrar momento de “yaw” y el control para un deslizamiento lateral. La sensibilidad de las fuerzas del pedal de control durante el “yaw” deberá ser suficientemente alta para que los requisitos de control direccional y la fuerza puedan ser satisfechas y una coordinación que pueda lograrse sin fuerzas indebidamente altas en el pedal, pero suficientemente bajas para que las entradas de control inadecuadas ocasionales no afecten seriamente las cualidades de vuelo. En derrapes constantes, los requisitos para este control se expresa en términos de características en constante control de guiñada y para derrapes de tasa cero de guiñada con el avión de alas recortadas y en vuelo recto y nivelado, se aplica una completa deflexión de control del pedal de “yaw”, 250 libras de fuerza de control de pedal de “yaw” y control de balanceo o superficie de desviación máxima. En cuanto al control lateral-direccional con vientos cruzados, será posible despegar y aterrizar con habilidad normal del piloto y la técnica en los vientos cruzados de 90°, desde cualquier lado. (17)

### 2.3. ALTERNATIVAS DE SOLUCIÓN PREVISTAS

En este proyecto de grado, los resultados que se esperan obtener en cuanto a la estabilidad estática de la aeronave, es que sea estable tanto longitudinal como lateral-direccional; ya que el desarrollo de este proyecto va a depender de dicha estabilidad. Para que la aeronave sea estable, el rango de las derivativas en los ejes, esperados deberán ser:

Para el eje longitudinal

$$C_{M0} > 0$$

$$C_{M\alpha} < 0$$

Para el eje direccional

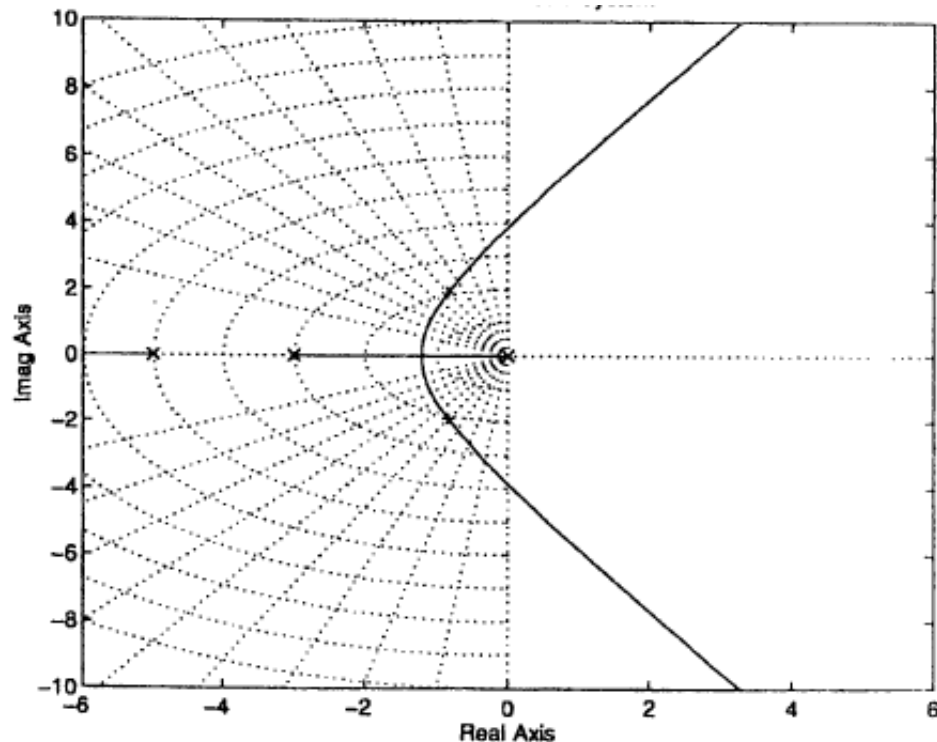
$$C_{N\beta} > 0$$

Para el eje lateral

$$C_{L\beta} < 0$$

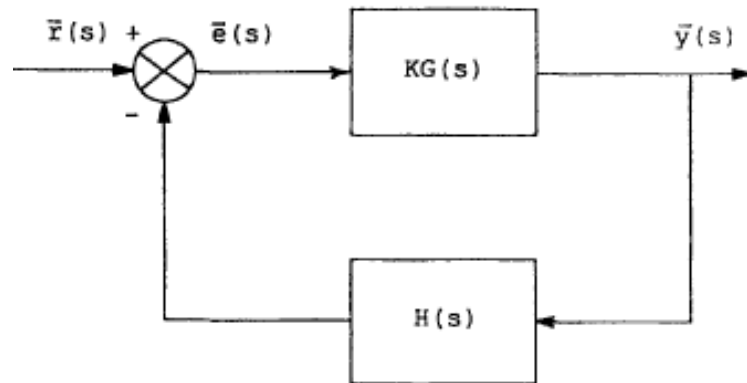
Igualmente, por medio de una representación del diagrama “Root-Locus” de la aeronave, se obtendrá los resultados de la estabilidad dinámica; “Puesto que este método gráfico, permite determinar la naturaleza de una respuesta transitoria y la estabilidad de los sistemas de control, donde cualquier parámetro es variable”. (15) La representación del diagrama “Root-Locus” que se estará esperando es como el que se observa a continuación:

*Figura 9: Gráfica de “Root-Locus” de una aeronave estable (15)*



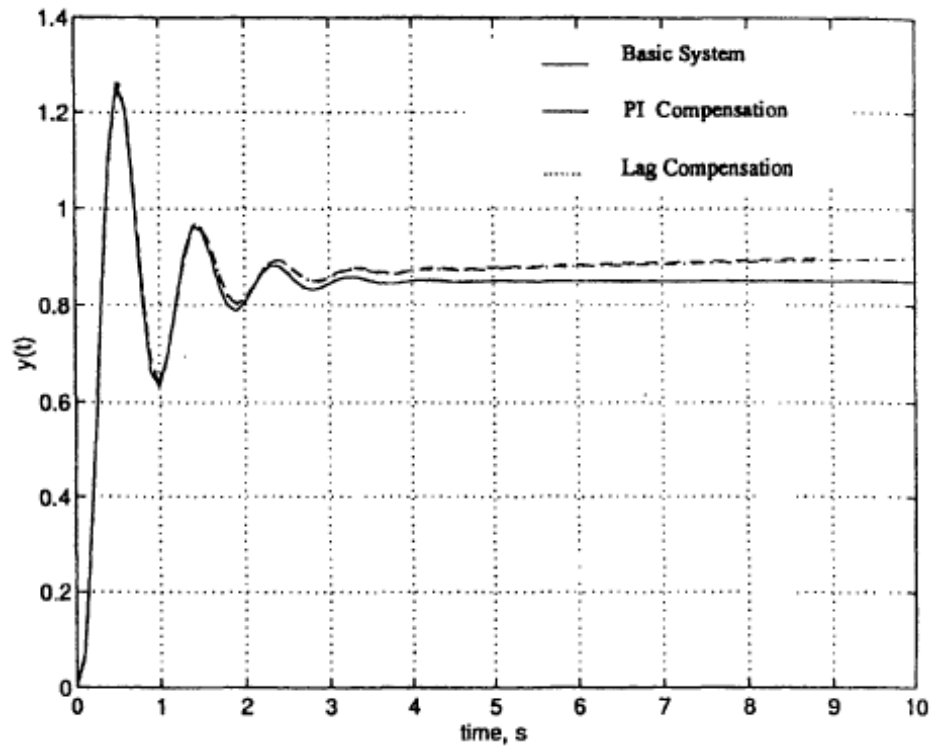
Junto con una interfaz en Simulink-Matlab, que por medio de un sistema “feedback”, simulará la aeronave en su retorno a vuelo recto y nivelado una vez sea perturbado. Donde se observa que en la figura (10) contiene dos bloques, de los cuales el bloque superior ( $KG(s)$ ) contiene la función de transferencia correspondiente a la aeronave y el inferior ( $H(s)$ ) contiene la función de transferencia que se encarga de realizar las correcciones necesarias.

Figura 10: Sistema de control con “feedback” (15)



El comportamiento de la aeronave seleccionada deberá ser similar al que se observa en la figura (11), en donde se observa la respuesta en el tiempo que tiene la aeronave para recuperar su posición de equilibrio.

Figura 11: Respuesta del escalón unitario. (15)



### 3. METODOLOGÍA

Para llevar a cabo este proyecto de grado, se debe seleccionar una aeronave cuya velocidad máxima sea inferior a  $Mach\ 0,3$ . Una vez se es seleccionada, se deben determinar todos los parámetros geométricos, ya sea por planos del mismo fabricante o en caso dado por medio de un modelado en CATIA donde se pueda con algunas medidas dadas por el fabricante obtener otras. Igualmente, se debe obtener los principales parámetros aerodinámicos, ya sea por medio empírico-analítico o por medio computacional (AAA).

Una vez se cuente con dichos parámetros, se procede a determinar la estabilidad estática de la aeronave en los tres ejes (longitudinal, lateral y direccional); este análisis de estabilidad se puede llevar a cabo por medio de una programación en EXCEL, en caso de que la aeronave no sea estable estáticamente se deberá volver a seleccionar otra aeronave.

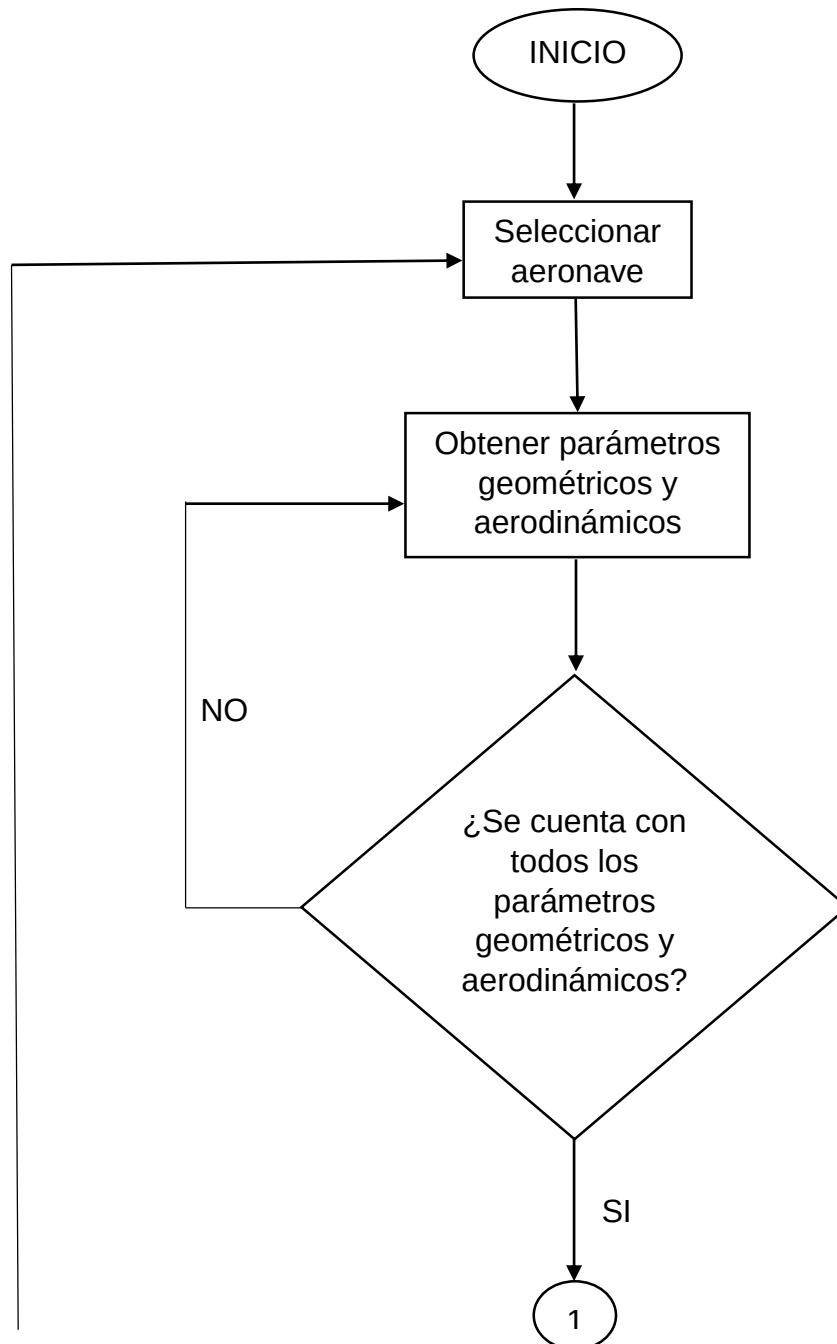
Para determinar las funciones de transferencia en los seis grados de libertad de la aeronave, se debe primero encontrar las derivativas de estabilidad y control, esto por medio del libro *“Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes”* de Bandu N. Pamadi (15) y una programación llevada a cabo en MATLAB, con dichas derivativas se podrá establecer la respuesta en el tiempo tanto longitudinal (*“short-period”* y *“phugoid”*) como lateral-direccional (*“roll-mode”* y *“dutch-roll”*) por medio de la matriz *“state-space”* correspondiente a cada una. Al resultado obtenido de cada una de las matrices *“state-space”* y por medio de MATLAB se puede determinar cada una de las funciones de transferencia de la aeronave.

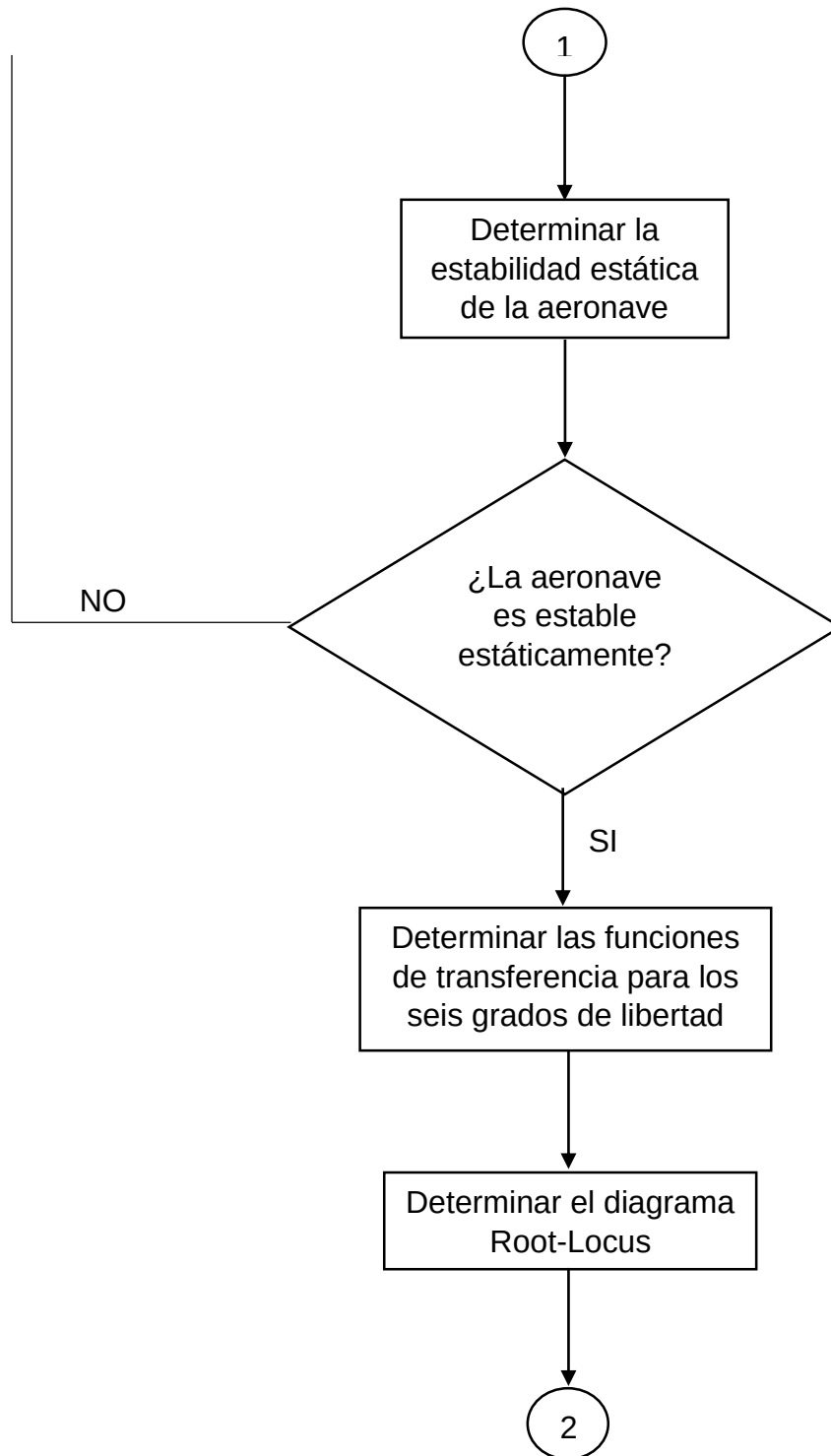
Por medio de la respuesta longitudinal de la aeronave, se podrá obtener el diagrama *“root-locus”*, el cual, determina si la aeronave es dinámicamente estable por medio de la posición de los polos en el eje real. Una vez se cuenta con una aeronave estable dinámicamente y con los parámetros mencionados anteriormente, se procede al diseño del sistema de control longitudinal, lateral-direccional.

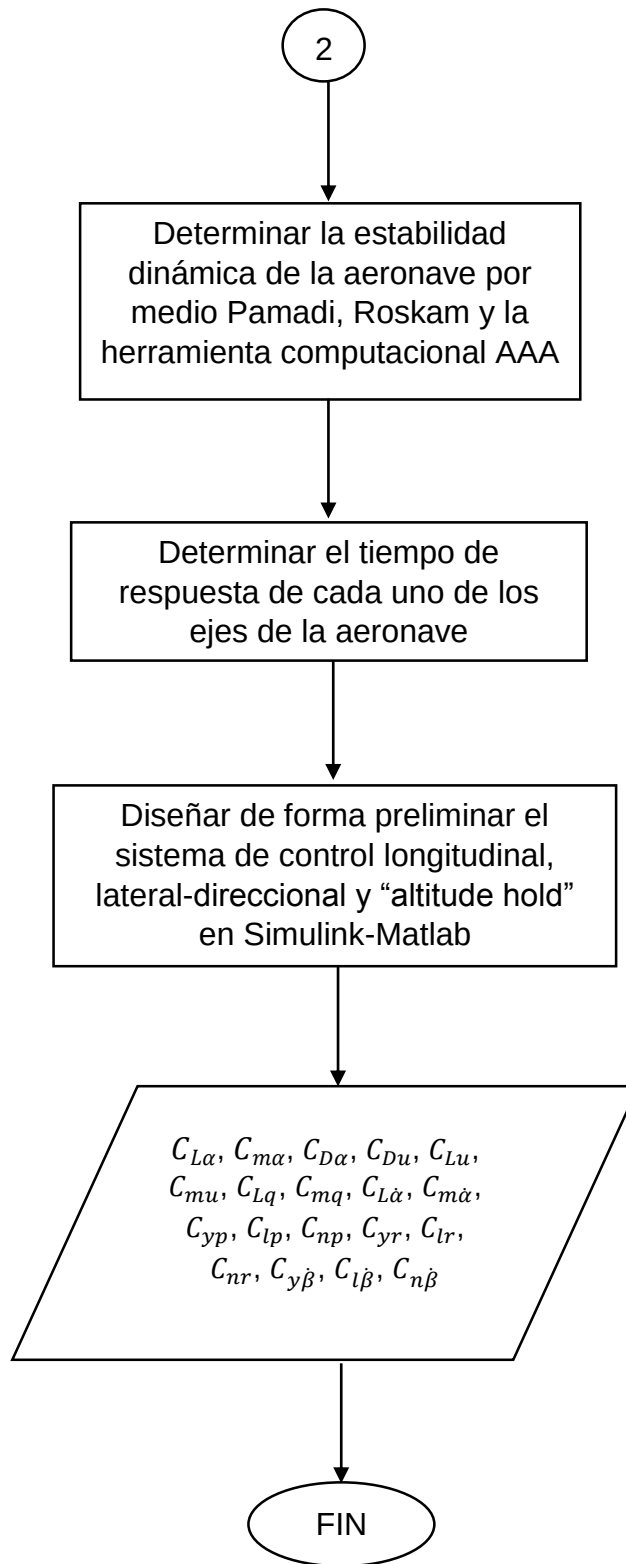
Este diseño preliminar de sistemas de control, se llevará a cabo por medio del sub-módulo SIMULINK de MATLAB, en donde por medio de las funciones de transferencia correspondientes y un controlador PID, la aeronave logre estabilizarse ya sea longitudinal o lateral-direccionalmente en poco tiempo y con pocas o ninguna oscilación. Finalmente, se podrá llevar a cabo el sistema de piloto automático, que lleve y mantenga a la aeronave en una altura deseada por el piloto, el cual lo haga sin ascender ni descender varios metros y con pocas o ninguna oscilación para alcanzar dicha altura.

Este proyecto se registrará bajo el siguiente diagrama de flujo:

Figura 12: Diagrama de flujo del proyecto







Fuente: Los autores

### **3.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN**

La investigación será de carácter empírico–analítico debido a que está será basada en datos experimentales tomados de los textos, también se pretende realizar con la ayuda de herramientas computacionales como así mismo por los medios manuales con su respectivo análisis ingenieril, que con lleven a una relación de la teoría propuesta para el desarrollo de la programación.

### **3.2. LINEA DE INVESTIGACIÓN DE USB / SUB-LINEA DE FACULTAD / CAMPO TEMATICO DEL PROGRAMA**

Energía y vehículos / La línea de investigación de la facultad estará orientada a desarrollo de diseño de aeronaves / Análisis estático y dinámico de una aeronave de baja velocidad/Diseño de aeronaves.

## **4. DESARROLLO DE INGENIERÍA**

### **4.1. DETERMINACIÓN DE LA ESTABILIDAD ESTÁTICA**

La universidad de San Buenaventura junto con el grupo de investigación AeroTech, busca diseñar y construir una aeronave categoría LSA de baja velocidad, por lo tanto para poder tener una base de validación se debe realizar este tipo de estudio. La aeronave STOL CH 750 es una aeronave de baja velocidad y que se acoge a lo que la Universidad de San Buenaventura busca, adicionalmente, no se tiene conocimiento de haberle realizado un análisis de estabilidad estático y dinámico a esta aeronave a diferencia de aviones como Cessna o Piper que se les han realizado el respectivo análisis aeronave para el caso estudio.

La aeronave que se estudiará es la “STOL CH 750”, de la compañía “*Zenith Aircraft Company*”, ya que es una de las aeronaves tipo “home-made” más vendidas en el mercado e igualmente porque sus diseños cumplen con las normas de la FAA para la categoría LSA (Light Sport Aircraft).

El “STOL CH 750” es una aeronave ligera, con un motor a pistón cuatro cilindros opuestos “Continental O-200-A”, al ser una aeronave ligera y de buenas características aerodinámicas y así mismo permite hacer un análisis de estabilidad estático y dinámico de manera sencilla. El tren de aterrizaje es robusto y fijo; en cuanto a sus planos, son altos y rectangulares, lo que facilitará los cálculos para determinar la estabilidad estática de la aeronave. (18)

Esta aeronave es la adecuada para el análisis, por su fácil acceso a sus características y planos; así mismo, por la geometría de las alas que posee la aeronave STOL CH 750, ya que al no tener flechamiento (rectangulares) ni diedro facilitará el cálculo para la estabilidad estática lateral y direccional de la misma, ya que algunas contribuciones serán automáticamente cero. Igualmente se dio por los parámetros que se ven a continuación en las tablas, pues los valores no son muy altos lo que facilita los cálculos y los respectivos procedimientos a la hora de utilizar algún software para representar a la aeronave, y posteriormente analizarla, teniendo también una gran serie de parámetros que servirán y ayudarán con los respectivos análisis que se realizaran a la aeronave en el software Simulink-Matlab.

Finalmente, los más benéfico que se obtiene de la aeronave son los planos detallados, en estos planos se encuentra la estructura básica que se necesita para realizar el respectivo análisis; la geometría de la aeronave es pequeña, por lo tanto se pueden realizar los procedimientos de manera práctica. Esta aeronave no es de gran tamaño, pero su velocidad y autonomía, permiten analizar detalladamente cada fase de vuelo, para este caso en crucero, fase en la que se va a realizar el análisis de la aeronave.

Esta aeronave cuenta con las siguientes características:

| PARÁMETRO                | VALOR               |
|--------------------------|---------------------|
| $b_w$                    | 9.10 m              |
| $h$                      | 2.6 m               |
| $L$                      | 6.7 m               |
| $S_w$                    | 13.4 m <sup>2</sup> |
| $c_w$                    | 1.5 m               |
| $b_{hw}$                 | 2.6 m               |
| $S_{hw}$                 | 2.0 m <sup>2</sup>  |
| $c_{hw}$                 | 0.8 m               |
| $AR_w$                   | 6.18                |
| $AR_{hw}$                | 3.29                |
| MTOW                     | 653.17 kg           |
| Peso vacío               | 350 kg              |
| Capacidad de combustible | 0,09 m <sup>3</sup> |

Tabla 1: Características geométricas de la aeronave STOL CH 750 (18)

Sus principales características de rendimiento son:

| PARÁMETRO                                   | VALOR       |
|---------------------------------------------|-------------|
| Rango                                       | 710 km      |
| Autonomía                                   | 4.4 hr      |
| Tasa de ascenso                             | 18.36 km/hr |
| Velocidad de crucero máxima a nivel del mar | 162 km/hr   |
| Velocidad de stall                          | 56 km/hr    |
| Techo máximo de servicio                    | 4.2 km      |

Tabla 2: Rendimiento de la aeronave STOL CH 750 (18)

Las características de las alas, rudder y estabilizador vertical de la aeronave “STOL CH 750”, se pueden observar en la siguiente tabla.

| POSICIÓN                 | PERFIL      | THICKNESS | DIEDRO | INCIDENCIA |
|--------------------------|-------------|-----------|--------|------------|
| Ala                      | NACA 65-018 | 16,67%    | 0 deg  | +3 deg     |
| Rudder (root)            | NACA 0012   | 15,55%    | 90 deg | 0          |
| Rudder (tip)             | NACA 0012   | 10,55%    | 90 deg | 0          |
| Estabilizador horizontal | NACA 4412   | 14,65%    | 0 deg  | -1 deg     |

Tabla 3: Características del ala, rudder y estabilizador vertical

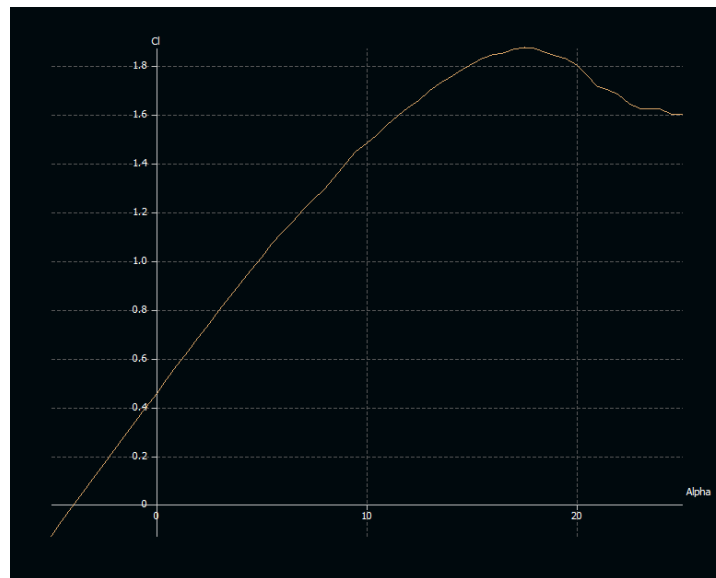
Como características principales de operación de la aeronave “STOL CH 750” se tiene que la aeronave alcanza una velocidad máxima en crucero de 45 m/s a nivel

del mar, su máximo techo de servicio son 4200 m (ver tabla 3), altura que se considerará a la aeronave en la etapa de crucero. Debido a que existe una diferencia de densidades entre las alturas mencionadas, es necesario recalcular la velocidad máxima en crucero a 4200 m, para ello se utilizó la fórmula propuesta en el libro “Flight Performance of Aircraft” de *Ojha, Shiva Kumar*. (19)

$$v = \sqrt{\frac{2 \frac{W}{S_w}}{\frac{\rho}{C_{l0}}}}$$

La pendiente de “lift” del perfil NACA 65-018 se calculó como se muestra a continuación; dichos valores fueron obtenidos mediante XFLR5 con un número de Reynolds de 2.908.230,4 como se observa en la figura 13.

*Figura 13:  $C_l$  vs  $\alpha$  del perfil NACA 65-018*



$$Cl_{\alpha[2D]} = \frac{1,4780 - 0,4523}{(10 - 0) \frac{\pi}{180}}$$

$$Cl_{\alpha[2D]} = \frac{1,0257}{0,1745}$$

$$Cl_{\alpha[2D]} = 4,26$$

$$\alpha_{0Cl} = -3,8695 \text{ deg} = -0,06735 \text{ rad}$$

$$Cl_o = -Cl_\alpha \alpha_o$$

$$Cl_o = -4,26 (-0,0675)$$

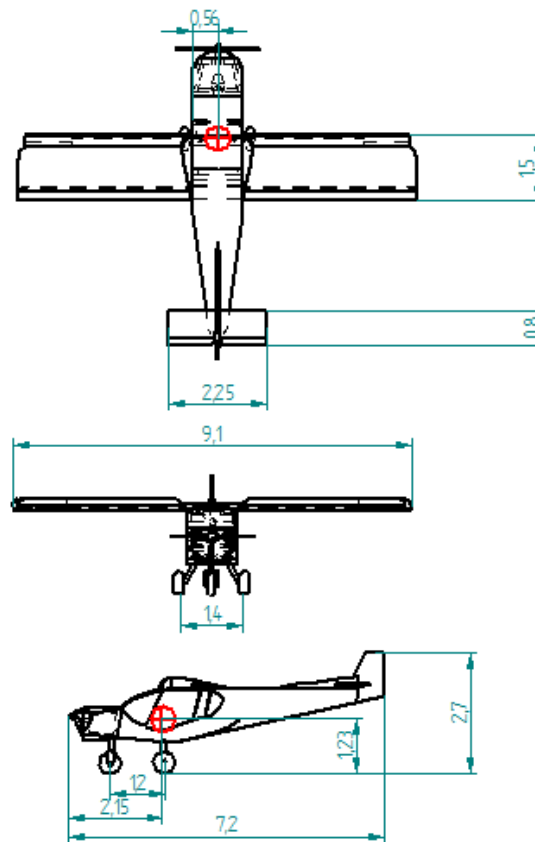
$$Cl_o = 0,287$$

Por lo tanto con los anteriores datos, la velocidad en crucero de la aeronave es:

$$v = 40 \text{ m/s} = 144 \text{ km/h}$$

#### 4.1.1. Análisis de la aeronave por medio AAA

*Figura 14: Plano de la aeronave STOL CH 750*



El análisis aerodinámico de la aeronave “STOL CH 750” se realizó mediante el software AAA (Advanced Aircraft Analysis (7)). Este programa se basa en los métodos de análisis del diseño preliminar de las aeronaves del Dr. Roskam, lo cual ayuda a disminuir los errores de cálculos. Esta herramienta computacional es empleada y aceptada en la industria y en 45 países.

AAA cuenta con 10 módulos, entre ellos el módulo de aerodinámica, dentro del cual hay una serie de sub-módulos los cuales son: “lift”, “drag”, “moment”, “aerodynamic center”, “power effects”, “ground effects” y “dynamic pressure”, de las cuales sólo se usarán los sub-módulos de “lift”, “drag” y “moment” para así determinar las principales características aerodinámicas. En cada uno de estos tres sub-módulos, se deben ingresar una serie de datos de entrada para así obtener unos datos de salida y finalmente obtener las gráficas deseadas ( $C_l$  vs  $\alpha$ ,  $C_d$  vs  $\alpha$ ,  $C_m$  vs  $\alpha$  y  $C_l$  vs  $C_d$ ).

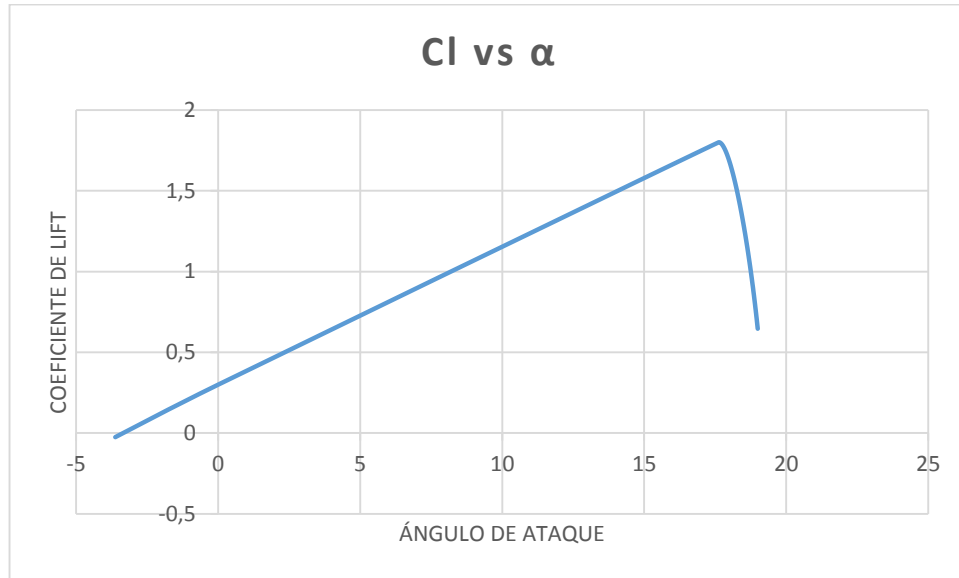
Inicialmente, en el sub-módulo de “lift” se ingresan diferentes datos de entrada estimados, mediante la ayuda que ofrece AAA para posteriormente obtener los siguientes datos de salida:

| DATOS DE ENTRADA |                           |                      |                           |
|------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Parámetro        | Valor                     | Parámetro            | Valor                     |
| $C_{L0}$         | 0,3070                    | $C_{L\delta_{eto}}$  | $0,1085 \text{ rad}^{-1}$ |
| $C_{L\alpha}$    | $4,8559 \text{ rad}^{-1}$ | $C_{et}/C_e$         | 40 %                      |
| $\alpha$         | 2,00 deg                  | $\delta_{et}$        | 0 deg                     |
| $C_{Li_h}$       | $0,5362 \text{ rad}^{-1}$ | $\alpha^*$           | 14,7 deg                  |
| $i_h$            | 0 deg                     | $\alpha C_{L_{max}}$ | 17,6 deg                  |
| $C_{L\delta_o}$  | $0,2800 \text{ rad}^{-1}$ | $C_{L_{max}}$        | 1,8                       |
| $C_e/C_h$        | 30,4 %                    | $\alpha_s$           | 19 deg                    |
| $\delta_e$       | 0 deg                     | $C_{L_s}$            | 0,6461                    |
| $\alpha_{min}$   | -5 deg                    | $\alpha_{max}$       | 5 deg                     |
| DATOS DE SALIDA  |                           |                      |                           |
| $\alpha_0$       | -3,6 deg                  | $\alpha'$            | 17,6 deg                  |
| $C_L^*$          | 1,5528                    | $C_{L_1}$            | 0,4765                    |

Tabla 4: Datos del sub-módulo de “lift”

Después de obtener los resultados, se procede a importar los resultados de  $C_l$  vs  $\alpha$  del perfil obtenidos de AAA a Excel, para obtener dicha gráfica, donde se observa que el  $C_{l_{max}}$  de la aeronave es 1,6 el cual se da en un ángulo de ataque de 14,8°; e igualmente se observa que la aeronave entra en pérdida a un ángulo de 16,8°.

Figura 15:  $C_l$  vs  $\alpha$  del perfil



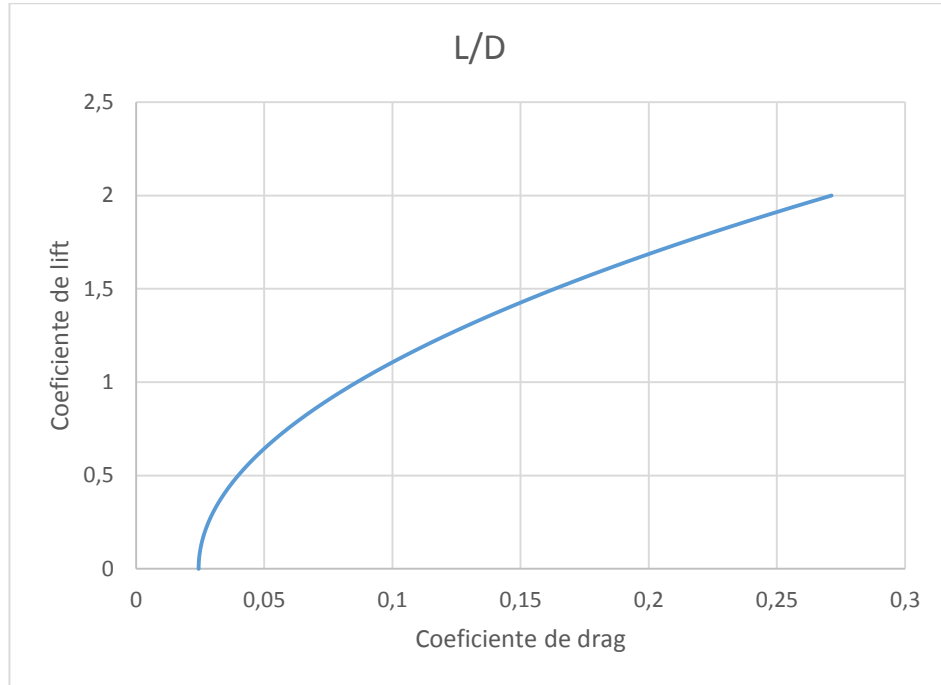
En este mismo sub-módulo se puede obtener la relación de  $C_l$  vs  $C_d$  del perfil, donde los parámetros de entrada son básicamente la configuración de vuelo (altura y velocidad), geometría del ala y parámetros aerodinámicos, donde algunos de los cuales fueron estimados mediante la ayuda que ofrece AAA, el cual da un rango de valores para los parámetros según la categoría de la aeronave, como se observa en la siguiente tabla:

| DATOS DE ENTRADA   |                     |                           |        |
|--------------------|---------------------|---------------------------|--------|
| Parámetro          | Valor               | Parámetro                 | Valor  |
| $Altitude$         | 4200 m              | $d$                       | 0,4319 |
| $\Delta T$         | 0°C                 | $e_{TO}$                  | 0,8447 |
| $U_1$              | 40 m/s              | $e_{clean}$               | 0,8500 |
| $W_{TO}$           | 6407,59 N           | $e_L$                     | 0,8447 |
| $S_W$              | 13,4 m <sup>2</sup> | $e$                       | 0,8380 |
| $AR_W$             | 6,07                | $\Delta C_{DO_{TO-down}}$ | 0,0150 |
| $a$                | -2,0458             | $\Delta C_{DO_{clean}}$   | 0      |
| $b$                | 1,0000              | $\Delta C_{DO_{TO-down}}$ | 0,0650 |
| $c$                | 1,2362              | $\Delta C_{DO}$           | 0,1500 |
| DATOS DE SALIDA    |                     |                           |        |
| $\bar{q}_1$        | 641,77              | $B_{DPL-down}$            | 0,0621 |
| $C_{DO_{TO-down}}$ | 0,0394              | $C_{DO}$                  | 0,1744 |
| $B_{DPTO-down}$    | 0,0621              | $B_{DP}$                  | 0,0625 |
| $C_{DO_{clean,M}}$ | 0,0244              | $C_{L1}$                  | 0,7315 |
| $B_{DP_{clean}}$   | 0,0617              | $C_{D1}$                  | 0,2078 |
| $C_{DO_{L-down}}$  | 0,0894              | $L/D$                     | 3,52   |

Tabla 5: Datos de  $C_d$  vs  $C_l$

Posterior a esto, se obtiene la gráfica de  $C_l$  vs  $C_d$ , donde se observa que para un valor de  $C_l = 0$  el  $C_d$  tiene un valor cercano a 0,0250.

Figura 16:  $C_l$  vs  $C_d$



Para la gráfica de  $C_d$  vs  $\alpha$ , AAA no tiene la opción de graficarla en el sub-módulo de “drag”, por lo tanto, para poder obtenerla, se emplearon los datos que proporcionó AAA de  $C_{Do}$  y  $C_{D\alpha}$  (ver tabla 5) y por medio de la siguiente ecuación es posible obtener dicha gráfica:

$$C_D = C_{Do} + (C_{D\alpha} \times \alpha)$$

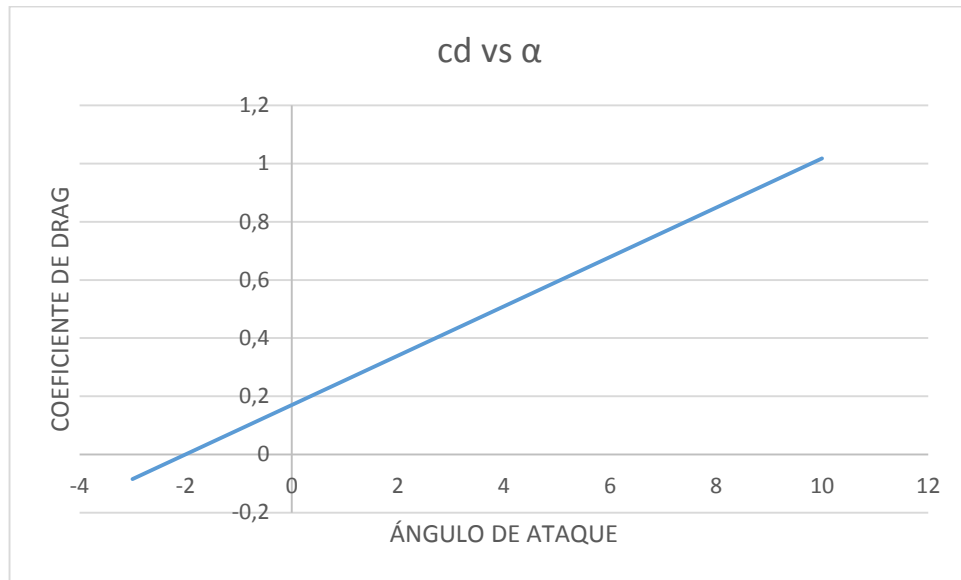
En donde:

$$C_{Do} = 0,1744$$

$$C_{D\alpha} = 0,0848$$

Y variando  $\alpha$  en un rango de  $-3^\circ$  a  $10^\circ$  se obtuvo la siguiente gráfica:

Figura 17:  $C_d$  vs  $\alpha$



En donde se observa que a medida que la aeronave aumenta el ángulo de ataque, el coeficiente de “drag” va a aumentando proporcionalmente.

Para finalizar, la aerodinámica de la aeronave STOL CH 750, en el sub-módulo de momento, el software AAA, al igual que en  $C_d$  vs  $\alpha$ , no da la opción de obtener la gráfica de  $C_m$  vs  $\alpha$ , por lo tanto se siguió el mismo procedimiento anterior mediante el uso de la siguiente ecuación para obtener dicha gráfica:

$$C_m = C_{m0} + (C_{m\alpha} \times \alpha)$$

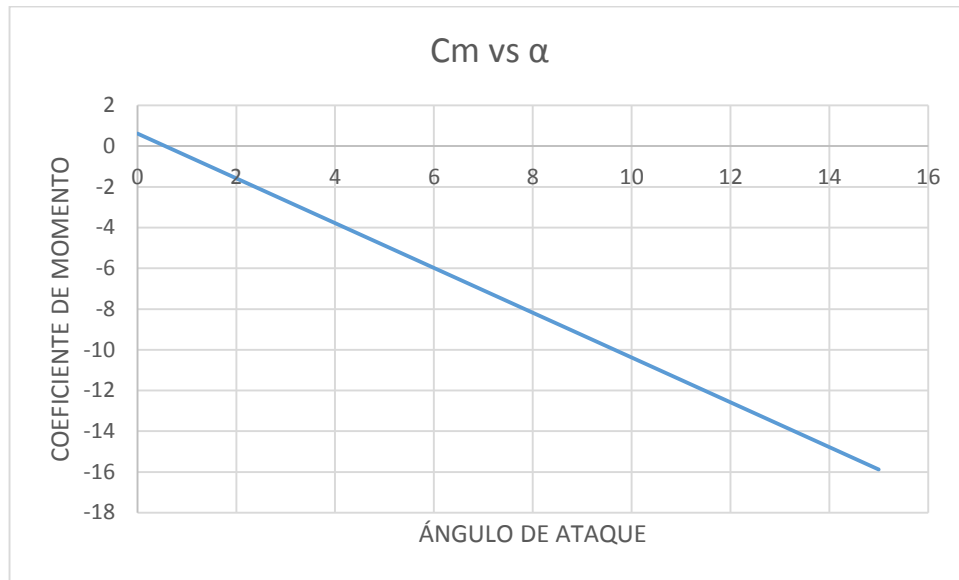
En donde:

$$C_{m0} = -0,62$$

$$C_{m\alpha} = 1,10$$

Y variando el valor de  $\alpha$  en un rango de  $0^\circ$  a  $15^\circ$ , se obtiene la siguiente gráfica de  $C_m$  vs  $\alpha$ :

Figura 18:  $C_m$  vs  $\alpha$



Al ser una pendiente negativa, se puede decir que la aeronave STOL CH 750 es longitudinalmente estable, entre más alta sea la pendiente más rápido podrá estabilizarse la aeronave, la figura 17 muestra que la aeronave tiene un tiempo de respuesta media.

En cuanto al módulo de geometría de AAA, el software contiene los siguientes sub-módulos: “wing”, “horizontal tail”, “vertical tail”, “canard”, “V-tail”, “angles”, “ventral fin”, “fuselage”, “landing gear”, “airplane”, “AeroPack” y “scale”, los cuales como se evidencia son cada una de las secciones principales de la aeronave, donde cada uno de estos sub-módulos exige ciertas medidas específicas, para representar el componente correspondiente.

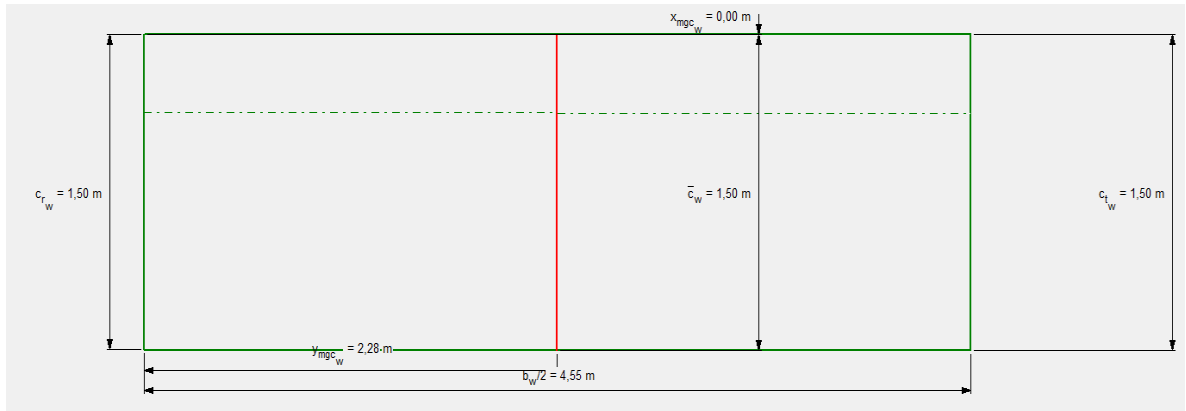
Dentro del sub-módulo de “wing” las medidas que se deben ingresar son:

| Parámetro       | Valor               |
|-----------------|---------------------|
| $b_w$           | 9,1 m               |
| $\bar{c}_{wt}$  | 1,5 m               |
| $\bar{c}_{wr}$  | 1,5 m               |
| $\Lambda_{c/4}$ | 0 deg               |
| $S_w$           | 13,4 m <sup>2</sup> |
| $AR_w$          | 6,18                |
| $\lambda_w$     | 1                   |

Tabla 6: Datos de la geometría del ala en AAA

Para así, obtener una representación gráfica del ala hasta  $\frac{b}{2}$ , como se observa a continuación:

Figura 19: Representación del ala en AAA



En la imagen se observa que el ala es tipo recta, por lo que la cuerda media del ala, la cuerda de raíz y la cuerda de punta equivalen lo mismo con un valor de 1.50 m, además se observa la medida de la mitad de la envergadura que equivale a 4.55 m.

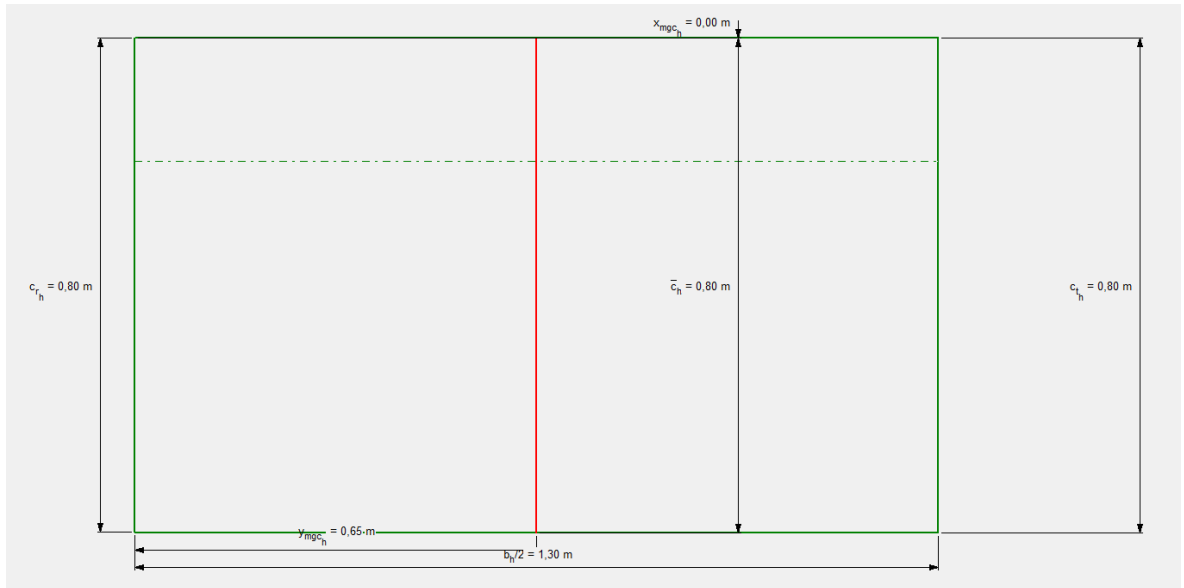
Posteriormente, en el sub-módulo de “horizontal tail”, los parámetros que se deben ingresar son similares a los del sub-módulo de “wing”.

| Parámetro        | Valor               |
|------------------|---------------------|
| $b_{ht}$         | 2,6 m               |
| $\bar{c}_{ht_t}$ | 0,8 m               |
| $\bar{c}_{ht_r}$ | 0,8 m               |
| $\Lambda_{c/4}$  | 0 deg               |
| $S_{ht}$         | 2,05 m <sup>2</sup> |
| $AR_{ht}$        | 3,29                |
| $\lambda_{ht}$   | 1                   |

Tabla 7: Datos de la geometría del estabilizador horizontal en AAA

Y de la misma manera, se obtiene la representación gráfica de la cola horizontal:

Figura 20: Representación del estabilizador horizontal en AAA



En la imagen se observa que la cola horizontal es de tipo recta, por lo que la cuerda media del ala, la cuerda de raíz y la cuerda de punta equivalen lo mismo con un valor de 0.80 m, además se observa la medida de la envergadura media que equivale a 1.30 m.

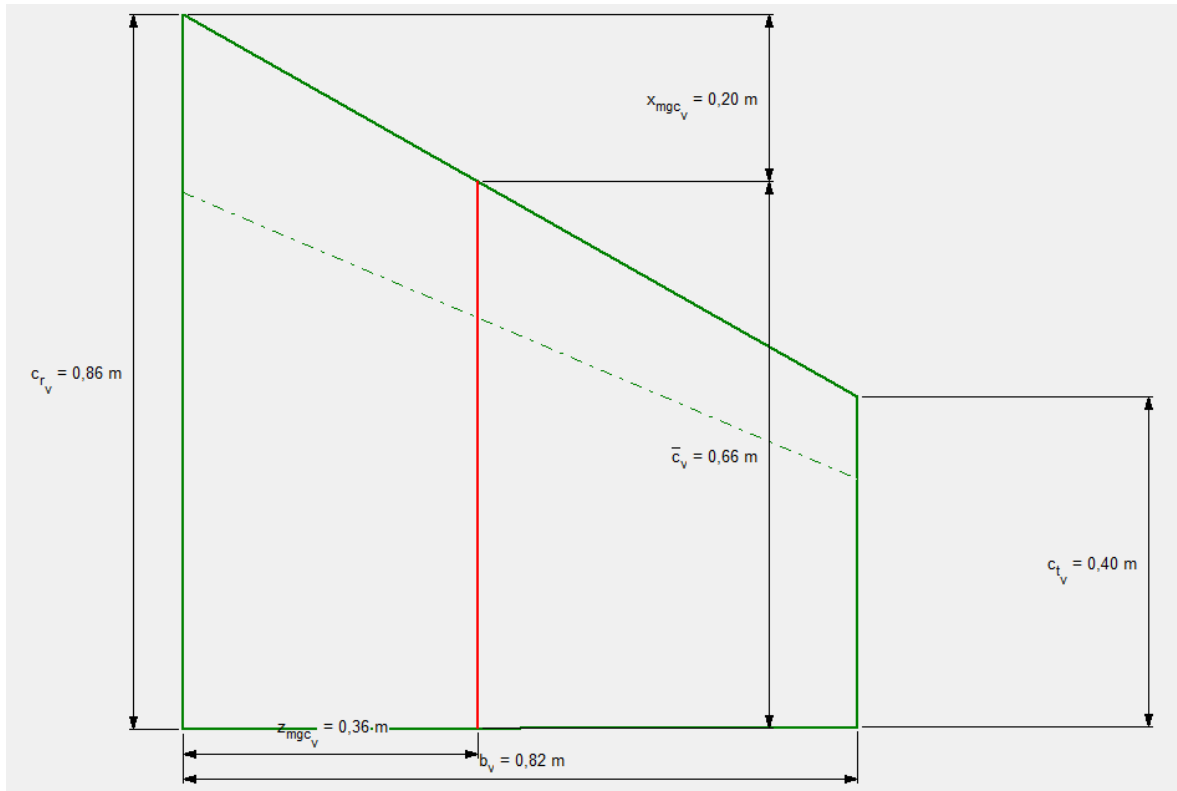
Y al igual que en los sub-módulos de “wing” y “horizontal tail”, los parámetros que exige el sub-módulo de “vertical tail” son los mismos que los anteriores:

| Parámetro        | Valor               |
|------------------|---------------------|
| $b_{vt}$         | 1,3 m               |
| $\bar{c}_{vt_t}$ | 0,4 m               |
| $\bar{c}_{vt_r}$ | 0,8 m               |
| $\Lambda_{c/4}$  | 15 deg              |
| $S_{vt}$         | 0,82 m <sup>2</sup> |
| $AR_{vt}$        | 2,05                |
| $\lambda_{vt}$   | 0,46                |

Tabla 8: Datos de la geometría del estabilizador vertical en AAA

Con su respectiva representación gráfica:

*Figura 21: Representación del estabilizador vertical en AAA*



En la imagen se observa que la cola vertical tiene variación con las cuerdas por lo que la cuerda media del ala tiene un valor de 0.66m, la cuerda de raíz de 0.86 y la cuerda de punta 0.40 m, la envergadura media de la cola vertical es de 0.82m

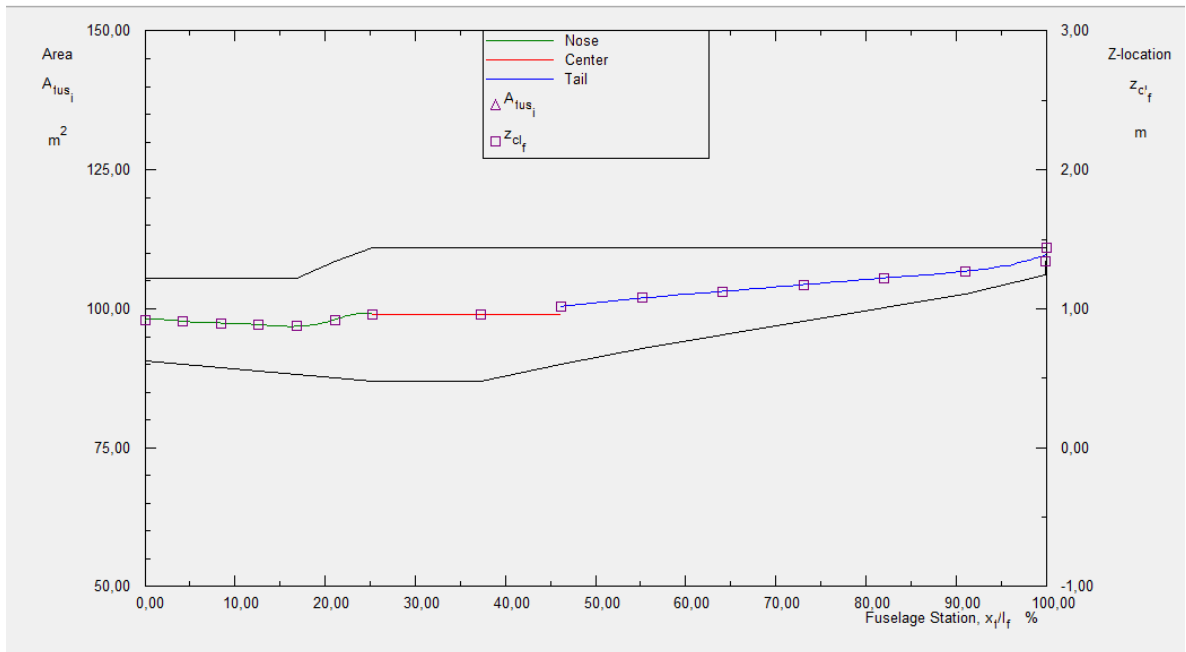
En cuanto al sub-módulo “fuselaje”, se debe dividir el fuselaje en secciones, a partir de ello, se debe tomar la medida que hay desde el suelo hasta la nariz del avión, la cual va hacer la guía para determinar los parámetros que se deben ingresar, ya que de esa medida se debe tomar la distancia que hay a cada punto superior e inferior de cada sección del fuselaje. Para así, obtener la representación gráfica del fuselaje.

Los datos de las secciones en que se dividió al fuselaje de la aeronave STOL CH 750 son:

| DATOS DE ENTRADA |            |            |            |         |            |            |            |            |             |             |                |             |             |                |
|------------------|------------|------------|------------|---------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|----------------|-------------|-------------|----------------|
| FUSELAGE SECTION | $x_{fus1}$ | $z_{fus1}$ | $z_{fus2}$ | Section | $y_{fus1}$ | $y_{fus2}$ | $y_{fus3}$ | $z_{fus2}$ | $y_{fus12}$ | $z_{fus12}$ | $\rho_{fus12}$ | $y_{fus23}$ | $z_{fus23}$ | $\rho_{fus23}$ |
| 1                | 0,2190     | 1,2220     | 0,6220     | Nose    | 0,0000     | 0,4800     | 0,0000     | 1,1500     | 0,4800      | 1,2500      | 0,2142         | 0,4800      | 0,5740      | 0,9411         |
| 2                | 0,4380     | 1,2220     | 0,5980     | Nose    | 0,0000     | 0,4800     | 0,0000     | 1,1500     | 0,4800      | 1,2500      | 0,2142         | 0,4800      | 0,5740      | 0,9509         |
| 3                | 0,6570     | 1,2220     | 0,5740     | Nose    | 0,0000     | 0,4800     | 0,0000     | 1,1500     | 0,4800      | 1,2500      | 0,2142         | 0,4800      | 0,5740      | 0,9607         |
| 4                | 0,8760     | 1,2220     | 0,5500     | Nose    | 0,0000     | 0,4800     | 0,0000     | 1,1500     | 0,4800      | 1,2500      | 0,2142         | 0,4800      | 0,5740      | 0,9705         |
| 5                | 1,0950     | 1,2220     | 0,5260     | Nose    | 0,0000     | 0,4800     | 0,0000     | 1,1500     | 0,4800      | 1,3000      | 0,2142         | 0,4800      | 0,5740      | 0,9803         |
| 6                | 1,3140     | 1,3420     | 0,5020     | Nose    | 0,0000     | 0,4800     | 0,0000     | 1,1500     | 0,4800      | 1,4250      | 0,7444         | 0,4800      | 0,5740      | 0,9901         |
| 7                | 1,5330     | 1,4380     | 0,4780     | Nose    | 0,0000     | 0,4800     | 0,0000     | 1,1500     | 0,4800      | 1,5500      | 0,9999         | 0,4800      | 0,5740      | 0,9999         |
| 8                | 2,1570     | 1,4380     | 0,4780     | Center  | 0,0000     | 0,4800     | 0,0000     | 1,1500     | 0,4800      | 1,6500      | 0,9999         | 0,4800      | 0,5740      | 0,9999         |
| 9                | 2,6230     | 1,4380     | 0,5980     | Tail    | 0,0000     | 0,4560     | 0,0000     | 1,1500     | 0,4320      | 1,6500      | 0,9999         | 0,4320      | 0,6220      | 0,8328         |
| 10               | 3,0890     | 1,4380     | 0,7180     | Tail    | 0,0000     | 0,3840     | 0,0000     | 1,1500     | 0,3840      | 1,6500      | 0,9999         | 0,3840      | 0,7180      | 0,6662         |
| 11               | 3,5550     | 1,4380     | 0,8140     | Tail    | 0,0000     | 0,2880     | 0,0000     | 1,1500     | 0,7400      | 1,6500      | 0,9999         | 0,7400      | 0,8140      | 0,4997         |
| 12               | 4,0210     | 1,4380     | 0,9100     | Tail    | 0,0000     | 0,2400     | 0,0000     | 1,1500     | 0,2400      | 1,6500      | 0,9999         | 0,2400      | 0,9100      | 0,3332         |
| 13               | 4,4870     | 1,4380     | 1,0060     | Tail    | 0,0000     | 0,1680     | 0,0000     | 1,1500     | 0,1920      | 1,6500      | 0,9999         | 0,1920      | 1,0060      | 0,1666         |
| 14               | 4,9530     | 1,4380     | 1,1020     | Tail    | 0,0000     | 0,1200     | 0,0000     | 1,1500     | 0,0960      | 1,6500      | 0,9999         | 0,0960      | 1,1020      | 0,0001         |
| 15               | 5,4190     | 1,4380     | 1,2460     | Tail    | 0,0000     | 0,0480     | 0,0000     | 1,1500     | 0,0480      | 1,6500      | 0,9999         | 0,0480      | 1,2460      | 0,0000         |

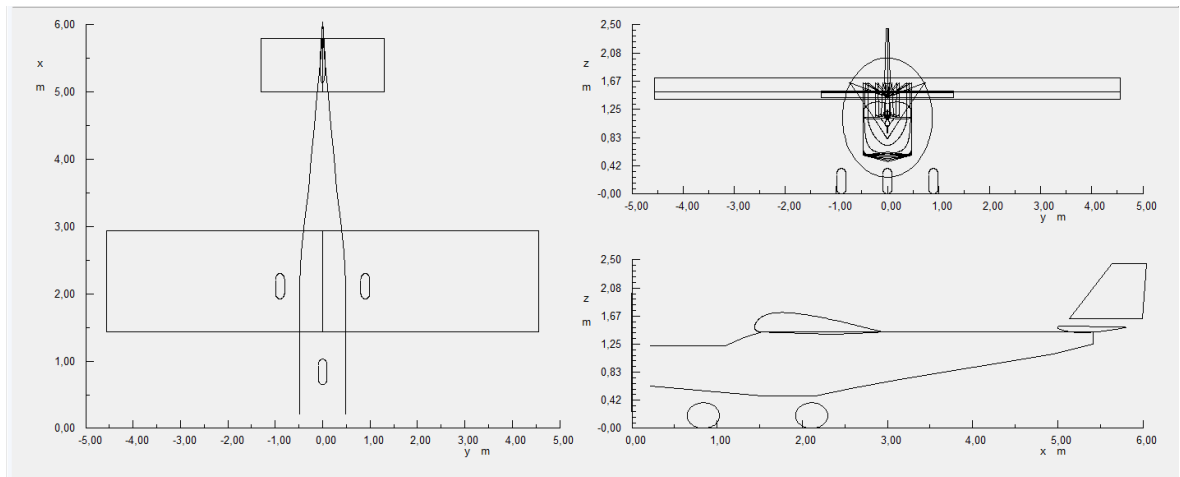
Tabla 9: Datos del seccionamiento de los perfiles del fuselaje en AAA

Figura 22: Representación del fuselaje en AAA



Finalmente, se puede obtener la representación gráfica de la aeronave STOL CH 750:

*Figura 23: Representación de la aeronave STOL CH 750 en AAA*



Al completar los módulos de aerodinámica y geometría, se procede al módulo de estabilidad y control, en donde es posible obtener las derivativas longitudinales y laterales-direccionales de la aeronave.

Figura 24: Vista frontal, lateral y superior del STOL CH 750 (2)

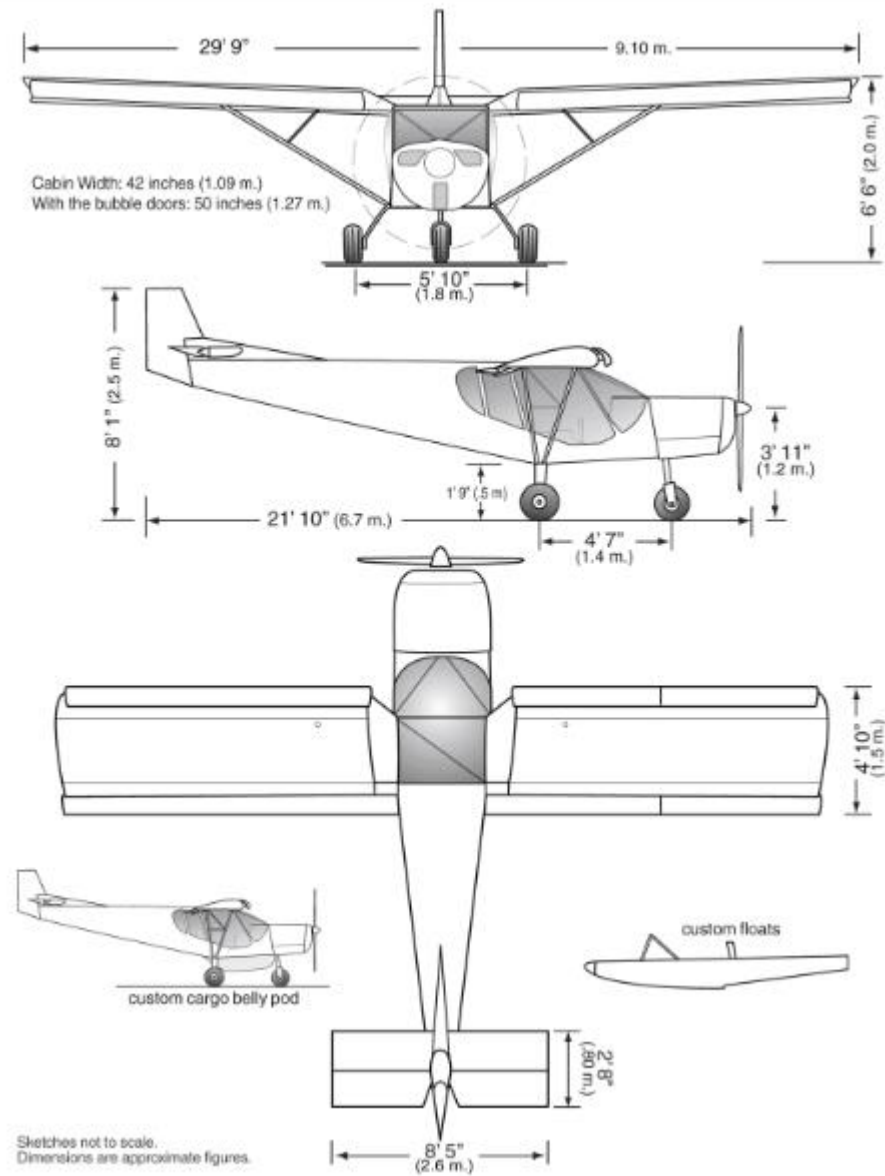


Figura 25: Derivativas obtenidas en AAA de la aeronave STOL CH 750

| Output Parameters  |                            |                   |                           |                     |                           |                       |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--------------------|----------------------------|-------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|-----------------------|---------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| $\epsilon_n$       | 2,82 deg                   | $C_{L_\alpha}$    | 0,8239 rad <sup>-1</sup>  | $C_{Y_r}$           | 0,0152 rad <sup>-1</sup>  | $C_{n_{\dot{v}}}$     | 0,0189 rad <sup>-1</sup>  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $\eta_{h_{p.off}}$ | 0,976                      | $C_{m_\alpha}$    | -1,5756 rad <sup>-1</sup> | $C_{l_r}$           | 0,1517 rad <sup>-1</sup>  | $C_{Y_{\delta_{ro}}}$ | 0,0327 rad <sup>-1</sup>  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $\eta_h$           | 0,976                      | $C_{D_q}$         | 0,0000 rad <sup>-1</sup>  | $C_{n_r}$           | -0,0107 rad <sup>-1</sup> | $C_{Y_{\delta_r}}$    | 0,0327 rad <sup>-1</sup>  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{T_{x_1}}$      | 0,1994                     | $C_{L_q}$         | 3,1121 rad <sup>-1</sup>  | $C_{D_{\dot{h}}}$   | 0,0249 rad <sup>-1</sup>  | $C_{\delta_{ro}}$     | 0,0030 rad <sup>-1</sup>  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{m_{T_1}}$      | -0,0263                    | $C_{m_q}$         | -0,8644 rad <sup>-1</sup> | $C_{L_{\dot{h}}}$   | 0,5347 rad <sup>-1</sup>  | $C_{\delta_r}$        | 0,0030 rad <sup>-1</sup>  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{D_u}$          | 0,0000                     | $C_{Y_\beta}$     | -0,4522 rad <sup>-1</sup> | $C_{m_{\dot{h}}}$   | -1,0226 rad <sup>-1</sup> | $C_{n_{\delta_{ro}}}$ | -0,0126 rad <sup>-1</sup> |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{L_u}$          | 0,0000                     | $C_{l_\beta}$     | 0,0180 rad <sup>-1</sup>  | $C_{D_{\dot{e}}}$   | 0,0108 rad <sup>-1</sup>  | $C_{n_{\delta_r}}$    | -0,0126 rad <sup>-1</sup> |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{m_u}$          | 0,0035                     | $C_{n_\beta}$     | -0,0157 rad <sup>-1</sup> | $C_{L_{\dot{e}_o}}$ | 0,2638 rad <sup>-1</sup>  | $C_{n_{\beta_v}}$     | rad <sup>-1</sup>         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{T_{x_u}}$      | -0,5982                    | $C_{n_{T_\beta}}$ | -0,0140 rad <sup>-1</sup> | $C_{L_{\dot{e}}}$   | 0,2638 rad <sup>-1</sup>  | $C_{n_{\delta_r}}$    | rad <sup>-1</sup>         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{m_{T_u}}$      | 0,0877                     | $C_{Y_\beta}$     | 0,0015 rad <sup>-1</sup>  | $C_{m_{\dot{e}_o}}$ | -0,5045 rad <sup>-1</sup> | $C_{Y_{\delta_{nt}}}$ | rad <sup>-1</sup>         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{D_\alpha}$     | 219,7012 rad <sup>-1</sup> | $C_{l_\beta}$     | 0,0003 rad <sup>-1</sup>  | $C_{m_{\dot{e}}}$   | -0,5045 rad <sup>-1</sup> | $C_{l_{\delta_{nt}}}$ | rad <sup>-1</sup>         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{L_\alpha}$     | 4,8076 rad <sup>-1</sup>   | $C_{n_\beta}$     | -0,0006 rad <sup>-1</sup> | $C_{n_{\alpha_h}}$  | rad <sup>-1</sup>         | $C_{n_{\delta_{nt}}}$ | rad <sup>-1</sup>         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{m_\alpha}$     | 1,1210 rad <sup>-1</sup>   | $C_{Y_p}$         | -0,0805 rad <sup>-1</sup> | $C_{n_{\dot{e}}}$   | rad <sup>-1</sup>         | $C_{n_{\delta_{nt}}}$ | rad <sup>-1</sup>         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{m_{T_\alpha}}$ | -1,7502 rad <sup>-1</sup>  | $C_{l_p}$         | -0,0410 rad <sup>-1</sup> | $C_{Y_{\dot{v}}}$   | -0,0537 rad <sup>-1</sup> | $C_{Y_{\delta_a}}$    | 0,0000 rad <sup>-1</sup>  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $C_{D_\alpha}$     | 0,0000 rad <sup>-1</sup>   | $C_{n_p}$         | -0,0551 rad <sup>-1</sup> | $C_{l_{\dot{v}}}$   | -0,0053 rad <sup>-1</sup> | $C_{\delta_a}$        | 0,2771 rad <sup>-1</sup>  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Estas derivativas, se compararán posteriormente por las obtenidas por medio de MATLAB basadas en el libro *“Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes”* de Bandu Pamadi. (15)

Una vez se obtienen estas derivativas, por medio de AAA es posible determinar las funciones de transferencia de cada uno de los tres ejes de la aeronave. En el eje longitudinal se obtuvieron las siguientes funciones de transferencia para el “rudder”:

Figura 26: Función de transferencia de ángulo de “pitch” obtenida por medio de AAA

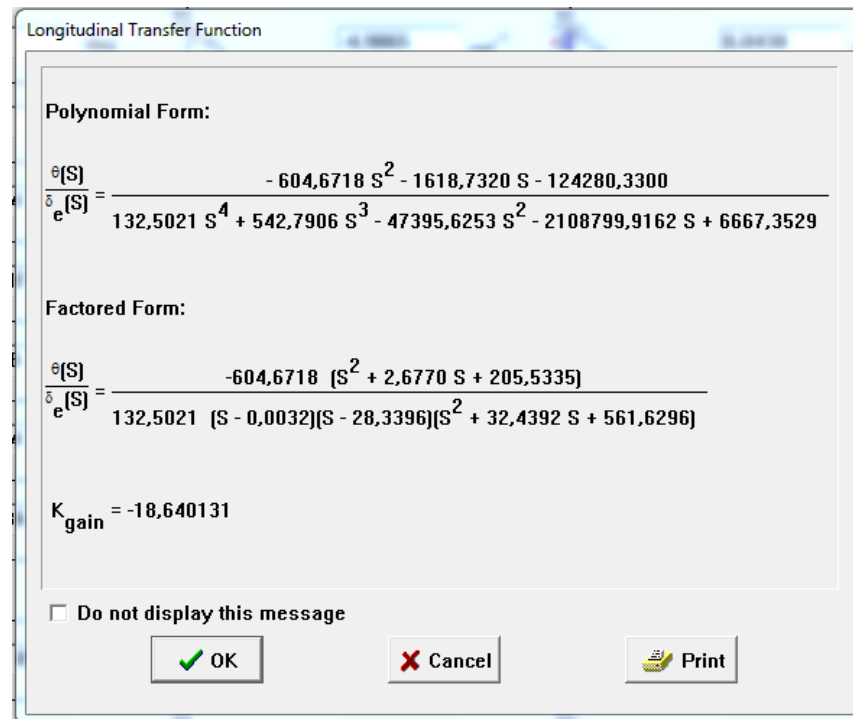
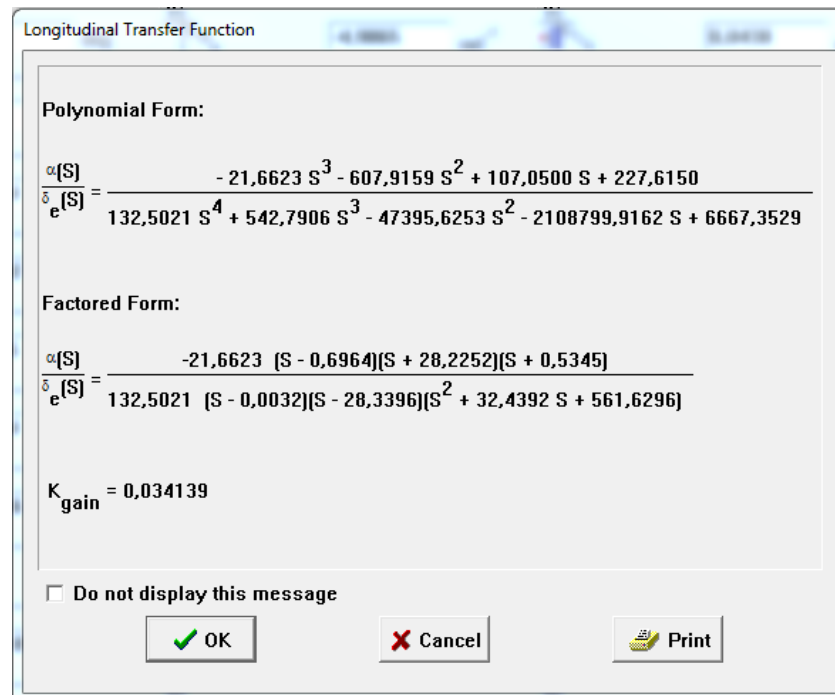
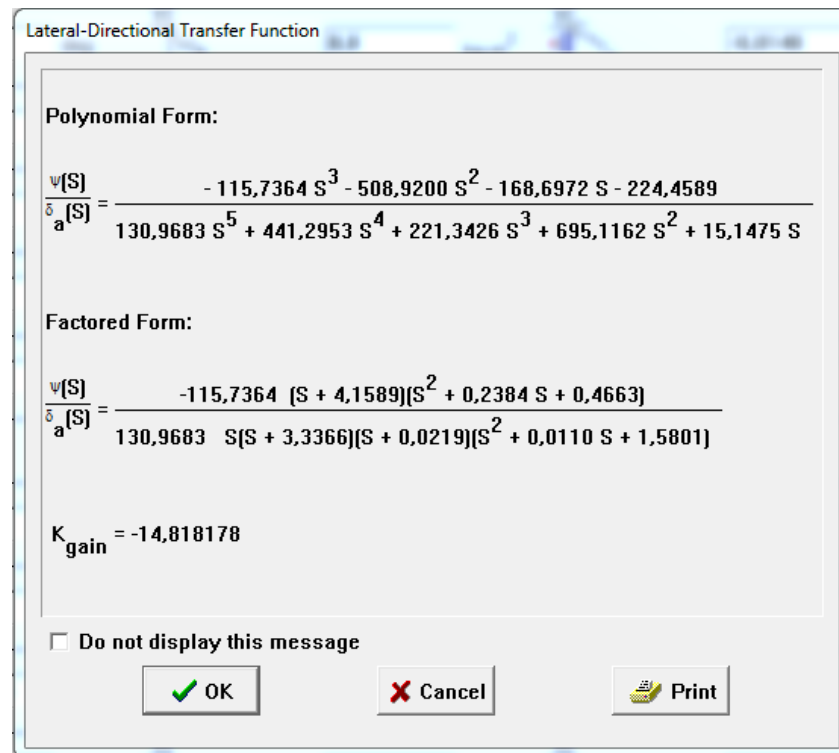


Figura 27: Función de transferencia de ángulo de ataque obtenida por medio de AAA



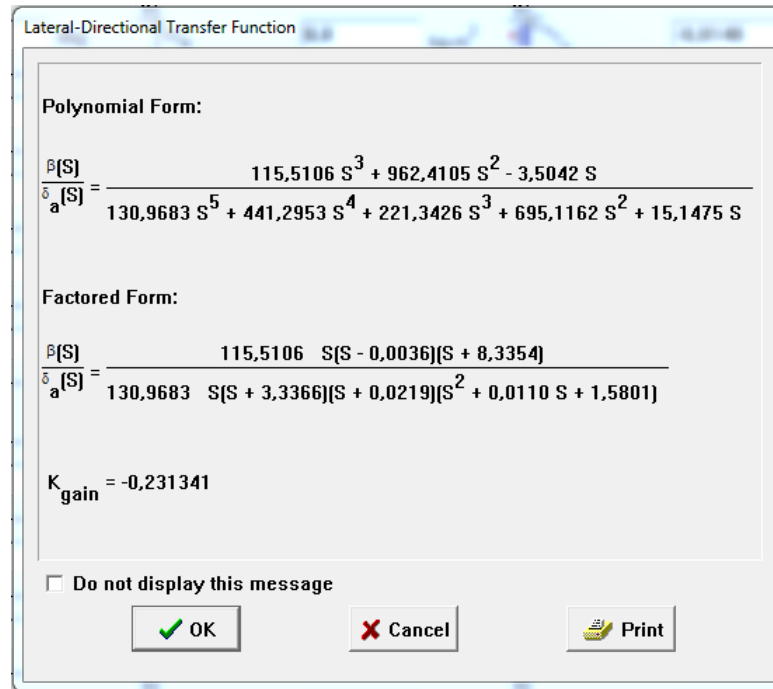
Para el eje lateral, se obtuvieron las siguientes funciones de transferencia para el alerón:

*Figura 28: Función de transferencia lateral del “Dutch-roll” obtenida por medio de AAA*



Finalmente, la función de transferencia que se obtuvo para el eje direccional de la aeronave STOL CH 750 por medio de AAA para el “rudder” fue:

Figura 29: Función de transferencia direccional del “Dutch-roll” obtenida por medio de AAA



#### 4.1.2. Determinación de la estabilidad estática longitudinal

Para determinar la estabilidad estática de la aeronave STOL CH 750, tanto longitudinalmente como lateral y direccionalmente, se realizó una programación en la herramienta computacional EXCEL (ver anexo B), basándose en la teoría del libro *“Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes”* de Bandu Pamadi. (15)

En cuanto a la determinación de la estabilidad estática longitudinal, las fuerzas y momentos que actúan en la aeronave para esta sección son: planta motriz, ala, fuselaje, ala-fuselaje y la superficie de la cola horizontal. La contribución del fuselaje para la estabilidad estática longitudinal es muy significativa y es por la desestabilización natural por la variación del momento con el ángulo, el momento de desestabilización de “pitch” varía linealmente con el ángulo de ataque. (2)

$$\left(\frac{\partial M}{\partial \alpha}\right)_f = 2(k_2 - k_1)qv_f$$

$$(k_2 - k_1) = 0,85$$

Si en el fuselaje varia el diámetro o ancho la ecuación se rescribe como:

$$\left(\frac{\partial C_m}{\partial \alpha}\right)_f = \frac{\pi(k_2 - k_1)}{2Sc} \sum_0^{l_f} \frac{\pi(k_2 - k_1)}{2S\bar{c}} \Delta x = 0,1860$$

Para un fuselaje aislado, el ángulo de ataque local debe ser constante a lo largo de toda la longitud, sin embargo se puede presentar que el ángulo varíe con un “upwash” al frente del borde de ataque y “downwash” debajo del borde de fuga.

La contribución del fuselaje que se obtuvo para la estabilidad longitudinal es:

$$C_{mf} = C_{mo,f} + \left(\frac{\partial C_m}{\partial \alpha}\right)_f \alpha$$

$$C_{mo,f} = \frac{k_2 - k_1}{36,5\bar{c}} \int_0^{l_f} b_f^2 (\alpha_{ow} + i_{cl,B}) dx = 0,0008$$

$$C_{mf} = -0,0118$$

La contribución del ala, depende de la distancia relativa entre el centro aerodinámico del ala y el centro de gravedad, si el centro aerodinámico está adelante del centro de gravedad, caso que se presenta generalmente para aviones de baja velocidad, la contribución del ala es desestabilizante.

$$C_{mw} = C_{mac,w} + C_{L,w} \bar{x}_a$$

$$C_{mac,w} = -0,046$$

$$C_{L,w} = 0,0107$$

$$\bar{x}_a = \frac{x_a}{\bar{c}} = \frac{0,33}{1,5} = 0,22$$

Considerando  $\bar{x}_a$  positivo si el centro de gravedad está después del centro aerodinámico, y viceversa.

En este caso, la contribución del ala para la estabilidad longitudinal que se obtuvo es:

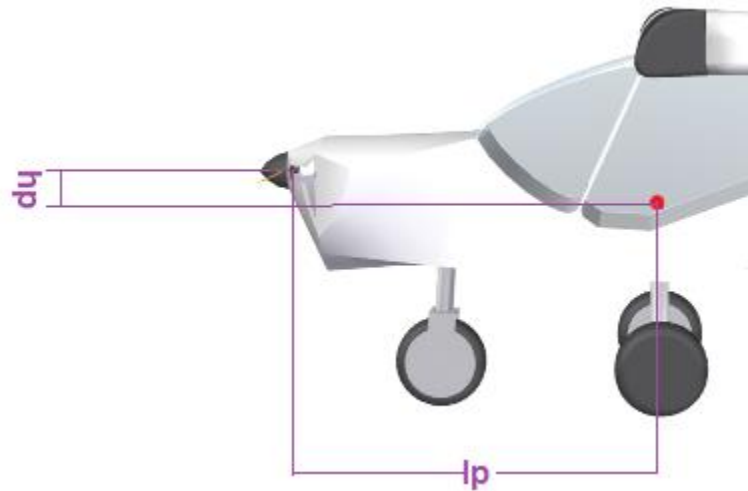
$$C_{mw} = -0,0436$$

La contribución de la planta motriz de la aeronave STOL CH 750 a la estabilidad longitudinal depende esencialmente del tipo de motor (turboprop, pistón, turbofan o turbo jet). En el caso del STOL CH 750 al ser una aeronave con hélice, el efecto de la potencia en la estabilidad estática longitudinal consiste de dos partes; la primera de ellas, son los efectos directos causados por las fuerzas desarrolladas por la planta motriz, el efecto causado por el empuje depende de la ubicación vertical de la línea de empuje respecto al centro de gravedad de la aeronave,

contribuyendo a la estabilidad entre más grande sea dicha distancia. Adicionalmente los efectos directos, también incluye la fuerza normal que actúa sobre la unidad propulsora, la cual para una aeronave con hélices es desestabilizante. (2)

El otro efecto de la potencia en cuanto a la contribución estática longitudinal son los efectos indirectos causados por la influencia del “slipstream” pasando sobre las alas. Las secciones del ala expuesta a dicho efecto tienen una mayor presión dinámica sobre ellas ocasionando un “lift” local y “drag” más alto. El centro de gravedad de la aeronave STOL CH 750 está por debajo de la línea de empuje (ver figura 30), ocasionando que la aeronave tienda a meter la nariz cuando sufre una perturbación.

*Figura 30: Representación de las distancias del motor*



$$l_p = 1,97 \text{ m}$$

$$h_p = 0,11 \text{ m}$$

Para determinar la contribución del sistema propulsor a la estabilidad longitudinal del avión, se tomó como referencia la teoría del libro “Metodología de diseño de aeronaves no tripuladas” de autores Daniel Agudelo Noreña y Pedro Luis Jiménez Soler (20). Donde para determinar dicha contribución, se debe emplear la siguiente ecuación:

$$\frac{C_{m_{CGW}}}{d\alpha} = \frac{dC_{N_p}}{d\alpha} \frac{l_p}{S_w} \frac{S_p}{c} N$$

$$S_p = 2,54 \text{ m}^2$$

$$N = 2$$

| Posición %       | Radio (mm) | Ángulo hélice (deg) | Ángulo hélice (rad) | Relación radios   |
|------------------|------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| 20               | 100,6      | 32,7                | 0,570722665         | 0,689513365       |
| 40               | 132,6      | 25                  | 0,436332313         | 0,908841672       |
| 60               | 142,6      | 20                  | 0,34906585          | 0,977381768       |
| 75               | 145,9      | 18,75               | 0,327249235         | 1                 |
| 80               | 122,5      | 16,2                | 0,282743339         | 0,839616175       |
| 100              | 23,8       | 13,5                | 0,235619449         | 0,163125428       |
| <b>SUMATORIA</b> |            | <b>126,15</b>       | <b>2,201732851</b>  | <b>4,57847841</b> |

Tabla 10: Parámetros geométricos de la hélice

La variación del coeficiente de la fuerza normal  $\frac{dC_{Np}}{d\alpha}$  está en función de la variación del coeficiente de empuje normal respecto al ángulo de ataque  $\left(\frac{dC_{No}}{d\alpha}\right)$  y el factor “q” ( $f(a)$ ).<sup>1</sup> Calculando la variación del coeficiente de la fuerza normal con la siguiente ecuación:

$$\frac{dC_{Np}}{d\alpha} = \frac{dC_{No}}{d\alpha} f(a)$$

$$\frac{dC_{No}}{d\alpha} = 0,0222 \text{ /grados}$$

$$f(a) = 1,0936$$

Y así obteniendo un resultado para la variación del coeficiente de empuje normal respecto al ángulo de ataque de:

$$\frac{dC_{Np}}{d\alpha} = 0,0243 \text{ /grados}$$

Finalmente, se puede determinar la contribución del motor a la estabilidad longitudinal:

$$\frac{C_{m_{CGW}}}{d\alpha} = 0,0121$$

Siendo esta una contribución desestabilizante en la aeronave STOL CH 750, debido a que la distancia entre el centro de gravedad de la aeronave y la línea de empuje del motor es corta.

Para la contribución ala-fuselaje, los efectos de interferencia mutua se determinan individualmente y se suman para determinar dicha contribución.

<sup>1</sup> AGUDELO, Daniel; JIMÉNEZ, Pedro. Metodología de diseño de aeronaves no tripuladas. Teoría y Fundamentos. p. 292

$$C_{L\alpha.WB} = [K_N + K_{W(B)} + K_{B(W)}] C_{L\alpha.e} \frac{S_{exp}}{S}$$

$$K_N = 1$$

$$K_{W(B)} = 1,0976$$

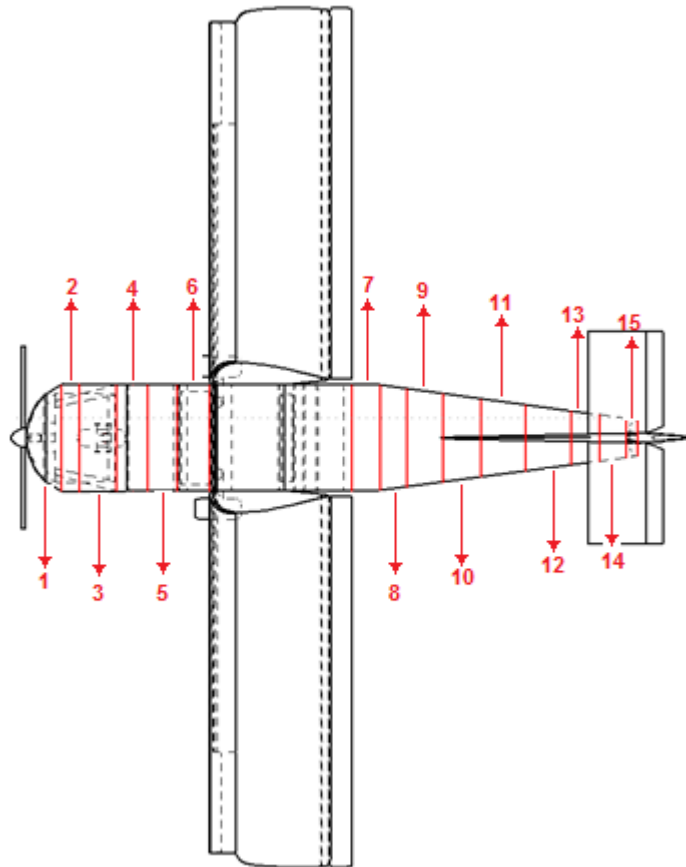
$$K_{B(W)} = 0,1604$$

En esta contribución se obtuvo un resultado de:

$$C_{L\alpha.WB} = 1,2261$$

Para determinar el “upwash” y “downwash” de la aeronave, se seccionó el fuselaje de la siguiente manera: la parte delantera, desde la nariz hasta el borde de ataque de las alas se seccionó en 6 partes y desde el borde de fuga hasta el final del fuselaje se seccionó en 9 partes. Como se observa a continuación:

*Figura 31: Seccionamiento del fuselaje*



La contribución de la cola horizontal se ve afectada por el efecto del “downwash” que producen las alas de la aeronave. Esta contribución se calcula con:

$$C_{m,t} = -a_t(\alpha_w - i_w + i_t - \varepsilon)\eta_t \bar{V}_1$$

Obteniendo el siguiente resultado:

$$C_{m,t} = 0,0037$$

Siendo así, y teniendo en cuenta los resultados de las contribuciones que tienen que ver con la estabilidad longitudinal se tiene que:

$$C_m = C_{L,w} \bar{x}_a + C_{mac,w} + C_{mf} - C_{Lt} \bar{V}_1 \eta_t$$

$$C_m = -0,0376$$

Con este resultado siendo menor a cero, se sabe que la aeronave “STOL CH 750” es estable sobre su eje longitudinal.

### **Control longitudinal:**

El nivel de la estabilidad estática longitudinal depende de la ubicación del centro de gravedad, el traslado del centro de gravedad debido a las cargas en la aeronave tiene una influencia en la estabilidad estática longitudinal de la aeronave. A medida que el centro de gravedad de la aeronave se desplaza hacia adelante el nivel de la estabilidad estática incrementa y viceversa. Para determinar la posición fija del punto neutro.

$$N_o = \bar{x}_{ac} - \left( \frac{dC_m}{dC_L} \right)_f + \frac{a_t}{a_w} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}_1 \eta_t$$

$$N_o = 0,58$$

El margen estático igualmente determina el nivel del punto fijo de la estabilidad estática longitudinal de la aeronave. Para obtener una aeronave estable el margen estático deberá ser positivo, este parámetro se determina mediante la siguiente ecuación:

$$H_n = N_o - \bar{x}_{cg}$$

$$H_n = 0,18$$

El control longitudinal hace referencia a la capacidad de cambiar el equilibrio o coeficiente de “trim-lift” dentro del rango permitido, el cual es:  $0 < C_L \leq C_{L,max}$  es decir, que la aeronave deberá ser capaz de volar en cualquier ángulo de ataque deseado dentro de los límites aerodinámicos. Para determinar el control longitudinal de la aeronave se emplea la siguiente formula:

$$C_L = \frac{-C_{mac,w} - C_{mf} + a_t(\alpha_w - i_w + i_t - \epsilon)\bar{V}_1\eta_t}{\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}}$$

$$\epsilon = 0,0521 \text{ rad}$$

$$\bar{V}_1 = 0,6884$$

$$\eta_t = 0,9297$$

$$C_L = 0,1755$$

El efecto de la deflexión del elevador en el coeficiente de “lift” de la cola, no afecta el punto fijo de estabilidad de la aeronave, para calcularlo se emplea mediante la siguiente ecuación:

$$C_{L,t} = a_t(\alpha_w - i_w + i_t - \epsilon + \tau\delta\epsilon)$$

$$C_{L,t} = -0,0278$$

Por otro lado, la deflexión del elevador para el “trim” longitudinal, está dada por:

$$\delta_{e,o} = \frac{C_{mac,w} + C_{mf} - a_t(\alpha_w - i_w + i_t - \epsilon)\bar{V}_1\eta_t}{-C_{m\delta}}$$

$$\delta_{e,o} = 0,4307 \text{ deg}$$

Adicionalmente, la variación de deflexión del elevador con equilibrio o coeficiente de “trim-lift”, se puede expresar por:

$$\frac{d\delta_e}{dC_L} = -\frac{\bar{x}_{cg} - N_o}{C_{m\delta}}$$

$$\frac{d\delta_e}{dC_L} = -4,3735$$

#### 4.1.3. Determinación de la estabilidad estática direccional

La estabilidad estática direccional, es la habilidad que tiene la aeronave para realinearse a lo largo de la dirección del viento, eliminando cualquier perturbación de “sideslip”.

Para determinar la estabilidad direccional, se debe tener en cuenta la contribución del ala, del fuselaje y de la cola. Dentro de la contribución del ala se debe tener en cuenta el ángulo de diedro y el ángulo de flechamiento; mientras que para la cola se debe tener en cuenta la contribución de la cola vertical y se puede ignorar la contribución de la cola horizontal ya que esta es muy pequeña.

La primera contribución mencionada, la contribución del ala, se puede ignorar, dado que la aeronave seleccionada no tiene diedro ni flechamiento en las alas. (2)

$$(C_{n\beta})_W = (C_{n\beta})_{\Gamma,W} + (C_{n\beta})_{\Lambda,W}$$

$$(C_{n\beta})_W = 0$$

Por otro lado, la naturaleza de la contribución del fuselaje, para la estabilidad direccional es desestabilizar a la aeronave, influenciada por la geometría de las alas y de su posición en el fuselaje. Para estimarla se emplea la siguiente ecuación (2):

$$(C_{n\beta})_{B(W)} = -K_N K_{Rl} \left( \frac{S_{B,S}}{S} \right) \left( \frac{l_f}{b} \right) / deg$$

$$K_N = 0,015$$

$$K_{Rl} = 1,49$$

$$(C_{n\beta})_{B(W)} = -0,0047$$

La contribución de la cola vertical, es el mayor contribuyente a la estabilidad estática direccional e igualmente se ve afectada por el “sidewash” del fuselaje. Su contribución depende de ciertos parámetros tales como la relación de aspecto, momento del centro de gravedad, área, flechamiento y la forma de la cola del fuselaje.

$$(C_{n\beta,v})_{fix} = k a_v \left( 1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} \right) \eta_v \bar{V}_2$$

$$(C_{n\beta,v})_{fix} = 0,0058$$

Por lo tanto, la estabilidad total direccional de la aeronave “STOL CH 750” es:

$$(C_{n\beta})_{fix} = (C_{n\beta})_W + (C_{n\beta})_{B(W)} + (C_{n\beta,v})_{fix}$$

$$(C_{n\beta})_{fix} = 0,00115$$

Obteniendo ese valor se determina que la aeronave es estable sobre el eje direccional de la aeronave, al ser ese valor mayor a cero.

### **Control direccional:**

En cuanto al control direccional de la aeronave, se dice que depende principalmente del “rudder”, del cual su efectividad esta medido por  $C_{n\delta r}$ , que es equivalente al coeficiente del momento de guiño por unidad de deflexión del “rudder”. Generalmente este resultado suele ser negativo, ya que así, la deflexión produce una fuerza al lado negativa y un momento de guiño positivo.

$$C_{n\delta r} = -k \eta_v \bar{V}_2 a_v \tau_2$$

$$C_{n\delta r} = -0,0197$$

Por otro lado, la deflexión del “rudder” está definida por:

$$\delta_r = - \frac{(C_{n\beta})_{fix} \beta}{C_{n\delta r}}$$

$$\delta_r = 0,0457 \text{ deg}$$

Haciendo que por cada ángulo de “sideslip” que tenga la aeronave, el “rudder” se deberá deflactar  $0,0457^\circ$ , para corregir el posible “sideslip”. De la anterior relación se puede observar que entre más alto sea la estabilidad direccional, más alta será la deflexión del “rudder”.

#### 4.1.4. Determinación de la estabilidad estática lateral

La estabilidad lateral, es la capacidad de la aeronave de enfrentar perturbaciones que le produzcan banqueos a la aeronave. En vuelo recto y nivelado, el ángulo de banqueo suele ser cero.

Para el estudio de esta estabilidad, se debe tener en cuenta las contribuciones del ala y de la cola vertical; en donde la contribución de las alas depende principalmente de la interferencia ala-fuselaje (ubicación de las alas en el fuselaje) y ángulo de diedro y flechamiento de las alas. Esta contribución se puede determinar mediante la siguiente ecuación, la cual es para alas rectangulares y cuerda constante como lo es el “STOL CH 750”:

$$(C_{l\beta})_w = - \frac{a_o \Gamma}{4}$$

$$(C_{l\beta})_w = 0$$

El anterior resultado es debido básicamente a que en la configuración de las alas del “STOL CH 750” no cuenta con diedro, por lo que hace que esa contribución sea cero. Por otra parte, la contribución de la cola vertical depende básicamente de la cola vertical de la aeronave, ya que, al igual que en la estabilidad estática direccional, la contribución de la cola horizontal es muy pequeña y se puede ignorar. Siendo así, la contribución de la cola vertical a la estabilidad lateral, suele estabilizar a la aeronave y está definida por:

$$(C_{l\beta})_v = -ka_v \left(1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \eta_v \left(\frac{S_v}{S}\right) \left(\frac{z_v \cos \alpha - l_v \sin \alpha}{b}\right)$$

$$a_v = 0,1166$$

$$\left(1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \eta_v = 1,1555$$

$$(C_{l\beta})_v = -0,0021$$

La estabilidad total estática lateral, es la suma de cada una de las contribuciones que esta tiene, por lo tanto es:

$$C_{l\beta} = (C_{l\beta})_w + (C_{l\beta})_v$$

$$C_{l\beta} = -0,0021$$

Para que una aeronave sea estable lateralmente,  $C_{l\beta}$  debe ser menor a cero, por lo tanto, se tiene que la aeronave “STOL CH 750” es lateralmente estable al ser  $C_{l\beta}$  negativo.

### **Control lateral:**

En cuanto al control lateral, los alerones son los dispositivos principales de rollo de la aeronave, estos son unos pequeños “flaps” ubicados en cada una de las alas, los cuales se mueven diferencialmente (uno hacia arriba y el otro hacia abajo) para controlar el rollo. Se puede asumir que  $\delta_a$  es positivo cuando el alerón derecho es deflectado hacia abajo y el izquierdo hacia arriba esto causa un momento de rollo  $C_{l\delta a}$  el cual debe ser negativo y está definido por:

$$C_{l,M} = \frac{L}{qSb}$$

$$C_{l,M} = 0$$

El anterior resultado se debe a que en la aeronave STOL CH 750, no cuenta con flechamiento en el ala, por ende, el momento total de rollo, al ir en función de la tangente de dicho ángulo de flechamiento, hace que automáticamente el valor sea cero.

$$L = -\rho V_o^2 \alpha \beta \cos^2 \Lambda \tan \Lambda \int_0^{\frac{b}{2} \sec \Lambda} a_o c(y_h) y_h dy_h$$

Dicho lo anterior, se puede decir que la deflexión de los alerones de la aeronave STOL CH 750 igualmente sea cero al ir en función del coeficiente de momento del rollo de la aeronave.

$$C_{l\delta a} = \frac{\partial C_l}{\partial \alpha}$$

$$C_{l\delta a} = 0$$

## 4.2. DETERMINACIÓN DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA PARA LOS SEIS GRADOS DE LIBERTAD

Las derivativas pueden ser determinadas por métodos analíticos, semi-empíricos, computacionales (CFD) o de manera experimental.

Por un lado el método analítico se basa en las teorías clásicas aerodinámicas, aplicadas para alas y cuerpos, los métodos semi-empíricos que han sido desarrollados para evaluar la estabilidad y control de una aeronave para determinado interés, siendo “Datcom” una de las fuentes más usadas para estimar estas derivativas.

Por otro lado los métodos semi-empíricos de ingeniería facilitan estimaciones rápidas y rentables de estabilidad estática y dinámica las cuales pueden ser usadas para evaluar la capacidad de vuelo, estabilidad y control; también se pueden aplicar para el diseño de un control de vuelo o un sistema de dirección. La única desventaja es que este método es menos preciso a comparación del método de CFD, puesto que el método de CFD es capaz de estimar las derivativas estáticas y dinámicas de forma más precisa, pero dado que usar este método es muy dispendioso se suele usar para etapas finales de diseño. Y finalmente, los métodos experimentales para obtener las derivativas de estabilidad dinámica consisten en cualquier técnica de oscilación libre o forzada, en el que el modelo que se prueba se somete a oscilaciones tanto en “pitch”, “roll” y “yaw”. (15)

Siendo de esa manera para determinar las derivativas tanto longitudinales como lateral-direccionales, se empleará un método semi-empírico al utilizar la teoría y formulas del libro *“Performance, stability, dynamics, and control of airplanes”* de Bandu N. Pamadi.

### 4.2.1. Cálculo de las derivativas para la estabilidad longitudinal

Para la estimación de  $C_{L\alpha}$ , se puede decir que es la pendiente de la curva de sustentación de la aeronave.<sup>2</sup>

$$C_{L\alpha} = (C_{L\alpha})_{WB}$$

$$C_{L\alpha} = 1,2261$$

Donde  $C_{L\alpha}$  es la variación de “lift” que hay a lo largo del ala, una repuesta positiva establece que se está generando una sustentación continua.

Mientras que  $C_{m\alpha}$  es el coeficiente de la pendiente de la curva del momento de “pitch”.

$$C_{m\alpha} = (C_{m\alpha})_{WB}$$

$$C_{m\alpha} = -0,4108$$

---

<sup>2</sup> PAMADI, Bandu. Performance, Stability, Dynamics, and Control of Airplanes. p. 392

$C_{ma}$  Si el valor es negativo la aeronave tiende a tener un momento de “pitch” hacia abajo lo cual tiende a meter el morro o cabeza de la aeronave.<sup>3</sup>

En la estimación de  $C_{D\alpha}$  para un coeficiente de sustentación lineal,  $C_L = C_{L\alpha}\alpha$  y un arrastre polar cuadrático  $C_D = C_{D0} + kC_L^2$ , se expresa como:

$$C_{D\alpha} = 2k(C_{L\alpha})^2\alpha$$

$$C_{D\alpha} = 0,0123$$

$C_{Da}$  Indica la cantidad de arrastre polar, al arrojar este resultado se puede observar que la aeronave genera un “drag” bajo, lo cual hace que esta tenga un fácil avance en el fluido.<sup>4</sup>

Para la estimación de las derivativas  $C_{Du}$ ,  $C_{Lu}$  y  $C_{mu}$ , al estar en función de  $M \frac{\partial C_D}{\partial M}$ ,  $M \frac{\partial C_{L\alpha}}{\partial M}$  y  $M \frac{\partial C_{m\alpha}}{\partial M}$ , respectivamente y al ser  $M \leq 0,5$  hace que el otro término se vuelva cero, por lo tanto:

$$C_{Du} = 0$$

$$C_{Lu} = 0$$

$$C_{mu} = 0$$

$C_{Du}$ ,  $C_{Lu}$ ,  $C_{mu}$  Son cero, debido a que la velocidad es subsónica lo cual hace que el  $C_D$  sea prácticamente constante lo cual hace que estas tres derivativas sean cero, pero si esta llega a exceder Mach 0.5  $C_{Du}$ ,  $C_{Lu}$ ,  $C_{mu}$  no puede ser ignorada.<sup>5</sup>

$C_{Lq}$ , es una medida del efecto constante de la tasa de “pitch” en el coeficiente de sustentación, debido al movimiento de cabeceo y ángulo efectivo de ataque tanto en las superficies de fuselaje, alas y cola.<sup>6</sup>

*Figura 32: Representación de  $C_{Lq}$*



<sup>3</sup> Ibid., 392

<sup>4</sup> Ibid., 392

<sup>5</sup> Ibid., 393

<sup>6</sup> Ibid., 393

$$C_{Lq} = (C_{Lq})_{WB} + (C_{Lq})_t$$

$$C_{Lq} = 3,0343$$

$C_{mq}$ , es una medida del momento inducido de “pitch”, esta derivativa es la más importante en cuanto a las derivativas de estabilidad dinámica longitudinal se refiere.<sup>7</sup>

*Figura 33: Representación de  $C_{mq}$*



$$C_{mq} = (C_{mq})_{WB} + (C_{mq})_t$$

$$C_{mq} = -0,5186$$

$C_{mq}$  Se observa que la aeronave tiende a bajar el morro o volar con él en esta posición por lo cual se agrega o se usa este perfil invertido en la cola horizontal, para corregir la dirección de vuelo.

$C_{L\dot{\alpha}}$  y  $C_{m\dot{\alpha}}$ , son las derivativas de aceleración longitudinales. Por un lado  $C_{L\dot{\alpha}}$  es una medida de los efectos inestables del flujo de aire en el coeficiente de sustentación a medida que el ángulo de ataque varía. Por otro lado,  $C_{m\dot{\alpha}}$  es una medida del momento de cabeceo durante un lapso de tiempo, en el cual la aeronave experimenta cambios en el ángulo de ataque. En cada una de estas derivativas, la cola horizontal tiene la mayor contribución.<sup>8</sup>

$$C_{L\dot{\alpha}} = (C_{L\dot{\alpha}})_{WB} + (C_{L\dot{\alpha}})_t$$

$$(C_{L\dot{\alpha}})_{WB} = 0,3591$$

$$(C_{L\dot{\alpha}})_t = 0,1517$$

$$C_{L\dot{\alpha}} = 0,5108$$

$C_{L\dot{\alpha}}$  Indica la variación del fluido durante su paso por la aeronave, lo cual tiene un comportamiento positivo cuando el flujo atraviesa por esta, contribuyendo al “lift” de la aeronave.

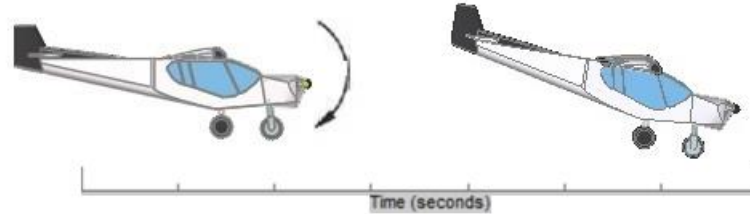
<sup>7</sup> Ibid., 397

<sup>8</sup> Ibid., 401-403

Figura 34: Representación de  $C_{L\dot{\alpha}}$



Figura 35: Representación de  $C_{m\dot{\alpha}}$



$$C_{m\dot{\alpha}} = (C_{m\dot{\alpha}})_{WB} + (C_{m\dot{\alpha}})_t$$

$$C_{m\dot{\alpha}} = -0,2806$$

Al ser  $C_{m\dot{\alpha}}$  negativo, indica que la aeronave experimenta un cambio en la tasa de momento de “pitch”, por lo cual, la aeronave tiende a hacer un cambio hacia abajo.

#### 4.2.2. Cálculo de las derivativas para la estabilidad lateral-direccional

La derivativa  $C_{yp}$ , es la medida de la fuerza lateral inducida debida a un cambio en el “roll” que la aeronave este experimentando. Debido a que las contribuciones del fuselaje y de la cola horizontal son muy pequeñas se pueden despreciar, siendo así, los mayores contribuyentes a esta derivativa son las alas y la cola vertical.<sup>9</sup>

Figura 36: Representación de  $C_{yp}$



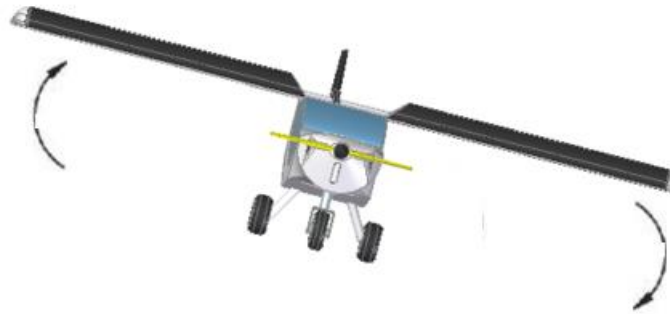
$$C_{yp} = (C_{yp})_W + (C_{yp})_V$$

<sup>9</sup> Ibid., 405

$$C_{yp} = -0,0799$$

$C_{lp}$ , es una medida del momento inducido de “roll” debido al cambio de “roll” experimentado por la aeronave; a lo que se conoce como derivativa de “damping-in-roll”. Esta derivativa es la más importante en cuanto a las derivativas lateral-direccionales. La mayor contribución para este derivativa viene por parte del ala y la cola vertical.<sup>10</sup>

*Figura 37: Representación de  $C_{lp}$*



$$C_{lp} = (C_{lp})_W + (C_{lp})_V$$

$$C_{lp} = -0,0240$$

$C_{np}$ , es una medida del momento inducido de “yaw” debido al “roll” que experimenta la aeronave, las contribuciones del fuselaje y la cola horizontal son muy bajas por lo que se pueden ignorar.<sup>11</sup>

---

<sup>10</sup> Ibid., 408

<sup>11</sup> Ibid., 413

Figura 38: Representación de  $C_{np}$

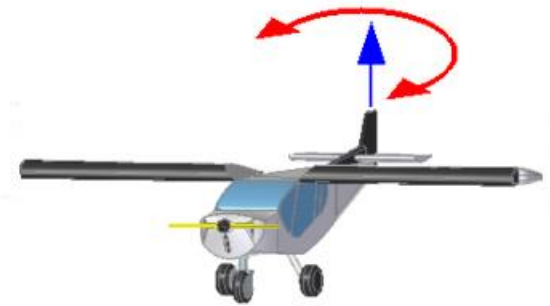


$$C_{np} = (C_{np})_W + (C_{np})_V$$

$$C_{np} = -0,0462$$

$C_{yr}$ , es la medida de una fuerza lateral inducida debida al cambio de “yaw” que experimenta la aeronave. En esta derivativa, sólo se tiene en cuenta la contribución de la cola vertical debido a que las contribuciones del fuselaje, alas y la cola horizontal son muy pequeñas por lo tanto se pueden ignorar.<sup>12</sup>

Figura 39: Representación de  $C_{yr}$



$$(C_{yr})_V = -\frac{2}{b}(l_v \cos \alpha + z_v \sin \alpha)C_{y\beta,V}$$

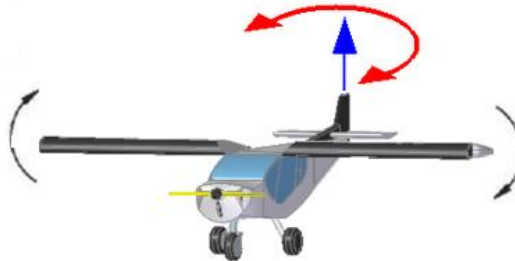
$$(C_{yr})_V = 0,0120$$

---

<sup>12</sup> Ibid., 415

La derivativa de  $C_{lr}$ , es la medida del momento de “roll” inducido, producido por el cambio de “yaw” que este experimentando la aeronave. Las mayores contribuciones para esta derivativa, vienen por parte del ala y de la cola vertical. <sup>13</sup>

*Figura 40: Representación de  $C_{lr}$*

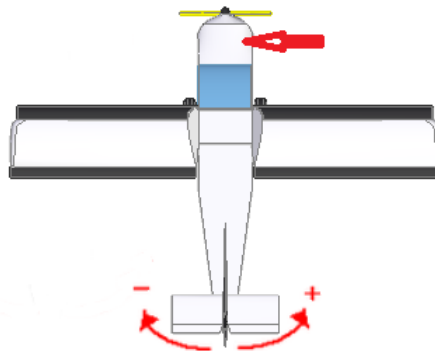


$$C_{lr} = (C_{lr})_W + (C_{lr})_V$$

$$C_{lr} = 0,0972$$

$C_{nr}$ , es la medida del momento inducido de “yaw” debido al cambio de guiño que experimente la aeronave. Esta derivativa se conoce como “damping-in-yaw”. Esta derivativa es una de las más importantes en cuanto a estabilidad dinámica lateral-direccional. <sup>14</sup>

*Figura 41: Representación de  $C_{nr}$*



$$C_{nr} = (C_{nr})_W + (C_{nr})_V$$

$$C_{nr} = -0,0179$$

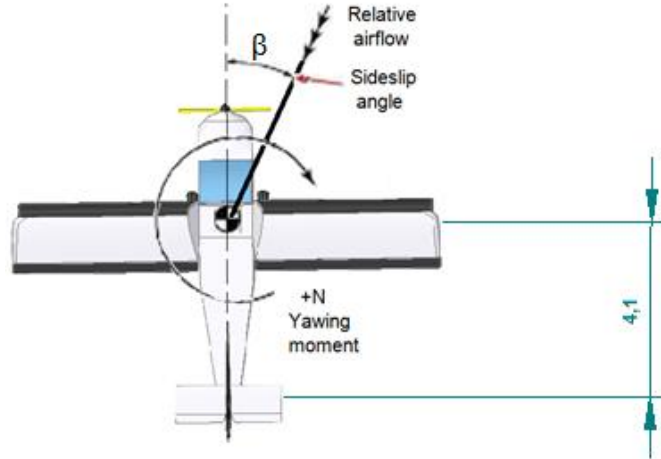
Para el caso de las derivativas de aceleración laterales-longitudinales se encuentran  $(C_{y\dot{\beta}})_V$ ,  $(C_{l\dot{\beta}})_V$  y  $(C_{n\dot{\beta}})_V$ . La primera derivativa de aceleración es debido a los efectos del cambio de “sideslip” en un rango de tiempo; esta

<sup>13</sup> Ibid., 415

<sup>14</sup> Ibid., 417

derivativa va en función de la variación del “sidewash” respecto al ángulo de ataque ( $\sigma_{\beta\alpha}$ ), la influencia del ángulo diedro respecto al “sidewash” ( $\sigma_{\beta\Gamma}$ ) y la interferencia del “wing-body” en el efecto del “sidewash” ( $\sigma_{\beta,WB}$ ).<sup>15</sup>

Figura 42: Representación  $(C_{y\dot{\beta}})_V$



$$(C_{l\dot{\beta}})_V = 2a_v\sigma_{\beta}\left(\frac{S_v}{S}\right)\left[\frac{l_v \cos \alpha + z_v \sin \alpha}{b}\right]$$

$$(C_{y\dot{\beta}})_V = 6,8121 \times 10^{-4}$$

Las otras dos derivativas lateral-direccional de aceleración, van en función de  $(C_{y\dot{\beta}})_V$ , para ambas, en velocidades subsónicas la contribución es debida a la contribución de la cola vertical.<sup>16</sup>

$$(C_{l\dot{\beta}})_V = (C_{y\dot{\beta}})_V \left[ \frac{z_v \cos \alpha - l_v \sin \alpha}{b} \right]$$

$$(C_{l\dot{\beta}})_V = 8,8870 \times 10^{-5}$$

$$(C_{n\dot{\beta}})_V = (C_{y\dot{\beta}})_V \left[ \frac{l_v \cos \alpha + z_v \sin \alpha}{b} \right]$$

$$(C_{n\dot{\beta}})_V = -3,1371 \times 10^{-4}$$

<sup>15</sup> Ibid., 419

<sup>16</sup> Ibid., 422

### 4.2.3. Cálculo de la respuesta longitudinal

Para determinar la respuesta longitudinal de la aeronave STOL CH 750, se debe emplear la ecuación del “state-space”, con la cual al resolverla mediante MATLAB, será posible obtener la función de transferencia correspondiente a dicho eje.

$$\dot{X} = AX + BU$$

Donde los valores de  $A$  y  $B$  dependen de una matriz de  $4 \times 4$  y  $4 \times 1$ , respectivamente.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

Los valores de  $a$  están en función de algunas derivativas longitudinales como  $C_{xu}$ ,  $C_{zu}$ ,  $C_{x\alpha}$ ,  $C_{z\alpha}$ ,  $C_{xq}$ ,  $C_{zq}$ ,  $C_{x\theta}$ ,  $C_{z\theta}$ ,  $C_{mq}$  y  $C_{z\dot{\alpha}}$ , los cuales ya fueron hallados en la sección 4.2.1; mientras que los valores de  $b$  dependen de los coeficientes de deflexión  $C_{x\delta e}$ ,  $C_{z\delta e}$  y  $C_{m\delta e}$  del elevador de la cola horizontal. Al resolver las ecuaciones correspondientes, se obtuvieron las siguientes matrices:

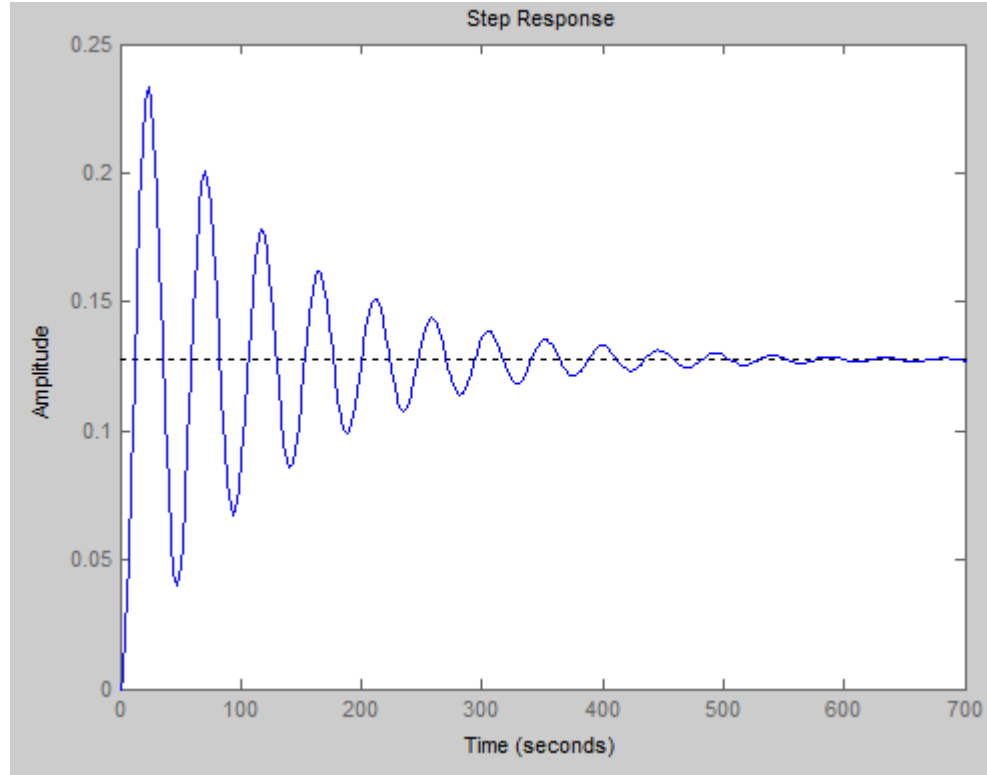
$$A = \begin{bmatrix} -0,0246 & 0,0908 & 0 & -0,0946 \\ -0,1892 & -0,416 & 0,9781 & -0,0064 \\ 0,0087 & -3,576 & -0,1302 & 0,0002 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,0766 \\ -0,3694 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por medio de MATLAB y la función  $ss$ , es posible determinar el “state-space” para posteriormente determinar el numerador y denominador de la función de transferencia por medio del comando  $ss2tf$ , los cuáles serán los valores de la función de transferencia de la respuesta longitudinal de la aeronave. La función de transferencia que se obtuvo es de cuarto orden y es la siguiente:

$$\frac{0,0013 s^2 + 0,0006 s + 0,0081}{s^4 + 0,5712 s^3 + 3,583 s^2 + 0,0665 s + 0,0638}$$

Obteniendo la siguiente respuesta en el tiempo:

Figura 43: Respuesta longitudinal en el tiempo



En donde se observa que la aeronave STOL CH 750 aunque es estable, tarda aproximadamente 500 segundos sin ningún tipo de controlador PID para volver a su posición inicial una vez es perturbada, siendo esta una respuesta sub-amortiguada.

#### 4.2.4. Cálculo de la función de transferencia para un “short period”

El “short period” es fuertemente amortiguado y con una alta frecuencia, en donde el movimiento oscilatorio tarda menos de diez segundos durante los cuales el ángulo de ataque y el ángulo y tasa de “pitch” variaran rápidamente. (15)

Para el cálculo de la función de transferencia para el “short period” se debe establecer una matriz  $A_{sp}$  de  $3 \times 3$  y una matriz  $B_{sp}$  de  $3 \times 1$ . (2)

$$A_{sp} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad B_{sp} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

En este caso al ser un vuelo en equilibrio, se puede asumir a  $\theta_0 = 0$  lo que hace que  $C_{z\theta} \cong 0$ ,  $a_{13} = 0$  y  $a_{23} = 0$ . Reduciendo las matrices  $A_{sp}$  y  $B_{sp}$  a  $2 \times 2$  y  $2 \times 1$ , respectivamente.

$$A_{sp} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad B_{sp} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Una vez se cuenta con los valores correspondientes de  $a$  y  $b$ , se construye las matrices, obteniendo lo siguiente:

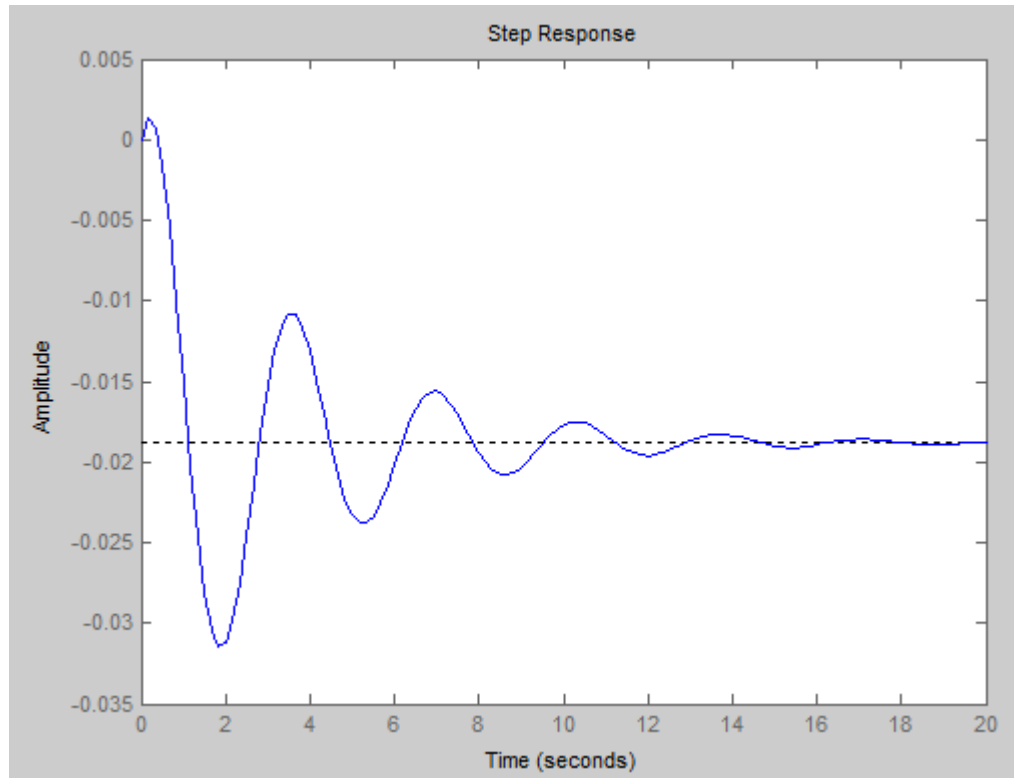
$$A_{sp} = \begin{bmatrix} -0,4164 & 0,9780 \\ -3,5763 & -0,1301 \end{bmatrix} \quad B_{sp} = \begin{bmatrix} 0,0766 \\ -0,3693 \end{bmatrix}$$

Igualmente, usando MATLAB y por medio de la función  $ss$ , se obtiene el “state-space” del “short period” con lo que posteriormente por medio de la función  $ss2tf$  se obtiene la función de transferencia. En este caso, dicha función es de segundo orden:

$$\frac{0,0145 s - 0,0667}{s^2 + 0,5466 s + 3,552}$$

La respuesta en el tiempo que se obtuvo en este caso, fue la siguiente:

*Figura 44: Respuesta en el tiempo del “Short Period”*



En donde se observa que la aeronave se estabiliza en aproximadamente 12 segundos e igualmente tiene una respuesta sub-amortiguada.

#### 4.2.5. Aproximación de la función de transferencia para un “phugoid”

El movimiento en el “phugoid” es muy lento, por lo tanto la aceleración del “pitch” se puede ignorar al igual que el momento de “pitch”. Por lo tanto las matrices en este caso serán  $A_{ph}$  de  $2 \times 2$  y  $B_{ph}$  de  $2 \times 1$ . En donde los valores de  $a$  irán en función de  $C_{xu}$ ,  $C_{zu}$ ,  $C_{x\theta}$ ,  $C_{z\theta}$ ,  $C_{zq}$ .

$$A_{ph} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad B_{ph} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Donde después de resolver los valores de  $a$  y  $b$ , se obtienen las siguientes matrices:

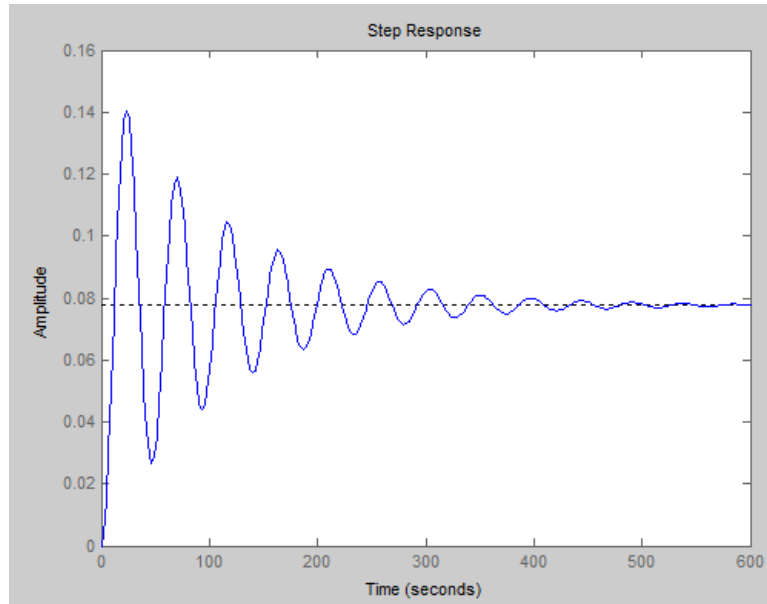
$$A_{ph} = \begin{bmatrix} -0,0246 & -0,0946 \\ 0,1934 & 0,0065 \end{bmatrix} \quad B_{sp} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0783 \end{bmatrix}$$

Para después aplicar el mismo procedimiento en MATLAB, de emplear la función `ss` para obtener el “state-space” y posteriormente usar la función `ss2tf` para convertir el “state-space” a la función de transferencia del “phugoid”, la cual es igualmente de segundo orden:

$$\frac{0,00141}{s^2 + 0,01801 s + 0,0181}$$

La respuesta en el tiempo que se obtuvo del “phugoid” al igual que la anteriores es posee una respuesta sub-amortiguada. Donde se observa que la aeronave regresa a su posición inicial en aproximadamente 450 segundos sin ningún tipo de controlador PID.

*Figura 45: Respuesta en el tiempo del “Phugoid”*



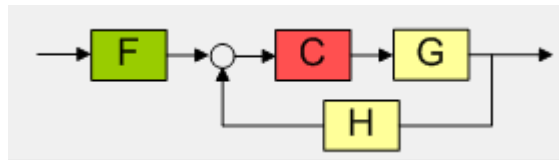
### 4.3. DETERMINACIÓN DE LA ESTABILIDAD DINÁMICA DE LA AERONAVE MEDIANTE EL DIAGRAMA “ROOT-LOCUS”

#### 4.3.1. Diseño de un sistema de estabilización del “pitch”

El diseño de estabilización de “pitch” se desarrolló en el módulo SISOTOOL (Single Input – Single Output) de MATLAB. Este módulo permite el análisis de un sistema de control “closed-loop” con una única entrada y salida, como es el caso de la respuesta longitudinal de la aeronave STOL CH 750.

Donde en primer lugar se debe seleccionar la arquitectura de control del sistema e importar los datos del sistema a la arquitectura. En este caso la arquitectura que se seleccionó es la siguiente:

*Figura 46: Arquitectura del sistema en SISOTOOL*



Esta arquitectura incluye dos compensadores, uno en la parte delantera del sistema y otro en el sistema de “feedback” e igualmente incluye un controlador en la parte delantera.

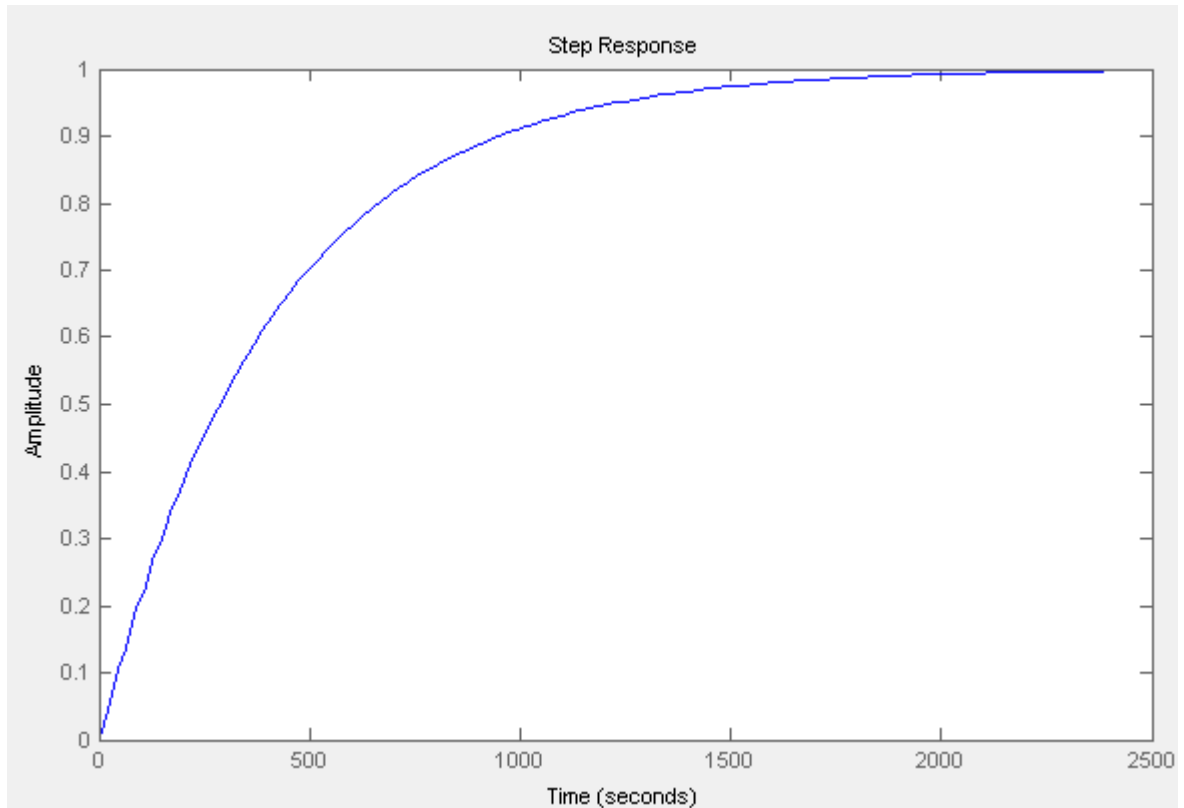
El módulo  $G$  contiene la ecuación de “state-space” del sistema longitudinal de la aeronave y el compensador  $C$ , se determina mediante el método de control PID. Un circuito PID posee tres ganancias P, I y D, donde de cada una de estas ganancias se refiere a un distinto parámetro; donde P (“Proportional”) se refiere a la ganancia que actúa sobre la diferencia entre el valor deseado y el valor actual del sistema que se desea controlar, su ganancia se conoce como  $K_p$ ; la ganancia I (“Integral”) es aquella que actúa en la sumatoria de todos los errores desde que empieza el “feedback” esta ganancia se conoce como  $K_i$  y finalmente la ganancia D (“Differential”) hace referencia a la ganancia que actúa en la tasa de cambio del error y su ganancia se conoce como  $K_D$ . (20)

Por lo tanto para sintonizar el PID, se empleó el método “Robust response time” con un controlador tipo PID y un modo de diseño automático. Obteniendo el siguiente valor mediante MATLAB – SISOTOOL:

$$C = 0,019008 \times \frac{1}{s}$$

Con ese tipo de arquitectura y valores importados se obtiene la siguiente respuesta en el tiempo:

*Figura 47: Respuesta longitudinal en el tiempo con controlador PID y con el método “Robust response time”*



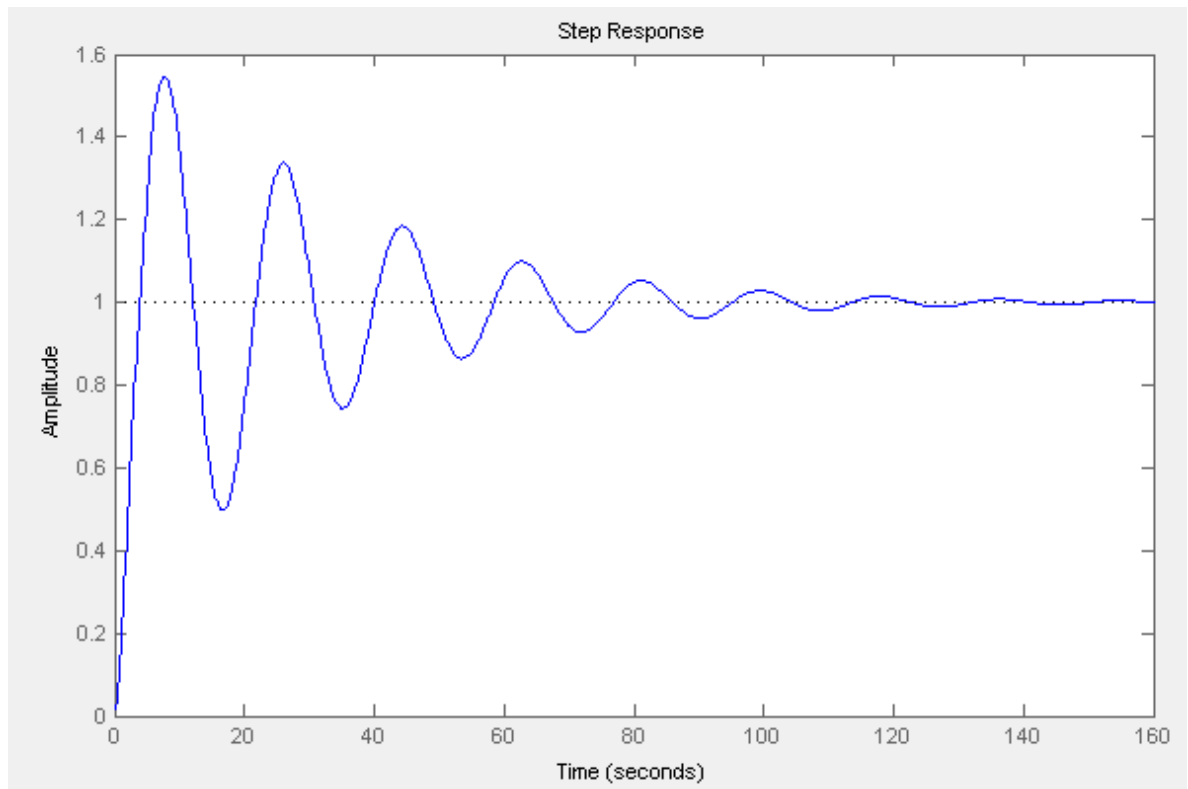
Donde se observa que con el uso del PID la aeronave regresa a una posición estable más rápido que sin él y el sistema posee un tiempo de respuesta sobre-amortiguado. (Ver figura 47).

Si se hubiera empleado el método “Classical design formulas”, igualmente con un tipo de controlador PID sólo que esta vez empleando la fórmula de “Ziegler-Nichols frequency response”, se obtendría el valor del compensador  $C$ .

$$C = 6,6448 \times \frac{(1 + 7s + 3,5s^2)}{s}$$

En este caso, el tiempo de respuesta longitudinal con el controlador PID es sub-amortiguado y alcanzando su posición estable en aproximadamente en 110 segundos. Como se observa a continuación:

*Figura 48: Respuesta longitudinal en el tiempo con controlador PID y con el método “Classical design formulas”*



Donde se observa que el tiempo de respuesta es más rápido que sin el controlador PID, pero con más amortiguaciones que el método “Robust response time”. Por lo tanto, el método más apropiado para la respuesta longitudinal de la aeronave STOL CH 750, es el “Robust response time”.

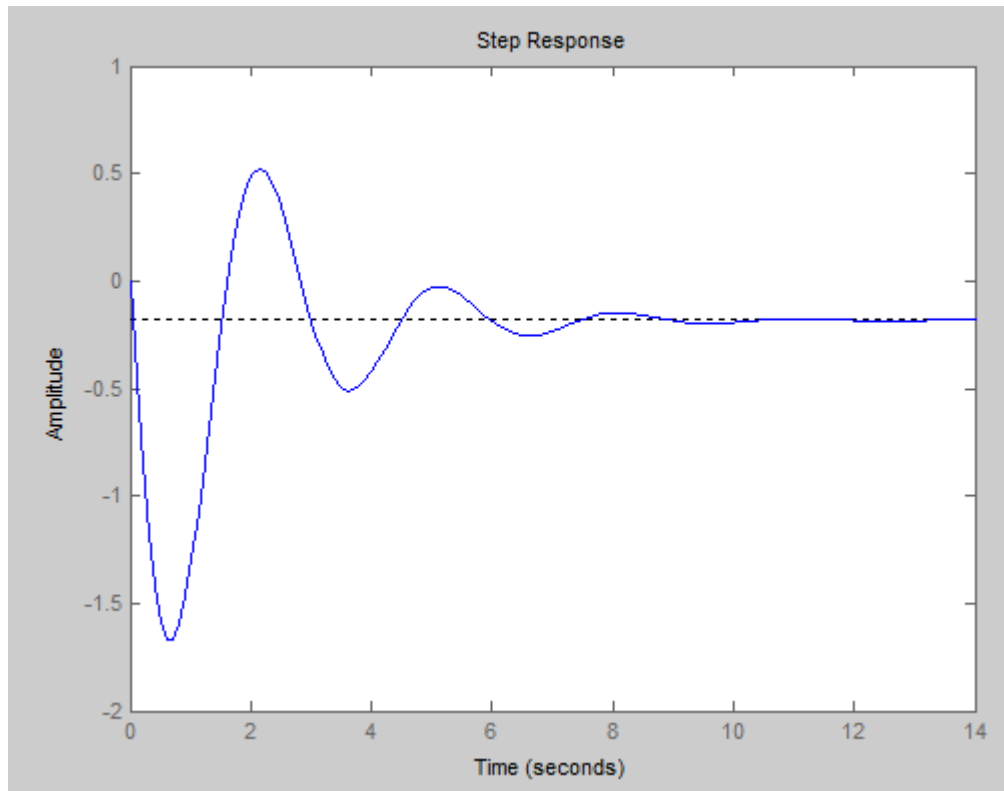
#### **4.3.2. Diseño del sistema de “yaw damper”**

De la misma manera que en el diseño del sistema de estabilización de “pitch”, el diseño de “yaw damper” se realizó en el módulo SISOTOOL de MATLAB. Para este caso se seleccionó la misma arquitectura que en el caso anterior, pero en el ingreso de datos el valor de  $G$  es la función de transferencia del “yaw damper”, la cual es:

$$G(s) = \frac{-(0,1582s + 0,0294)}{0,0340s^2 + 0,0347s + 0,1613}$$

Con la cual el tiempo de respuesta que se obtiene es:

*Figura 49: Tiempo de respuesta de “yaw damper”*



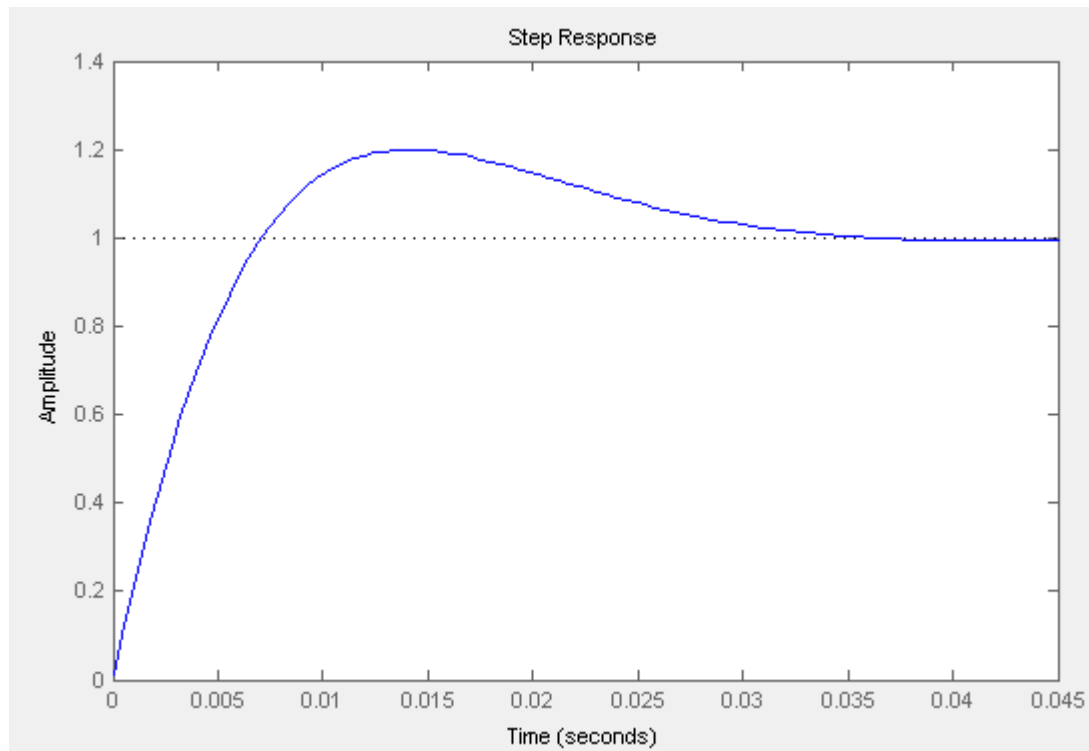
Donde la aeronave después de ser perturbada, tarda 8 segundos en regresar a su posición estable, donde se observa un tiempo de respuesta sub-amortiguado.

Para determinar el valor correspondiente al compensador  $C$  para sintonizar el PID correctamente se empleó el método “classical design formulas” con el tipo de controlador PID y con la fórmula de “Ziegler-Nichols step response”, con lo que se obtuvo el valor del compensador  $C$ .

$$C = -5271 \times \frac{(1 + 0,0092s)}{s}$$

Obteniendo la siguiente respuesta en el tiempo con el PID:

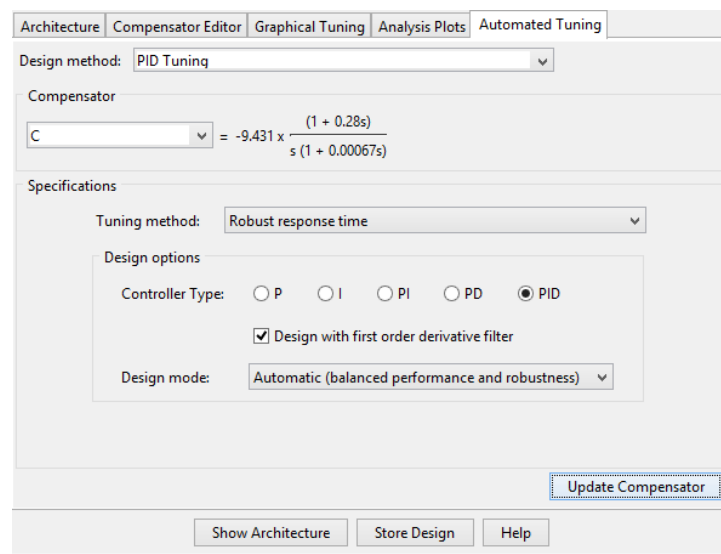
Figura 50: Tiempo de respuesta de “yaw damper” con el controlador PID y método “classical design”



Donde se observa que el tiempo de respuesta disminuyó a 0,032 segundos.

De la misma manera se optó por este método ya que al usar el de “robust response time” y con un modo de diseño automático, se obtuvo un valor de  $C$  de:

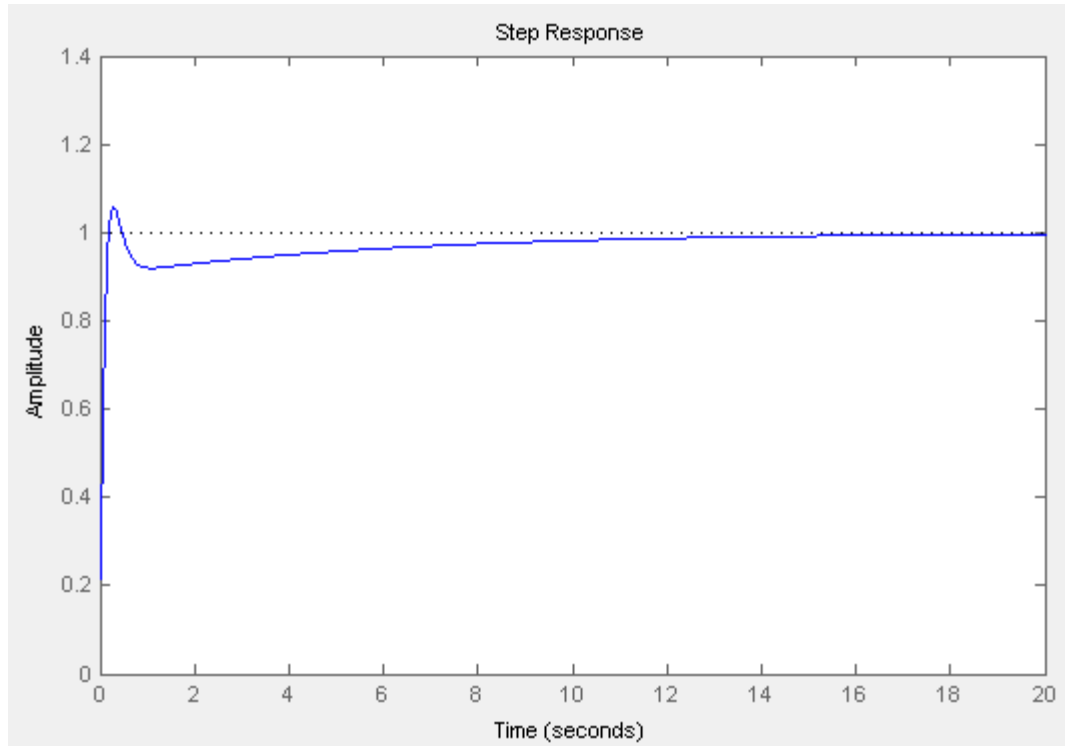
Figura 51: Desarrollo de “yaw damper” en SISOTOOL



$$C = -9,431 \times \frac{(1 + 0,28s)}{s(1 + 0,00067s)}$$

Dando una respuesta en el tiempo con el PID mucho mayor al otro método pero con una amplitud menor, como se observa a continuación:

*Figura 52: Tiempo de respuesta de “yaw damper” con el controlador PID y método “robust response time”*



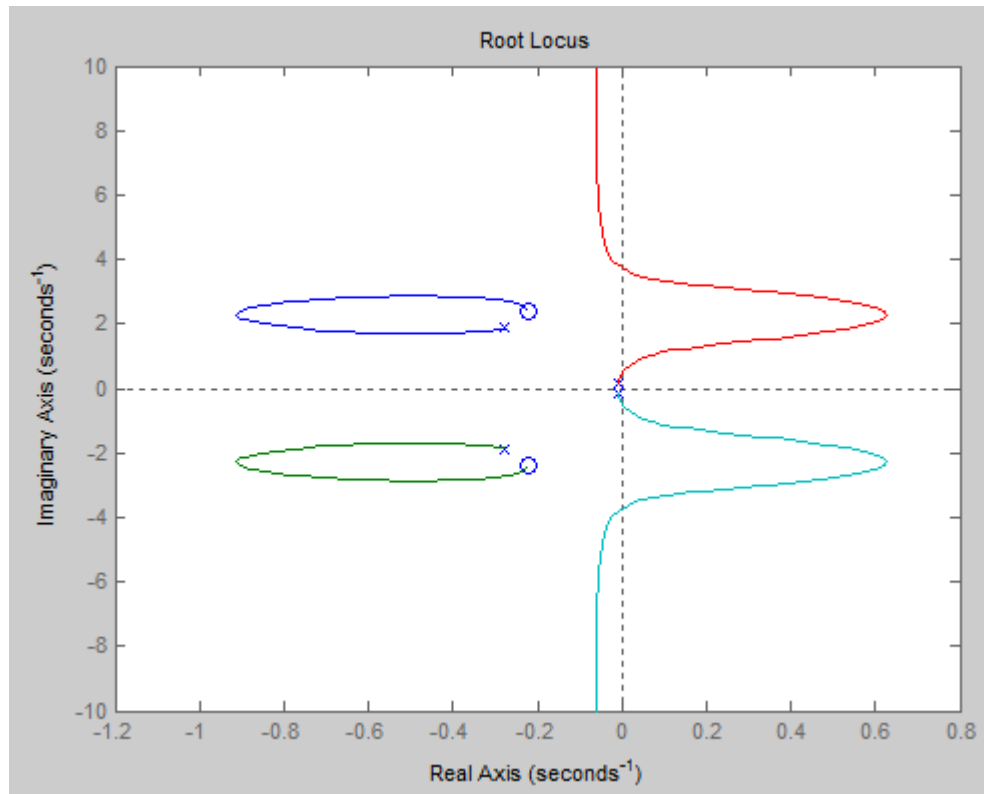
#### 4.3.3. Representación del diagrama “Root-Locus”

Por medio del diagrama “Root-Locus” es posible conocer la naturaleza de una respuesta transitoria y la estabilidad de un sistema de control “closed-loop” sin determinar los polos de la ecuación característica del “closed-loop”. (15)

Para obtener la representación del diagrama “Root-Locus” se empleó el software MATLAB, en el cual, por medio de la función *rlocus* se puede obtener. Para lograr el diagrama se debe contar primero con la función de transferencia de la respuesta longitudinal de la aeronave, a la cual se le va a aplicar el comando *rlocus*.

En el caso de la aeronave STOL CH 750, la representación del diagrama “Root-Locus” que se obtuvo se puede observar a continuación:

Figura 53: Representación del diagrama “Root-Locus”



En donde se observa que el diagrama cuenta con cuatro polos, los cuales son los “eigenvalues” o  $\lambda$  del sistema “closed-loop”. Para determinar dichos “eigenvalues” se emplea MATLAB, en donde se aplica la función *eig* a la matriz *A* del “state-space” de la respuesta longitudinal; obteniendo los siguientes valores, los cuales representan las “x” del diagrama:

$$\lambda_{1,2} = -0,2776 \pm j1,8651$$

$$\lambda_{3,4} = -0,0079 \pm j0,1337$$

Debido a que ambas raíces complejas tienen partes negativas, se dice que la respuesta libre de la aeronave STOL CH 750 es de naturaleza estable.

Ya que consiste de dos movimientos oscilatorios, que están superpuestos uno al otro, siendo así, se considera igualmente al STOL CH 750 dinámicamente estable.

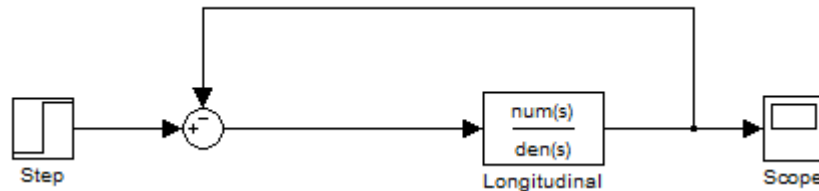
#### 4.4. DISEÑO DE FORMA PRELIMINAR EL SISTEMA DE CONTROL LONGITUDINAL Y LATERAL-DIRECCIONAL EN SIMULINK-MATLAB

##### 4.4.1. Respuesta del control “Closed-loop”

Mediante el uso del módulo SIMULINK de MATLAB, se diseñó el sistema de “closed loop” del control longitudinal de la aeronave STOL CH 750 (ver anexo D).

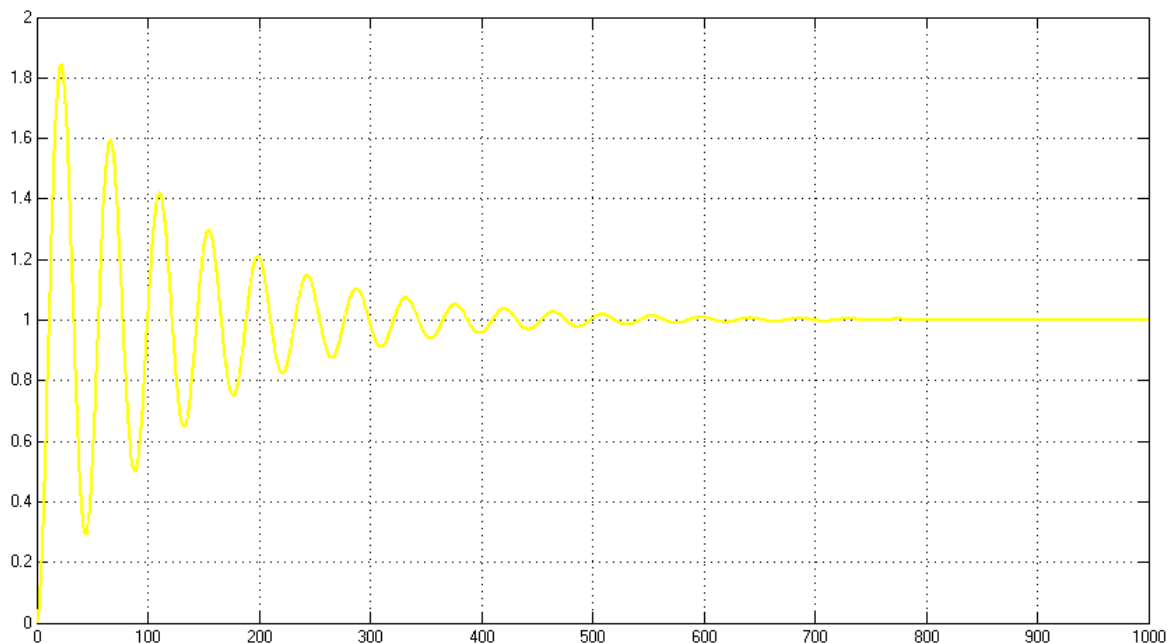
El diseño inicial cuenta con un “step”, que da la señal de salida al sistema, un bloque continuo de función de transferencia y un “scope” para ver el comportamiento en el tiempo de la función de transferencia correspondiente.

*Figura 54: Diseño del control “closed-loop” longitudinal*



Este diseño tiene una respuesta longitudinal en el tiempo, como se observa a continuación:

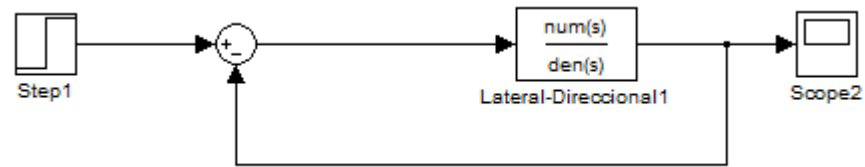
*Figura 55: Respuesta del control “closed-loop” longitudinal*



Donde se observa que la aeronave al ser perturbada tarda un gran tiempo en estabilizarse por sí sola. Lo que hace necesario el uso de un controlador PID.

Entre tanto, con la misma arquitectura con la que se diseñó el “closed-loop” del sistema longitudinal de la aeronave, se diseñó el “closed-loop” del sistema lateral-direccional, únicamente cambiando la función de transferencia que corresponde al movimiento lateral-direccional en el bloque; quedando de la siguiente manera:

*Figura 56: Diseño del control “closed-loop” lateral-direccional*



El diseño del “closed-loop” lateral-direccional, como se observa en la siguiente imagen, la aeronave STOL CH 750 se estabiliza por si solo en un lapso aproximado de 80 segundos, aunque inicialmente muestra varios sobresaltos o perturbaciones.

*Figura 57: Respuesta del control “closed-loop” lateral-direccional*

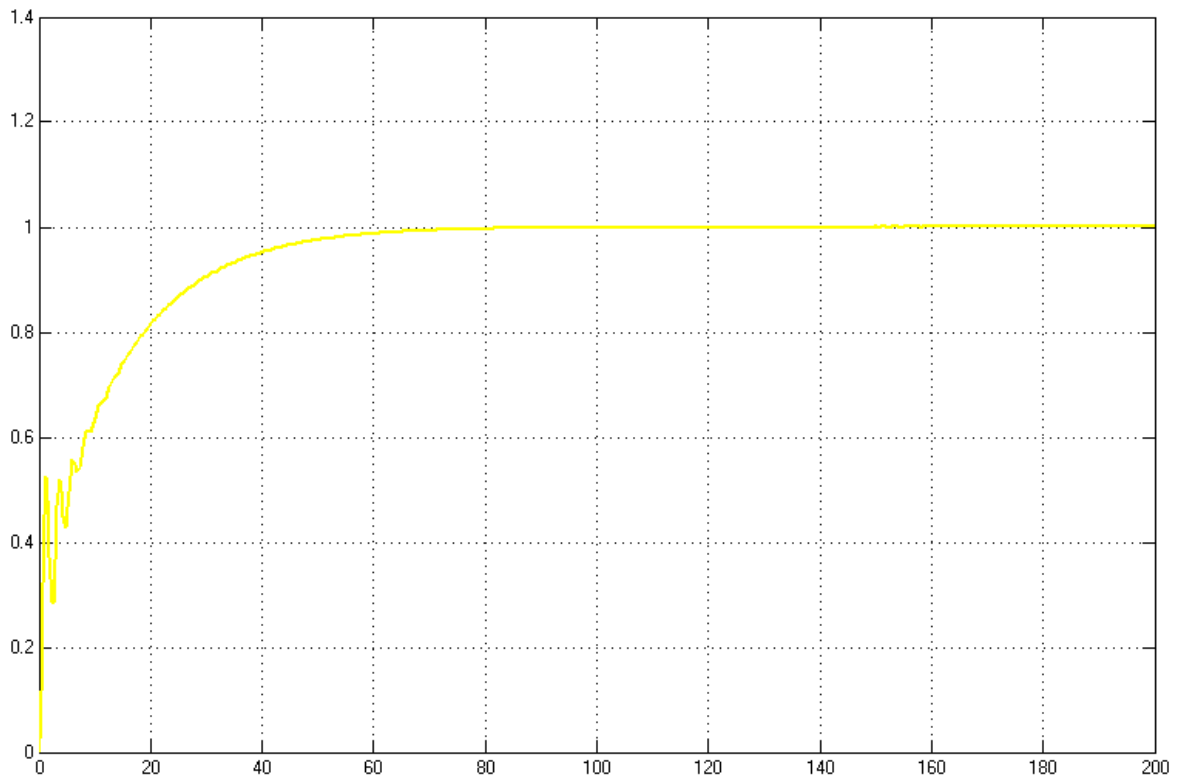
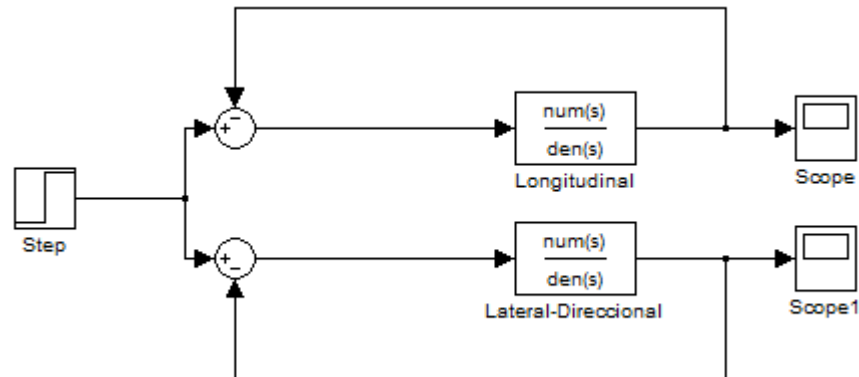


Figura 58: Diseño del control “closed-loop”



La anterior figura, es el diseño del “closed-loop” tanto longitudinal como lateral-direccional. Este cuenta con un bloque de “step” que reparte el impulso a los dos bloques de función de transferencia e igualmente cuenta con dos “scope” que muestran el comportamiento en el tiempo de cada una de las funciones de transferencia (figuras 31 y 33).

#### 4.4.2. Cálculo del desplazamiento del “pitch” del piloto automático con tasa de “pitch” retroalimentado

El diseño del piloto automático retroalimentado, consta básicamente del mismo “closed-loop” pero adicionalmente cuenta con un controlador PID, quien censa la señal del “closed-loop” y posteriormente corrige la señal.

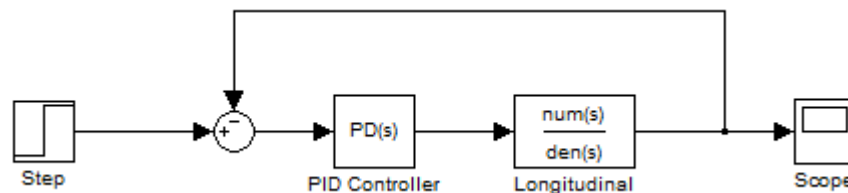
El tipo de controlador que se empleó en el control longitudinal es un PD, el cual, aunque no corrige los errores estabiliza a la aeronave. Este se auto-sintoniza para obtener los valores correspondientes a las ganancias de P, D y un coeficiente de filtro N, los cuales fueron los siguientes:

$$K_p = 25.5775577939444$$

$$K_d = 5.04477986926688$$

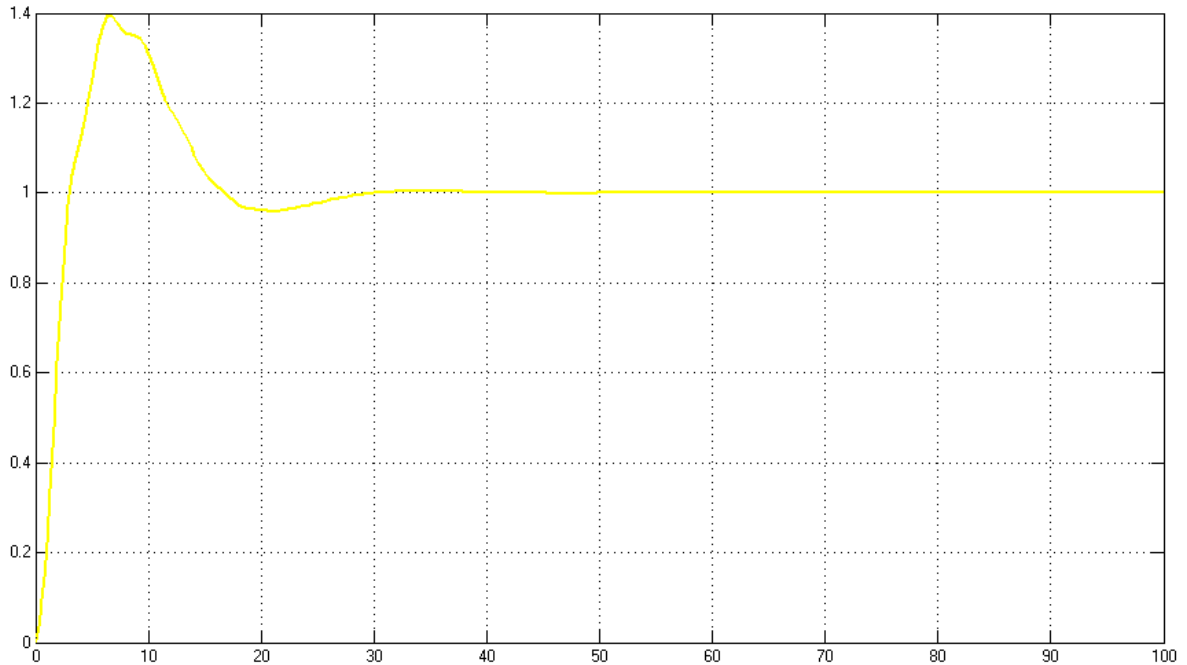
$$N = 4.7126098355026$$

Figura 59: Diseño del control longitudinal retroalimentado



Al sintonizar el controlador PD, se puede obtener la respuesta en el tiempo del sistema del control longitudinal retroalimentado. Donde se observa que la aeronave se estabiliza tras un lapso de tiempo de 40 segundos aproximadamente y adicionalmente tiene un “over-shoot” del 40%; como se observa a continuación.

*Figura 60: Respuesta del control longitudinal retroalimentado*



De igual manera, al “closed-loop” del control lateral-direccional, se le insertó un controlador PID que se encargue de corregir los sobresaltos que poseía el “closed-loop” por sí solo. Para lograr ese cometido, el controlador que se seleccionó es un PID, el cual al momento de auto-sintonizarse arroja los valores correspondientes a las ganancias de P, I, D y N; los cuales son los siguientes:

$$K_p = 2.1840999511501$$

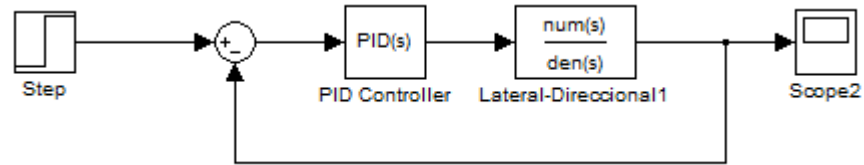
$$K_i = 0.0410050579628758$$

$$K_d = -12.2589815633175$$

$$N = 0.178163246259018$$

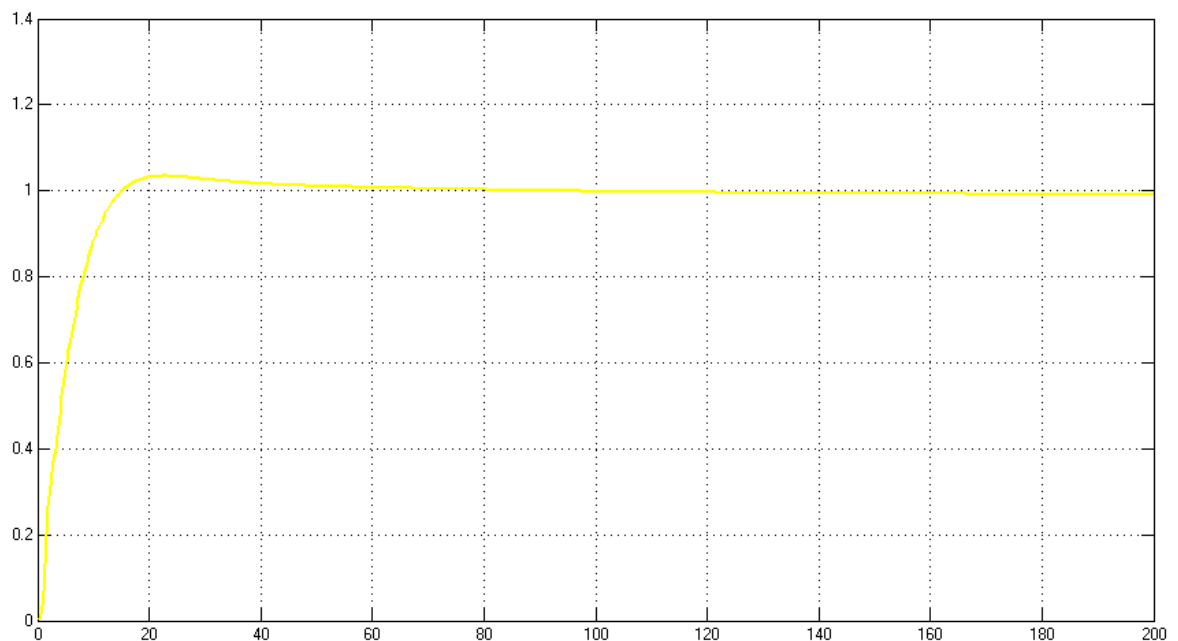
Siendo así, la arquitectura del sistema de control de piloto automático para el movimiento lateral-direccional, es la siguiente:

*Figura 61: Diseño del control lateral-direccional retroalimentado*



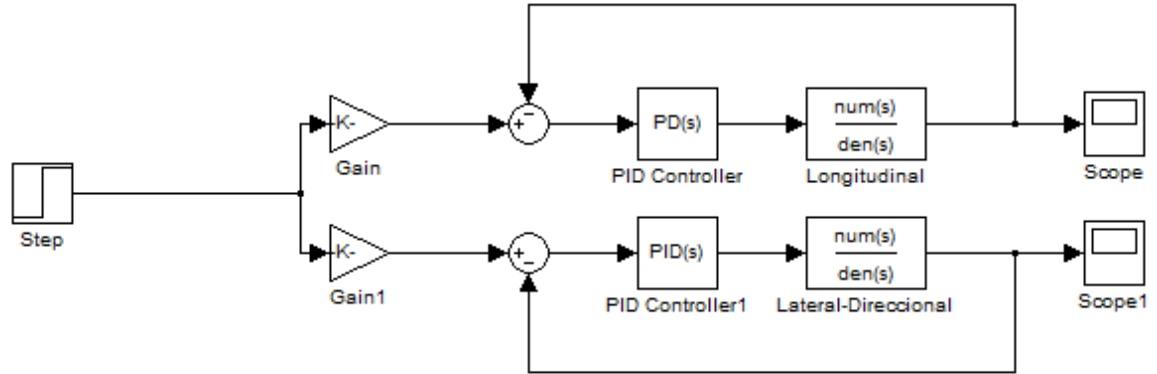
Este diseño, corrigió de manera satisfactoria los sobresaltos mencionados anteriormente, cuenta con un “over-shoot” del 3,4% y adicionalmente tarda un tiempo de aproximadamente 60 segundos en auto-estabilizarse; como se observa en la siguiente figura:

*Figura 62: Respuesta del control lateral-direccional retroalimentado*



Finalmente, el diseño del control del piloto automático tanto longitudinal como lateral-direccional, cuenta con la misma señal de salida para ambos sistemas, el respectivo controlador PD y PID y la respectiva función de transferencia longitudinal y lateral-direccional, como se observa en la siguiente imagen:

Figura 63: Sistema de control longitudinal y lateral-direccional



#### 4.4.3. Diseño del sistema de control de “Altitude Hold”

El diseño preliminar del sistema de la aeronave, se realizó por medio de SIMULINK (ver anexo E). Para llevar a cabo el diseño del piloto automático de la aeronave STOL CH 750 que se encargue de mantener una altura deseada por el piloto, se debe contar inicialmente con la función de transferencia  $G_q$ , la cual relaciona la dinámica de la aeronave con la deflexión de los elevadores, mediante los coeficientes del numerador y denominador de la función de transferencia del ángulo de “pitch”  $\left(\frac{\Delta\bar{\theta}(s)}{\Delta\bar{\delta}_e}\right)$ . Pasando de ser, de una función de transferencia de tercer orden, a una de segundo orden, como se puede observar a continuación:

$$\frac{\Delta\bar{\theta}(s)}{\Delta\bar{\delta}_e} = \frac{0,7204s^2 - 2,2960s}{0,3455s^3 + 0,1443s^2 + 1,242s}$$

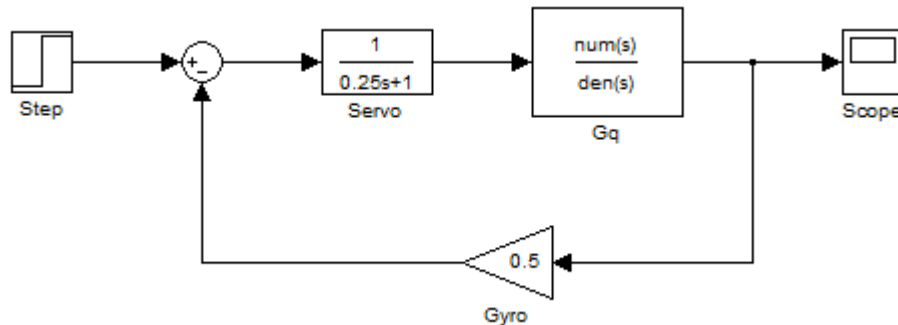
$$G_q = \frac{\bar{q}(s)}{\Delta\bar{\delta}_e(s)} = \frac{0,7204s + 2,2960}{0,3455s^2 + 0,1443s + 1,242}$$

Igualmente, se debe contar con la función de transferencia del servo del elevador de la aeronave. Dependiendo del tipo de actuador que se emplee, el  $T_{actuador}$  varía según la velocidad, donde,  $T_{actuador} = 0,25s$  para un actuador lento o  $T_{actuador} = 0,05s \sim 0,1s$  para un actuador hidráulico rápido. En este caso se empleó  $T_{actuador} = 0,25s$ . Por consiguiente, la función de transferencia del actuador de la aeronave STOL CH 750 es:

$$G(s) = \frac{1}{0,25s + 1}$$

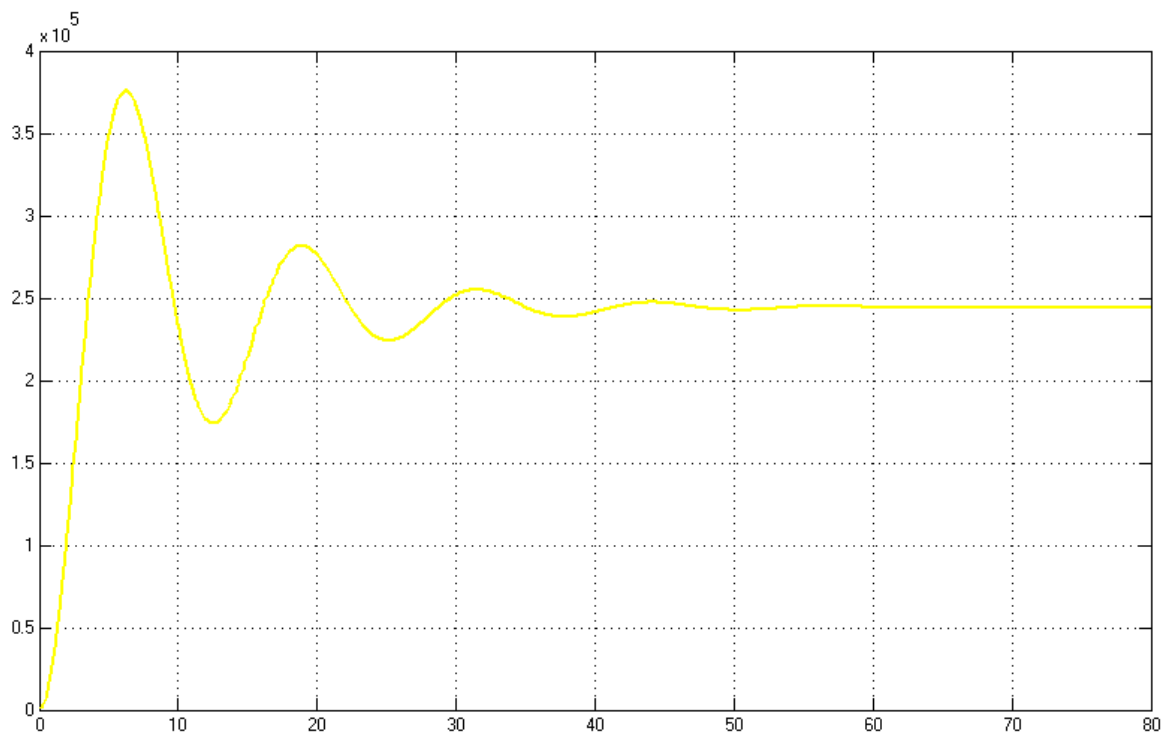
De esa manera, se puede empezar a diseñar el “inner loop” del “altitude hold” de la aeronave STOL CH 750, el cual, a parte de contener las funciones de transferencia mencionadas anteriormente, cuenta con un bloque de ganancia  $k$ , quien hace las veces del giróscopo de la aeronave censando el ángulo de “pitch” que tenga la aeronave en cualquier momento y de esa manera hacer las correcciones necesarias.

*Figura 64: “Inner Loop” del “altitude hold”*



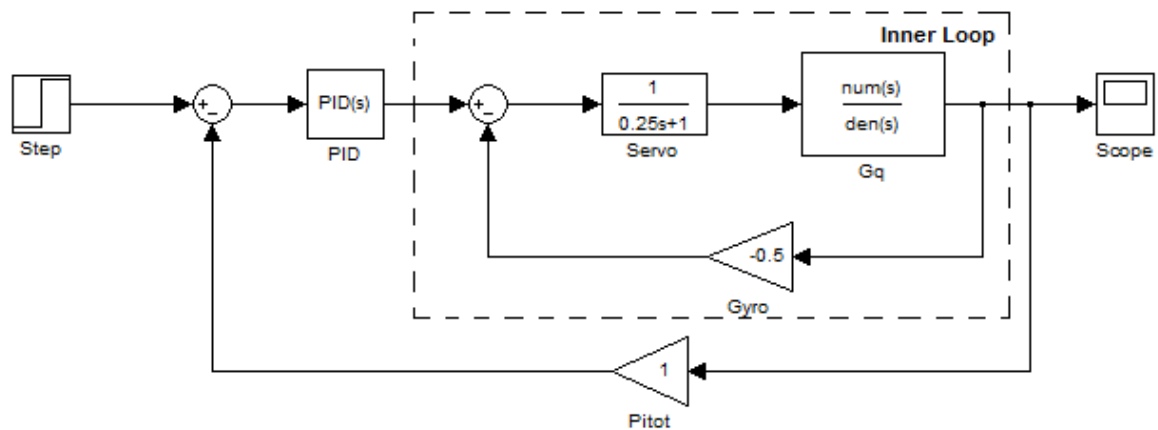
El “inner loop” tiene una respuesta de estabilización en 60 segundos, donde antes de llegar al punto de estabilización cuenta con cuatros sobresaltos y con un  $O_s$  del 53,3%

*Figura 65: Respuesta en el tiempo del “inner loop”*



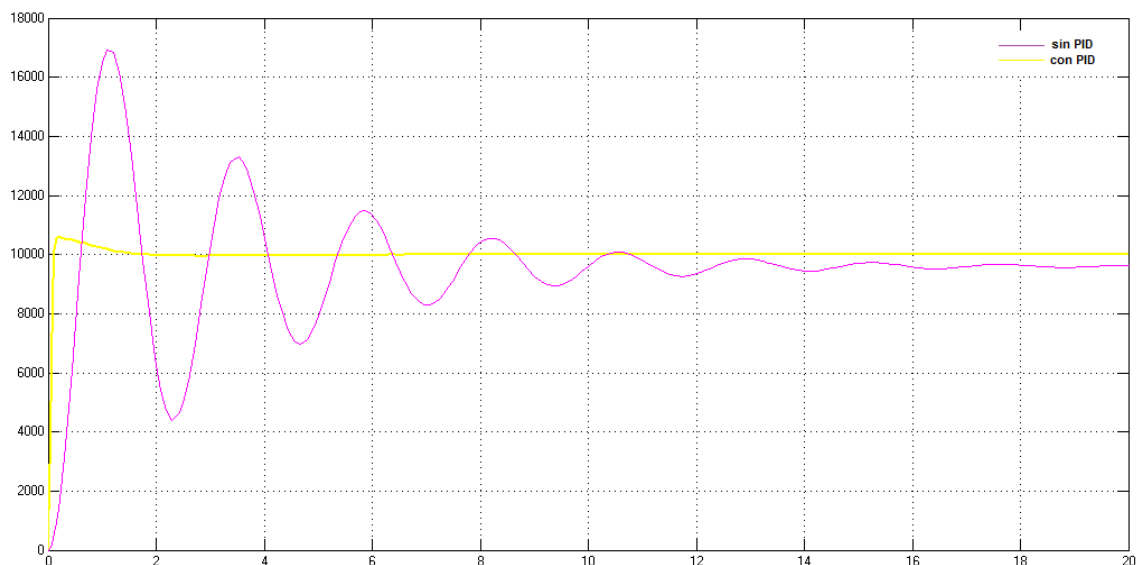
Una vez se cuenta con el “inner loop”, se procede al diseño del “outer loop”; para ello, se debe contar con otro bloque de ganancia  $k$ , el cual se encargara de ser el tubo pitot de la aeronave para de ese modo, censar la altura actual de vuelo. De esa manera el funcionamiento de este control de “altitude hold” del STOL CH 750, se basa en el censo del “inner loop” del ángulo de “pitch” de la aeronave, mientras que el “outer loop” censa la altura de vuelo; adicionalmente el control PID realiza las correcciones de error, disminuyendo así, los posibles sobresaltos y el  $O_s$ . Siendo así, el diseño final del “altitude hold” es el siguiente:

*Figura 66: Diseño final del “altitude hold”*



A continuación, se observa el comportamiento de la respuesta en el tiempo del sistema de control de “altitude hold” con y sin control PID de la aeronave STOL CH 750.

*Figura 67: Sistema de control de “altitude hold” con y sin PID*



Se puede observar que sin el controlador PID, la aeronave ascendería a 16.900 metros y descendería a 4.300 metros, posteriormente volvería a ascender hasta una altura de 13.000 metros y descendería hasta 6.960 metros, en donde volvería a ascender a 11.500 metros y descendería a 8.300 metros, manteniendo ese comportamiento ondulatorio durante aproximadamente 35 segundos hasta llegar a la altura deseada, la cual es 10.000 metros. Por el contrario, el comportamiento de la STOL CH 750 con el controlador PID es totalmente distinto, ya que para alcanzar la altura deseada de 10.000 metros, la aeronave asciende hasta 10.603 metros y posteriormente desciende hasta 9.950 metros para finalmente tras 12 segundos estabilizarse automáticamente en los 10.000 metros.

## 5. RESULTADOS

Los resultados obtenidos en cuanto a la estabilidad estática longitudinal, direccional y lateral de la aeronave STOL CH 750 se muestran en la siguiente tabla:

| EJE          | CONTRIBUCION             | RESULTADO      |
|--------------|--------------------------|----------------|
| LONGITUDINAL | $C_{mf}$                 | -0,0118        |
|              | $C_{mw}$                 | -0,0436        |
|              | $C_{L\alpha, WB}$        | 1,2261         |
|              | $C_{m,t}$                | 0,0037         |
|              | $C_{m_{CGW}}$            | 0,0121         |
|              | $\frac{d\alpha}{d\beta}$ | <b>-0,0376</b> |
| DIRECCIONAL  | $(C_{n\beta})_w$         | 0              |
|              | $(C_{n\beta})_{B(W)}$    | -0,0047        |
|              | $(C_{n\beta,V})_{fix}$   | 0,0058         |
|              | $(C_{n\beta})_{fix}$     | <b>0,0011</b>  |
| LATERAL      | $(C_{l\beta})_w$         | 0              |
|              | $(C_{l\beta})_V$         | -0,0021        |
|              | $C_{l\beta}$             | <b>-0,0021</b> |

Tabla 11: Resultados de la estabilidad estática de la aeronave STOL CH 750

Así mismo, los resultados que se obtuvieron de las derivativas de estabilidad de la aeronave en la fase de crucero, se muestran a continuación:

| DERIVATIVA          | RESULTADOS<br>MATLAB<br>( $rad^{-1}$ ) | RESULTADOS<br>AAA ( $rad^{-1}$ ) |
|---------------------|----------------------------------------|----------------------------------|
| $C_{L\alpha}$       | 1,2261                                 | 4,8076                           |
| $C_{m\alpha}$       | -0,4108                                | 1,1210                           |
| $C_{D\alpha}$       | 0,0123                                 | 219,7012                         |
| $C_{Du}$            | 0                                      | 0                                |
| $C_{Lu}$            | 0                                      | 0                                |
| $C_{mu}$            | 0                                      | 0,0035                           |
| $C_{Lq}$            | 3,0343                                 | 3,1121                           |
| $C_{mq}$            | -0,5186                                | -0,8644                          |
| $C_{L\dot{\alpha}}$ | 0,5108                                 | 0,8239                           |
| $C_{m\dot{\alpha}}$ | -0,2806                                | -1,5756                          |
| $C_{yp}$            | -0,0799                                | -0,0805                          |

|                    |                          |         |
|--------------------|--------------------------|---------|
| $C_{lp}$           | -0,0240                  | -0,0410 |
| $C_{np}$           | -0,0462                  | -0,0551 |
| $C_{yr}$           | 0,0120                   | 0,0152  |
| $C_{lr}$           | 0,0972                   | 0,1517  |
| $C_{nr}$           | -0,0179                  | -0,0107 |
| $C_{y\dot{\beta}}$ | $6,8121 \times 10^{-4}$  | 0,0015  |
| $C_{l\dot{\beta}}$ | $8,8870 \times 10^{-5}$  | 0,0003  |
| $C_{n\dot{\beta}}$ | $-3,1371 \times 10^{-4}$ | -0,0006 |

Tabla 12: Resultados de las derivativas de estabilidad de la aeronave STOL CH 750

El rango de las derivativas que se obtuvieron fueron comparadas con los datos que se encontraron en el libro “*Airplane flight dynamics and automatic flight controls*” de Jan Roskam, con la aeronave CESSNA 172, la cual es la más similar a la STOL CH 750, ya que es una aeronave monomotor, con planos altos y sin diedro (21). Encontrando que aquellas obtenidas mediante MATLAB son las más cercanas a las de la CESSNA 172. Como se puede evidenciar a continuación en la tabla 12:

| DERIVATIVA          | STOL CH 750              | CESSNA 172 |
|---------------------|--------------------------|------------|
| $C_{L\alpha}$       | 1,2261                   | 4,41       |
| $C_{m\alpha}$       | -0,4108                  | -0,613     |
| $C_{D\alpha}$       | 0,0123                   | 0,121      |
| $C_{Du}$            | 0                        | 0          |
| $C_{Lu}$            | 0                        | 0          |
| $C_{mu}$            | 0                        | 0          |
| $C_{Lq}$            | 3,0343                   | 3,9        |
| $C_{mq}$            | -0,5186                  | -0,216     |
| $C_{L\dot{\alpha}}$ | 0,5108                   | 1,7        |
| $C_{m\dot{\alpha}}$ | -0,2806                  | -0,126     |
| $C_{yp}$            | -0,0799                  | -0,075     |
| $C_{lp}$            | -0,0240                  | -0,484     |
| $C_{np}$            | -0,0462                  | -0,0278    |
| $C_{yr}$            | 0,0120                   | 0,214      |
| $C_{lr}$            | 0,0972                   | 0,0798     |
| $C_{nr}$            | -0,0179                  | -0,0937    |
| $C_{y\dot{\beta}}$  | $6,8121 \times 10^{-4}$  |            |
| $C_{l\dot{\beta}}$  | $8,8870 \times 10^{-5}$  |            |
| $C_{n\dot{\beta}}$  | $-3,1371 \times 10^{-4}$ |            |

Tabla 13: Comparación derivativas STOL CH 750 y CESSNA 172

Las funciones de transferencia que se obtuvieron para los seis grados de libertad de la aeronave “STOL CH 750”, se lograron mediante una programación realizada en MATLAB (ver anexo C). Obteniendo las siguientes funciones de transferencia:

### Funciones de transferencia longitudinales

**11.** Función de transferencia de la respuesta longitudinal:

$$G(s) = \frac{0,001392s^2 + 0,0006125s + 0,008146}{s^4 + 0,5712s^3 + 3,583s^2 + 0,0665s + 0,06384}$$

**12.** Función de transferencia del “Short-Period”

$$G(s) = \frac{0,01456s - 0,06675}{s^2 + 0,5466s + 3,552}$$

**13.** Función de transferencia del “Phugoid”

$$G(s) = \frac{0,00141}{s^2 + 0,01801s + 0,01815}$$

**14.** Función de transferencia del ángulo de “pitch”

$$\frac{\Delta\bar{\theta}(s)}{\Delta\bar{\delta}_e} = \frac{0,7204s^2 - 2,2960s}{0,3455s^3 + 0,1443s^2 + 1,242s}$$

**15.** Función de transferencia del ángulo de ataque

$$\frac{\Delta\bar{\alpha}(s)}{\Delta\bar{\delta}_e} = \frac{0,0265s^2 - 0,1264s + 0,000817}{0,3455s^3 + 0,1443s^2 + 1,242s}$$

### Funciones de transferencia lateral-direccional

**16.** Función de transferencia de la respuesta lateral-direccional

$$G(s) = \frac{0,0001465s^3 + 0,04104s^2 - 12,95s + 0,02525}{s^4 + 298,1s^3 + 142200s^2 + 895,9s + 0,7776}$$

**17.** Función de transferencia del “Roll Mode”

$$\frac{\Delta\bar{\phi}(s)}{\Delta\bar{\delta}_a(s)} = \frac{0,1342}{0,0046s^2 + 0,0387s}$$

$$\frac{\Delta\bar{\phi}(s)}{\Delta\bar{\delta}_r(s)} = \frac{0,0118}{0,0046s^2 + 0,0387s}$$

**18. Función de transferencia del “Dutch-Roll”**

$$\frac{\Delta\bar{\beta}(s)}{\Delta\bar{\delta}_a(s)} = \frac{0,0076s}{0,034s^3 + 0,0347s^2 + 0,1613s}$$

$$\frac{\Delta\bar{\psi}(s)}{\Delta\bar{\delta}_r(s)} = \frac{-0,1582s - 0,0294}{0,034s^2 + 0,0347s + 0,1613}$$

$$\frac{\Delta\bar{\psi}(s)}{\Delta\bar{\delta}_a(s)} = \frac{-0,0076s - 0,002}{0,034s^3 + 0,0347s^2 + 0,1613s}$$

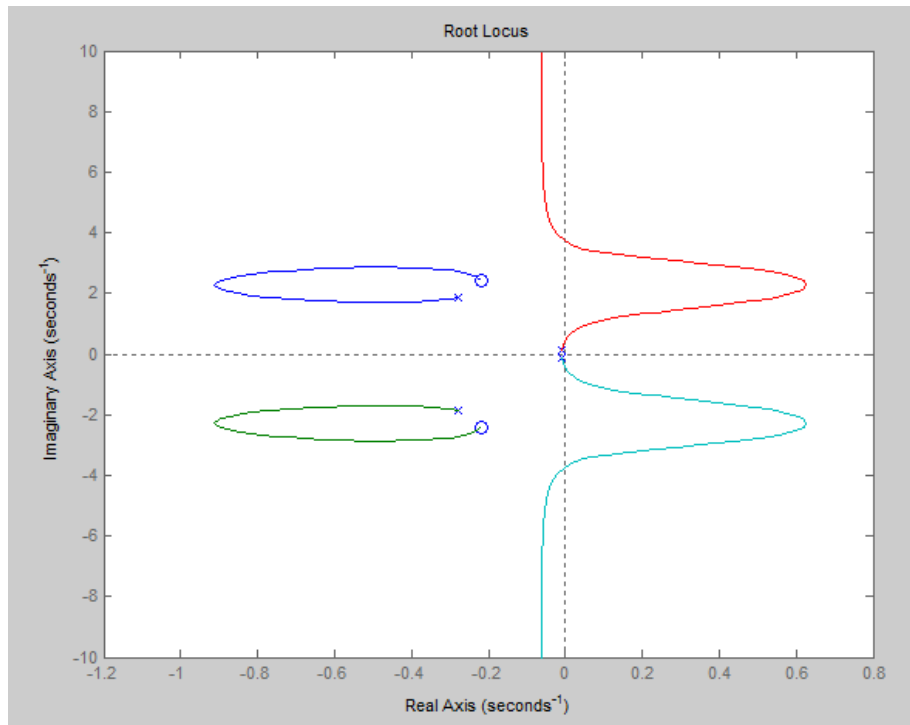
$$\frac{\Delta\bar{\beta}(s)}{\Delta\bar{\delta}_r(s)} = \frac{0,0024s^2 - 0,16s}{0,034s^3 + 0,0347s^2 + 0,1613s}$$

**19. Función de transferencia del “Yaw-Damper”**

$$\frac{\Delta\bar{\psi}(s)}{\Delta\bar{\delta}_r(s)} = \frac{-0,1582s - 0,0294}{0,034s^2 + 0,0347s + 0,1613}$$

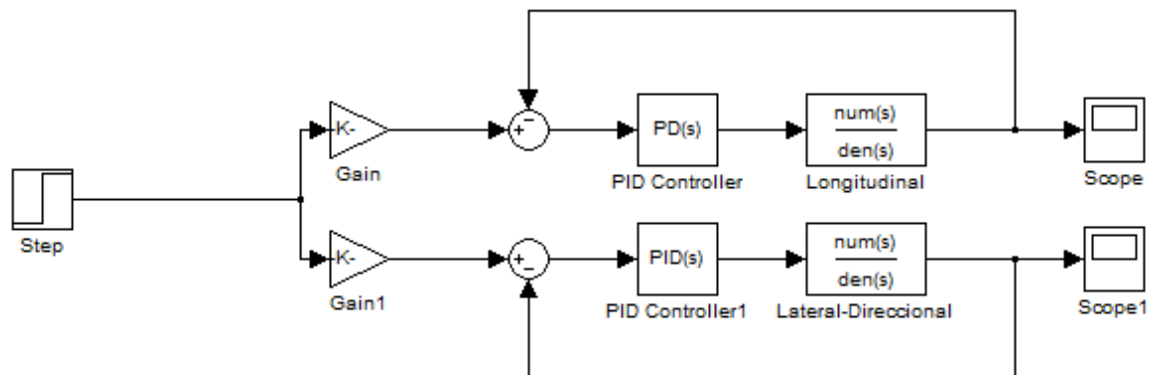
Con dichas funciones de transferencia pero especialmente con la función de transferencia correspondiente a la respuesta longitudinal es posible determinar el diagrama “root-locus”; con el cual es posible determinar la estabilidad dinámica de la aeronave STOL CH 750. Dicha estabilidad se puede determinar mediante la ubicación que tengan los polos en el eje real del diagrama. Siendo así, al estar ubicados en el eje real negativo, se puede determinar que la aeronave STOL CH 750 es dinámicamente estable.

Figura 68: Diagrama “Root-Locus” del control longitudinal



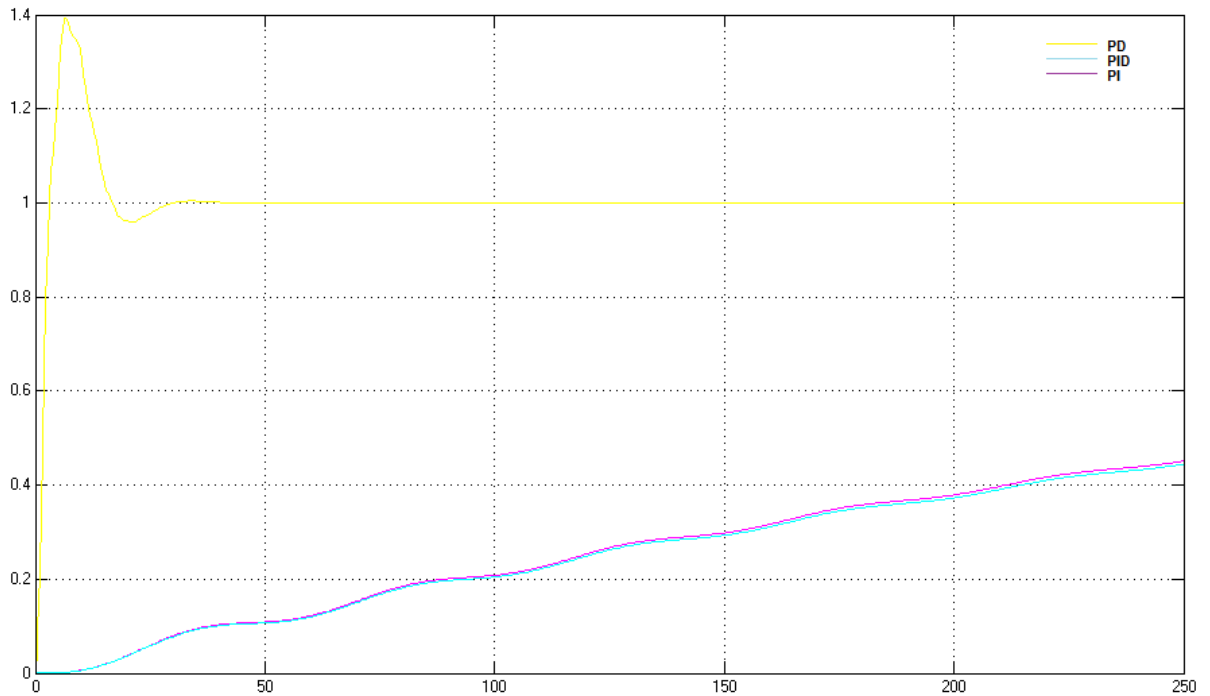
En cuanto al diseño preliminar del sistema de control longitudinal y lateral-direccional mediante SIMULINK – MATLAB. Se realizó el diseño del sistema de control para la aeronave STOL CH 750 de la siguiente manera:

Figura 69: Sistema de control longitudinal y lateral-direccional



En cada uno de los sistemas de control, se varió el tipo de control PID para encontrar el más apropiado, los resultados que se encontraron en esta variación para el control longitudinal de la aeronave STOL CH 750, fueron los siguientes:

Figura 70: Resultados del control longitudinal cambiando el tipo de PID



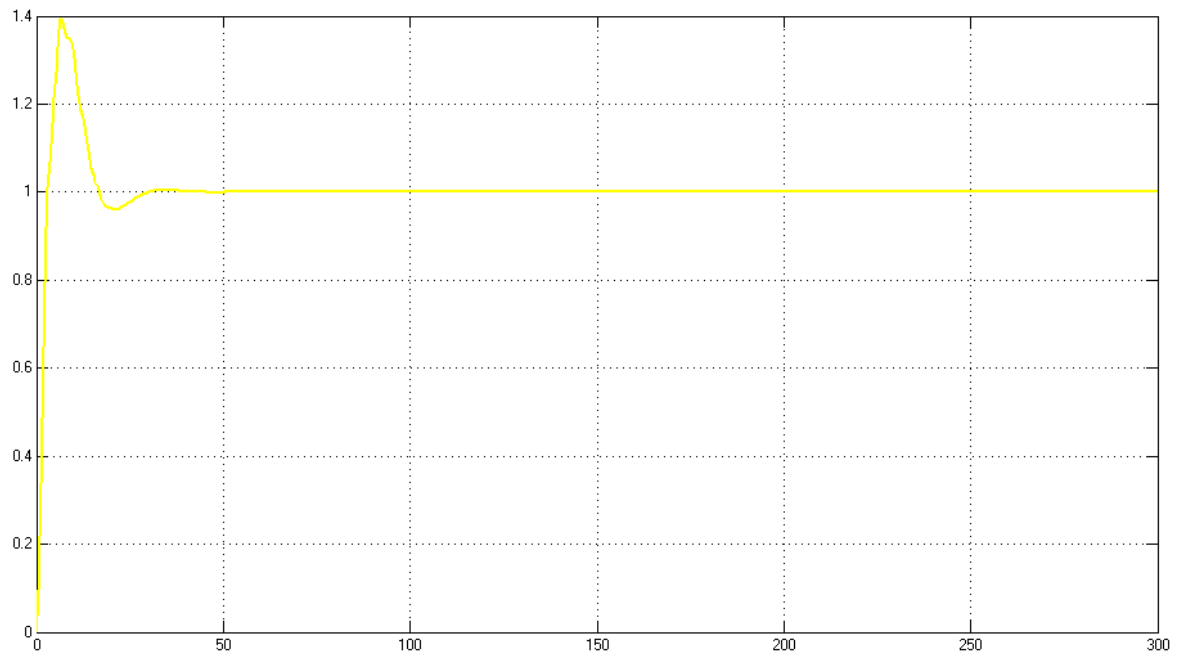
Como se pudo observar, para el control longitudinal, el controlador PD es el más apropiado, ya que estabiliza a la aeronave de manera más rápida aunque tenga un sobresalto. En cuanto al PID y PI se observa que ambos tienen una respuesta o comportamiento muy similar entre sí, y estabilizándose en un tiempo aproximado de 50 minutos.

| CONTROL LONGITUDINAL     |               |             |              |
|--------------------------|---------------|-------------|--------------|
| Parámetro                | PID           | PD          | PI           |
| Tiempo de estabilización | 3000 segundos | 30 segundos | 3000 segundo |
| $T_p$                    | N/A           | 0,544       | N/A          |
| $O_s$                    | N/A           | 40%         | N/A          |
| $T_s$                    | indefinido    | 1,3502      | indefinido   |

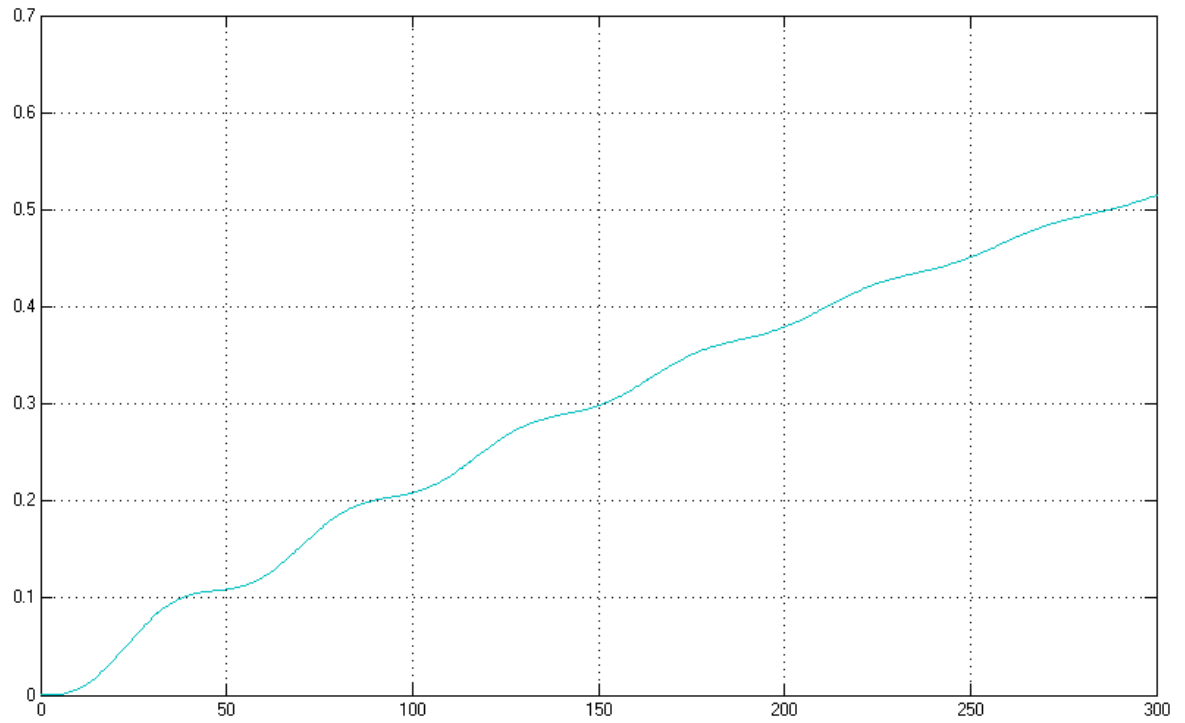
Tabla 14: Comparación de datos del control longitudinal

El control PD, mejora notablemente la respuesta del control longitudinal de la aeronave, no sólo reduciendo el número de sobresaltos sino que también el tiempo de estabilización de la aeronave.

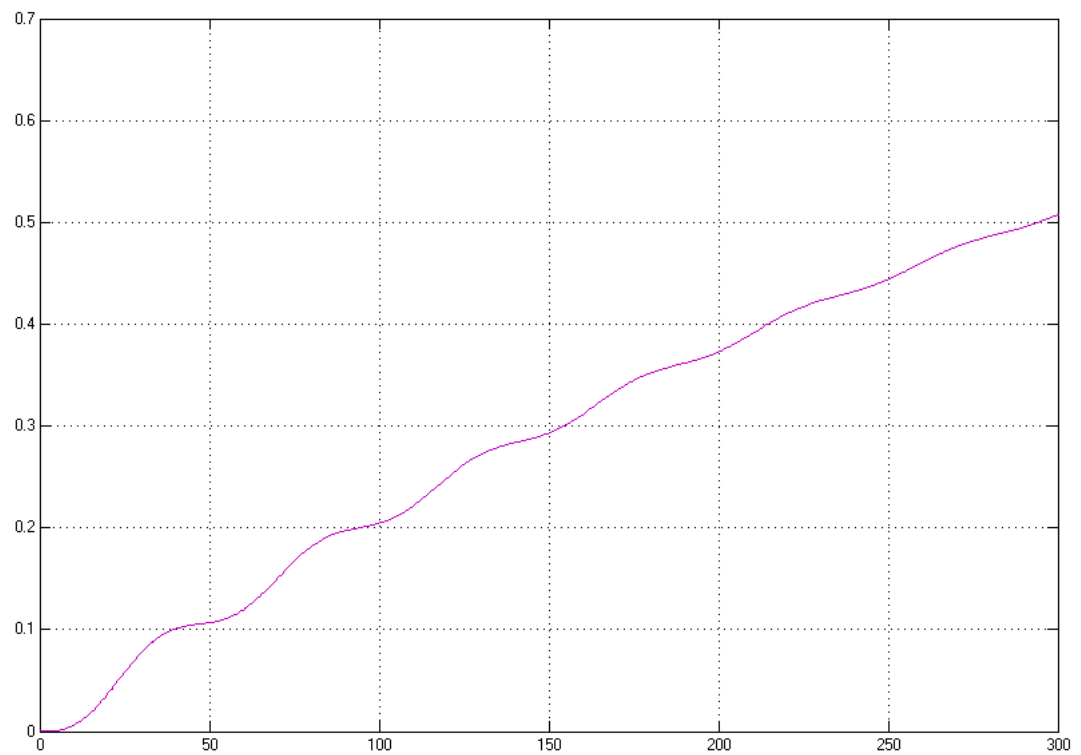
*Figura 71: Respuesta del control longitudinal con PD*



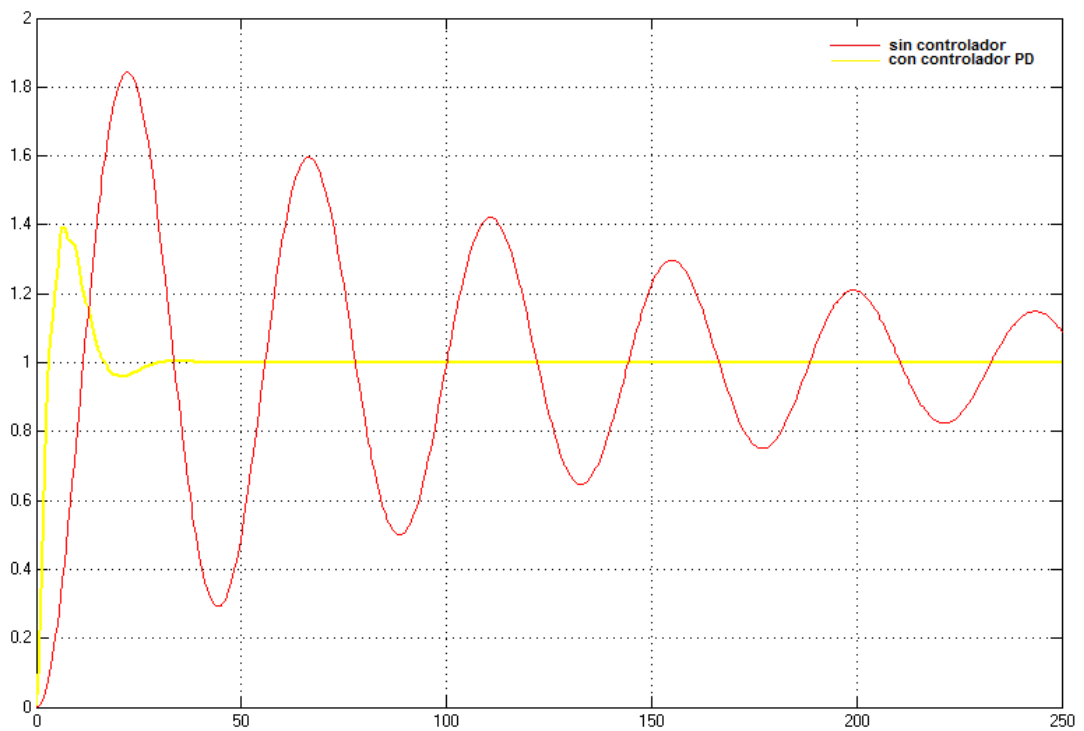
*Figura 72: Respuesta del control longitudinal con PID*



*Figura 73: Respuesta del control longitudinal con PI*



*Figura 74: Respuesta en el tiempo del control longitudinal con y sin controlador PD*



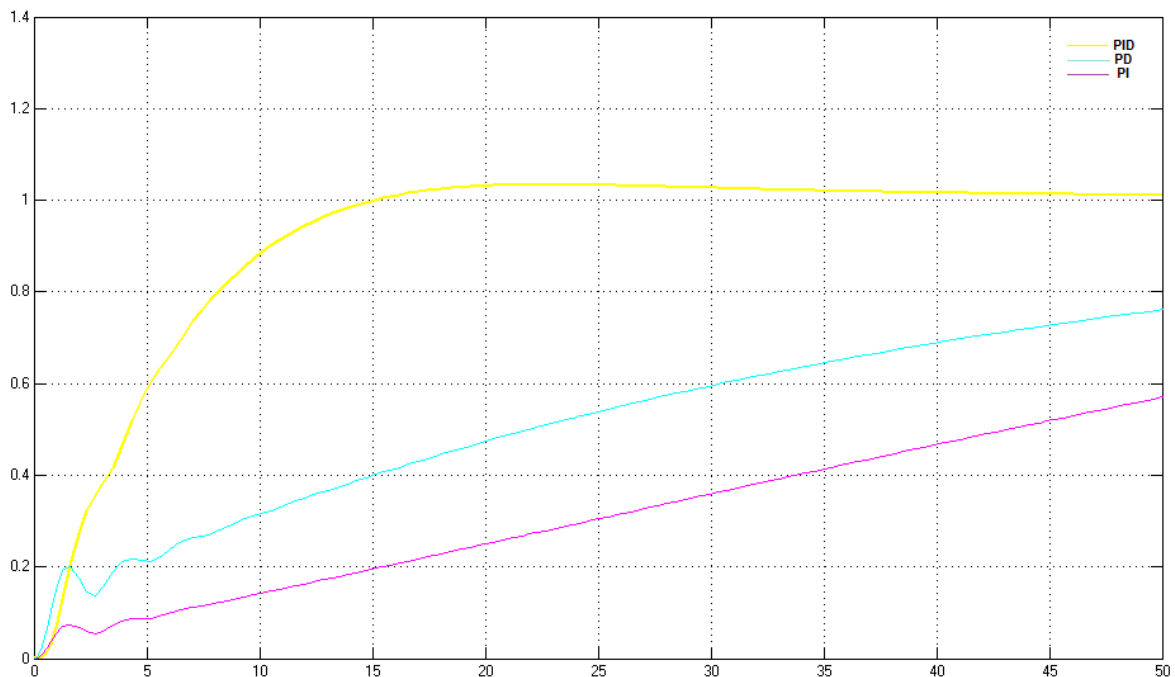
| CONTROL LONGITUDINAL     |              |             |
|--------------------------|--------------|-------------|
| Parámetro                | Sin PD       | Con PD      |
| Tiempo de estabilización | 500 segundos | 30 segundos |
| $T_p$                    | 0,1583       | 0,544       |
| $O_s$                    | 80%          | 40%         |
| $T_s$                    | 1,57         | 1,3502      |

*Tabla 15: Comparación de datos del control longitudinal con PD y sin PD*

Con el controlador PD, el tiempo en que se estabiliza la aeronave se reduce aproximadamente en un 6% del tiempo que se tardaba sin ningún controlador PID e igualmente se observa que el  $O_s$  de la respuesta longitudinal de la aeronave disminuyó a la mitad.

De la misma manera, para el control lateral-direccional de la aeronave, se cambió el tipo de control PID dentro del diseño para encontrar el más adecuado dentro del mismo. Resultando que el PID es el único que elimina los sobresaltos iniciales que tiene la aeronave e igualmente estabilizándolo en un menor tiempo que el PD y PI. Por otra parte, el PD y PI reducen notablemente el número y amplitud de los sobresaltos que tiene la aeronave sin ningún tipo de PID.

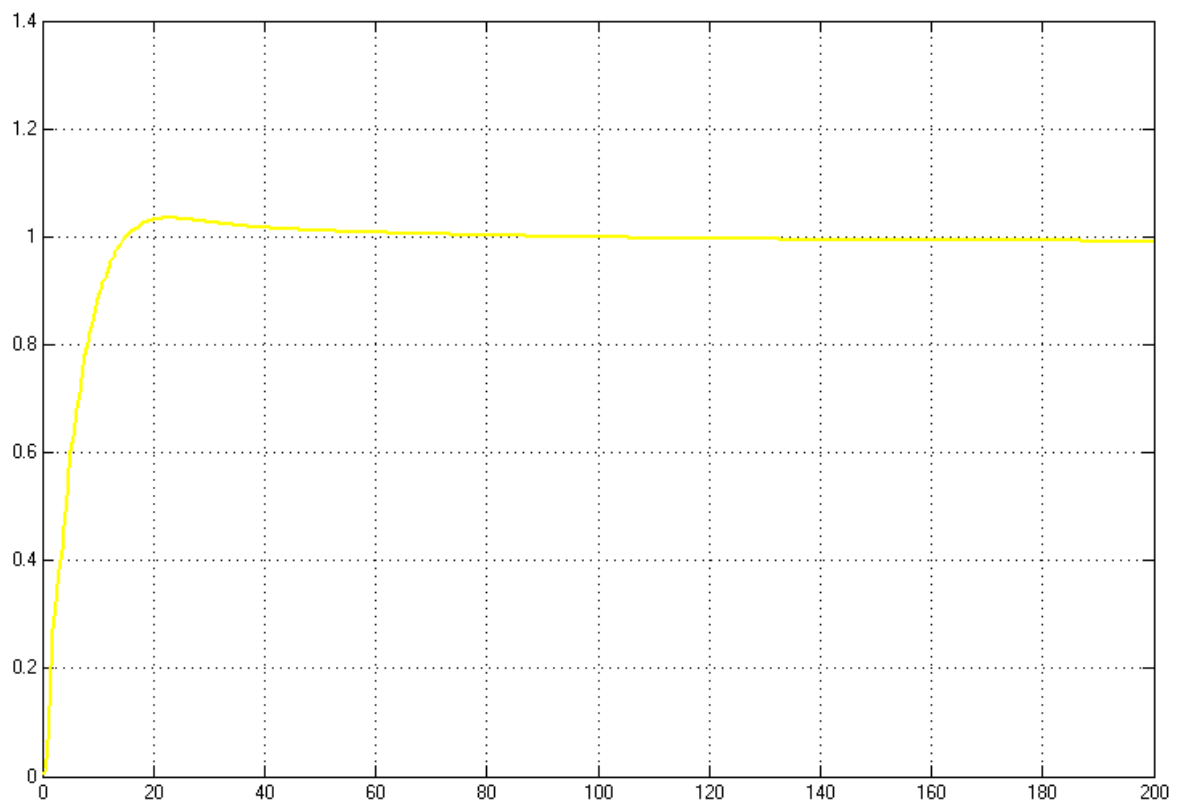
*Figura 75: Resultados del control lateral-direccional cambiando el PID*



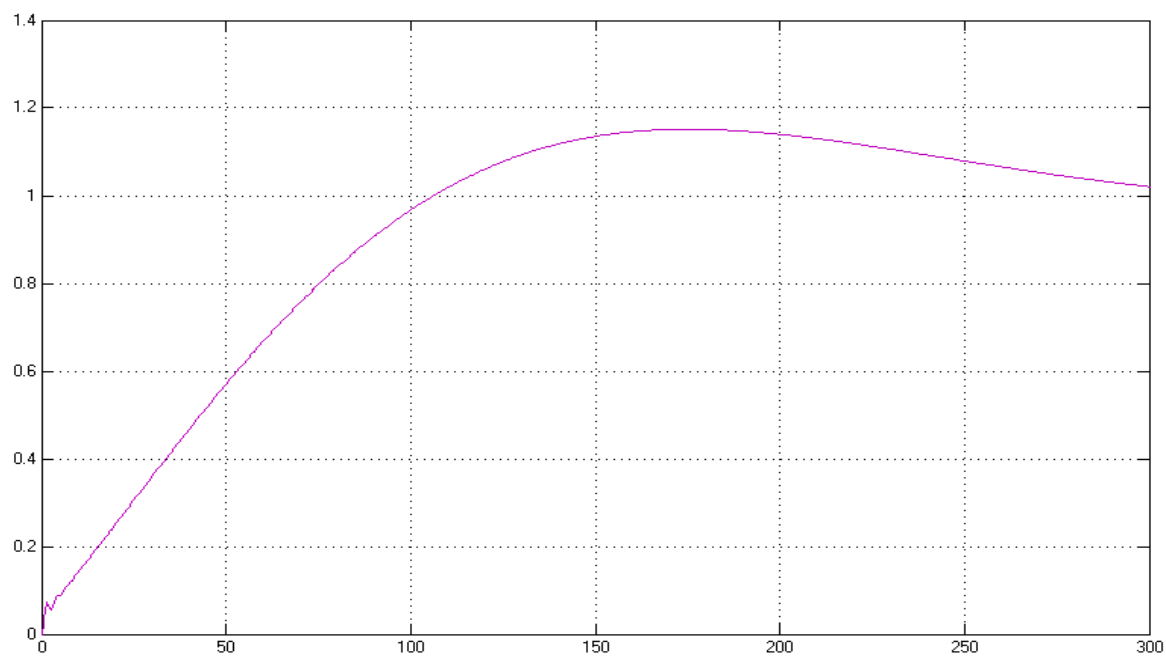
| CONTROL LATERAL DIRECCIONAL |             |              |              |
|-----------------------------|-------------|--------------|--------------|
| Parámetro                   | PID         | PD           | PI           |
| Tiempo de estabilización    | 90 segundos | 250 segundos | 800 segundos |
| $T_p$                       | 0,3016      | N/A          | 0,2048       |
| $O_s$                       | 3,42%       | 0%           | 15,15%       |
| $T_s$                       | 0,2358      | N/A          | 0,2358       |

Tabla 16: Comparación de datos del control lateral-direccional

Figura 76: Respuesta del control lateral-direccional con PID



*Figura 77: Respuesta del control lateral-direccional con PI*



*Figura 78: Respuesta del control lateral-direccional con PD*

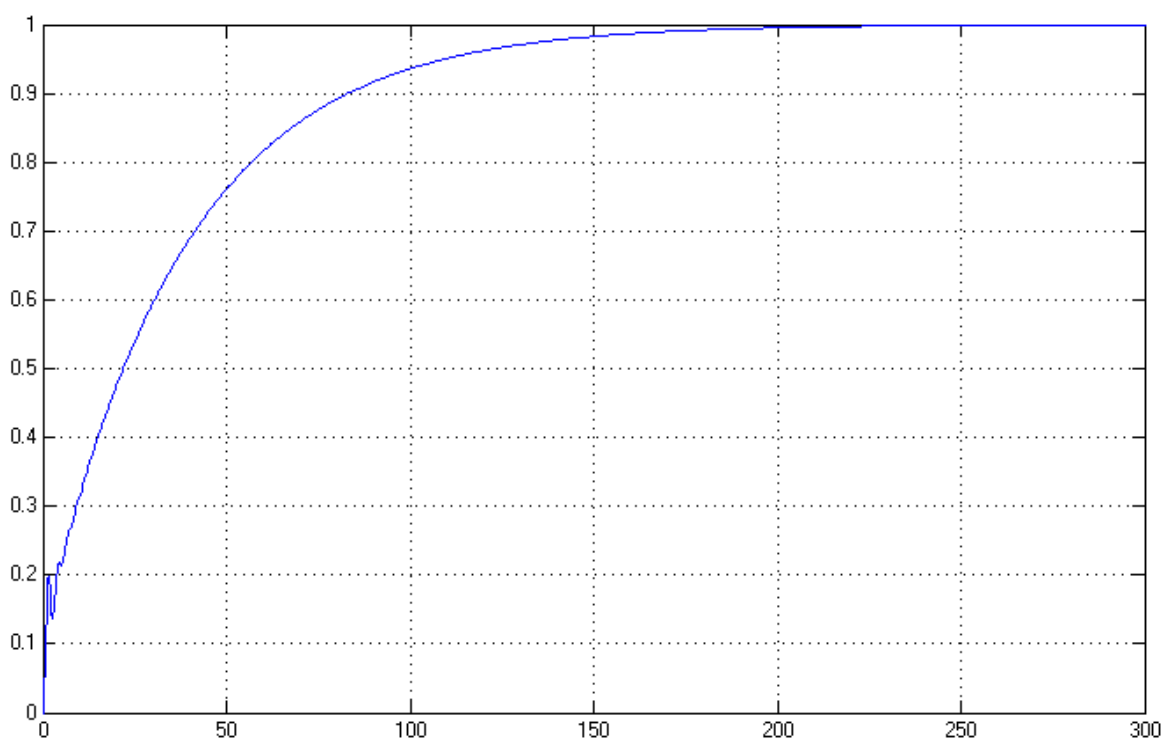
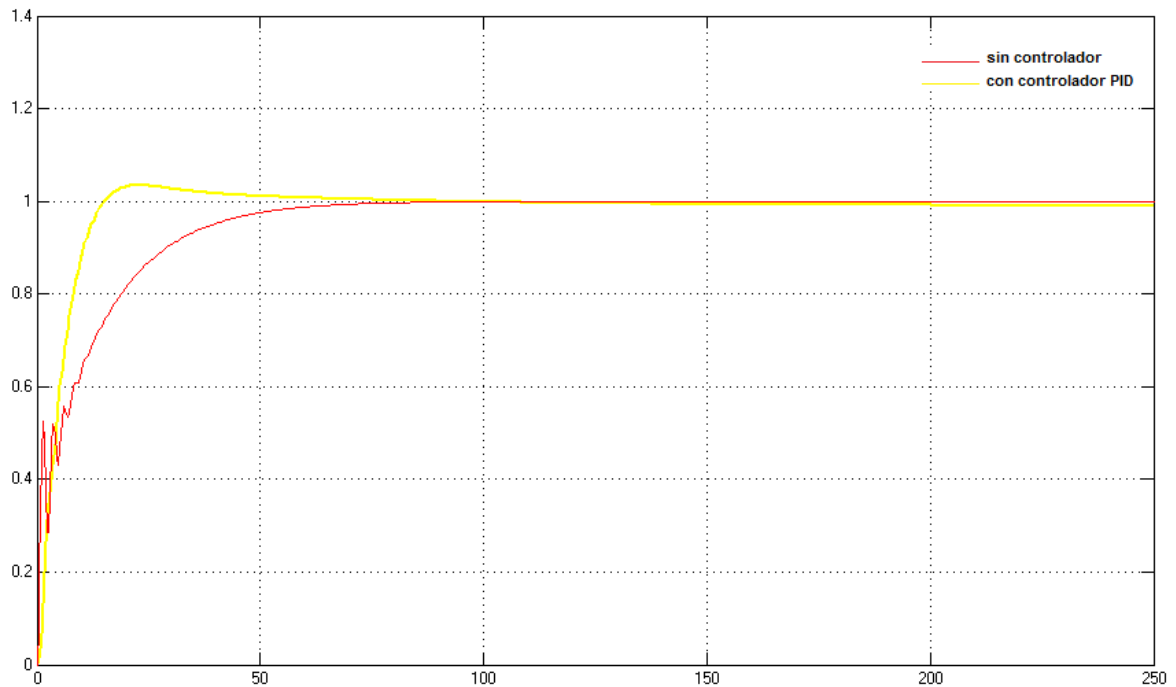


Figura 79: Respuesta en el tiempo del control lateral-direccional con y sin controlador PID



| CONTROL LATERAL-DIRECCIONAL |             |             |
|-----------------------------|-------------|-------------|
| Parámetro                   | Sin PID     | Con PID     |
| Tiempo de estabilización    | 80 segundos | 90 segundos |
| $T_p$                       | 0           | 0,3016      |
| $O_s$                       | 0%          | 3,42%       |
| $T_s$                       | 0           | 0,2358      |

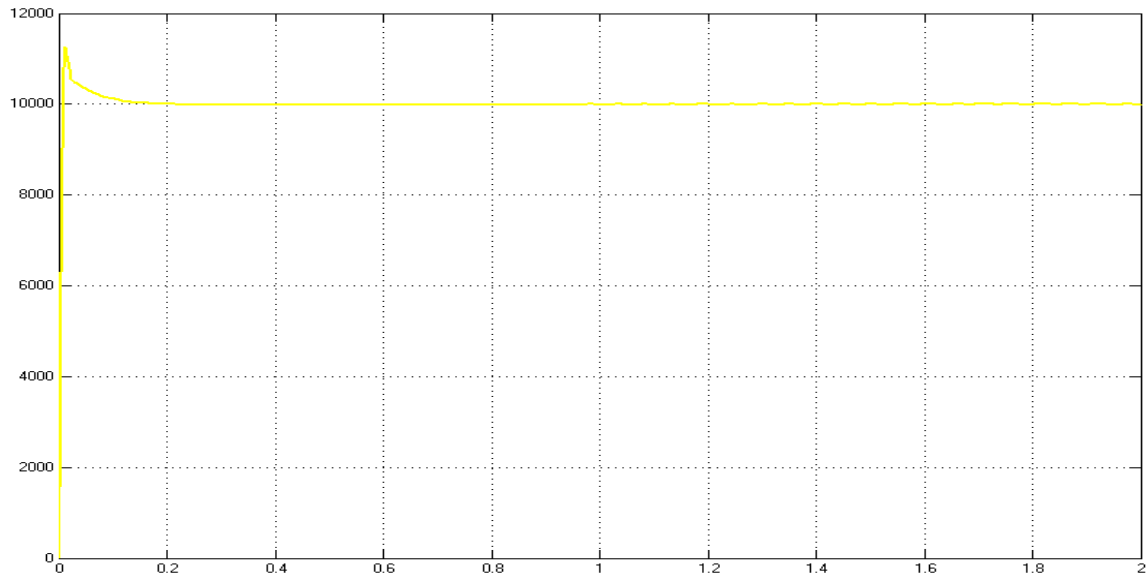
Tabla 17: Comparación de datos del control lateral-direccional con PID y sin PID

En cuanto al control lateral-direccional de la aeronave STOL CH 750 que se diseñó, muestra que sin el controlador PID, la aeronave no tendrá ningún  $O_s$  y se estabilizará por si sola en un tiempo de 80 segundos aunque tendrá unos pequeños sobresaltos al inicio. Al implementar el controlador PID, la aeronave no tendrá dichos sobresaltos aunque si tendrá un  $O_s$  del 3,42%, lo que hará que la aeronave tarde 10 segundos más en estabilizarse.

Finalmente, la arquitectura final del sistema de control del “Altitude Hold” cuenta con dos bloques de ganancia, uno en el “inner loop” que hace las veces del giróscopo de la aeronave y otro en el “outer loop” quien hace las veces del tubo pitot; adicionalmente cuenta con un controlador tipo PID, el cual era el único en estabilizar a la aeronave de forma más apropiada en la altura deseada, dado que

si se empleaba un controlador tipo PD la aeronave no se estabilizaba en la altura deseada, mientras que con un controlador PI, la aeronave tardaba mucho tiempo en llegar a dicha altura y tenía unos cuantos sobresaltos. A continuación se presenta la respuesta en el tiempo del control de “altitude hold” con los diferentes tipos de controlador PID:

*Figura 80: Respuesta del “altitude hold” con controlador PID*



*Figura 81: Respuesta del “altitude hold” con controlador PI*

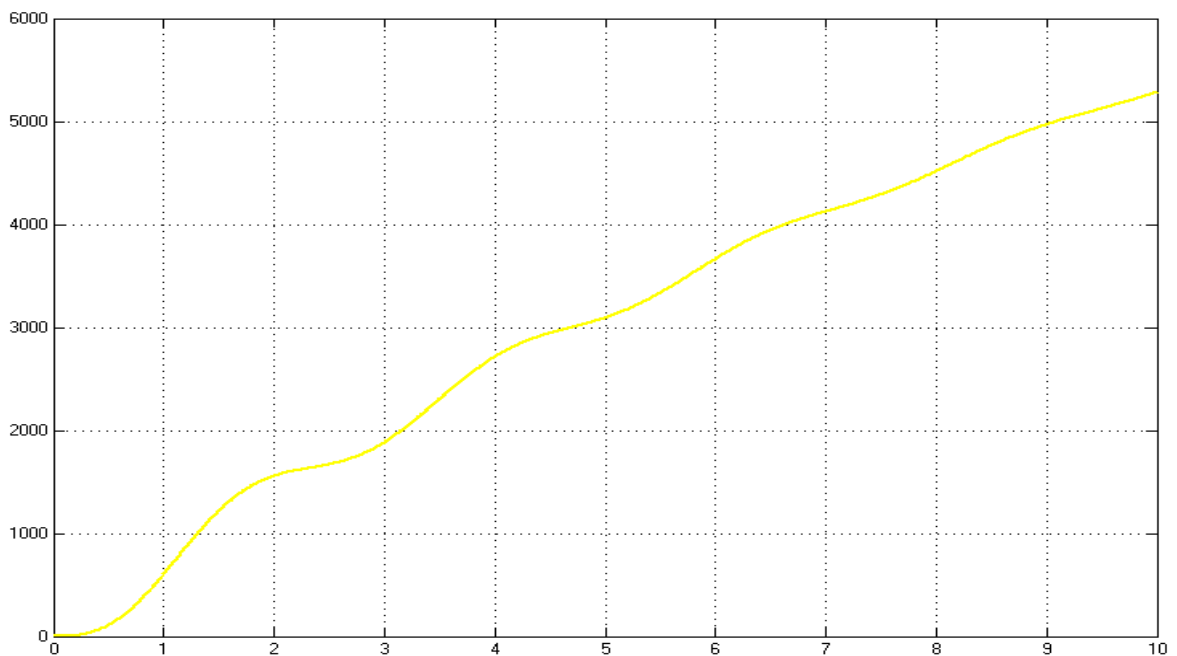
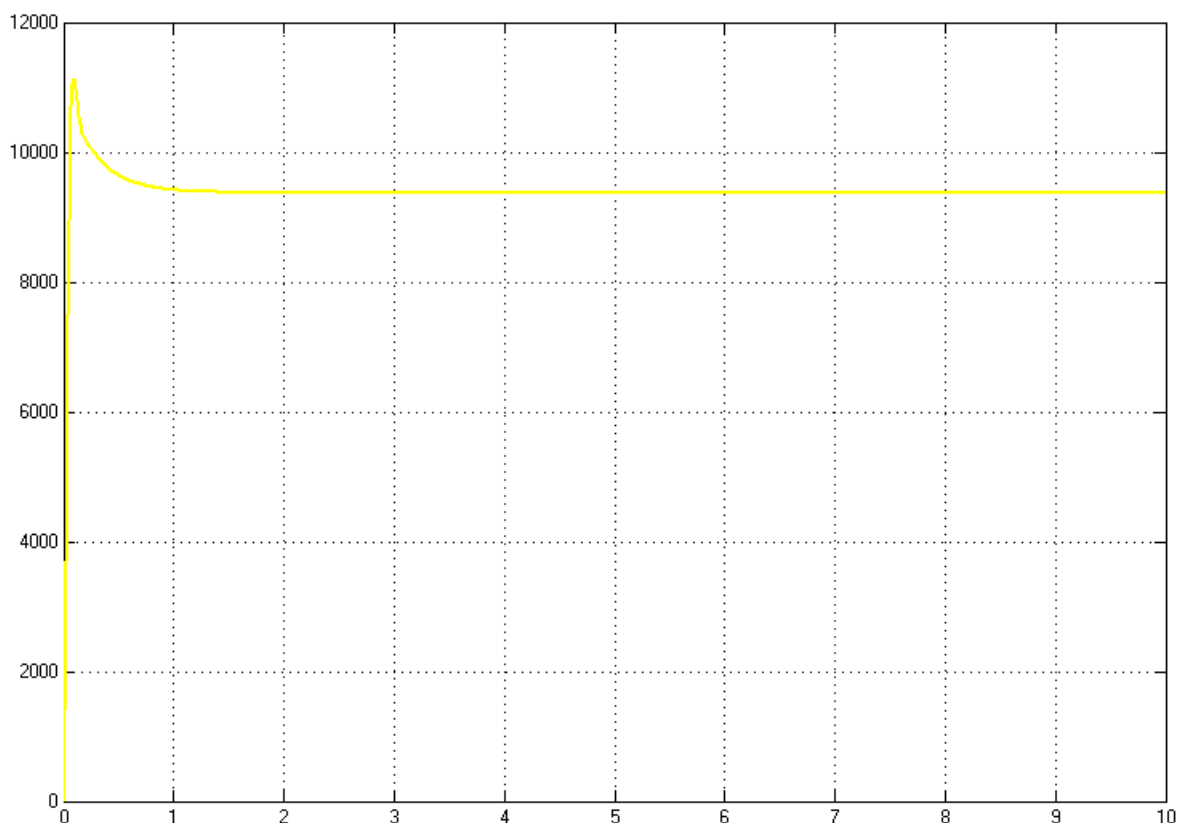


Figura 82: Respuesta del “altitude hold” con controlador PD



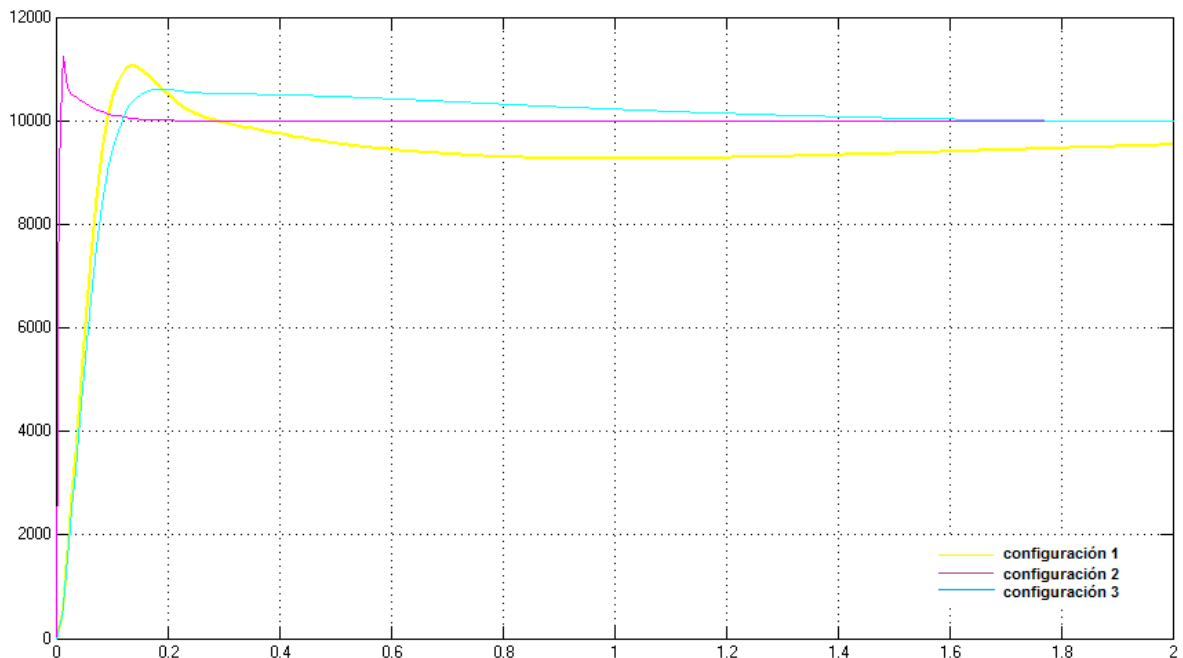
Para obtener la respuesta lo más controlada posible con el controlador PID, se probaron distintas configuraciones; dichas configuraciones se hacían variando el valor de las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  y los valores de las ganancias  $k$  del giróscopo y del tubo pitot. A continuación se presenta una tabla con los valores de las distintas configuraciones:

| Parámetro  | Configuración 1 | Configuración 2 | Configuración 3 |
|------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $K_p$      | 7,8732          | 583,2545        | 4,4771          |
| $K_i$      | 5,2354          | 1030,4768       | 1,6445          |
| $K_d$      | 2,5246          | 28,2335         | 2,1897          |
| Giróscopo  | 0,5             | 0,8             | -0,5            |
| Tubo Pitot | 1               | 1               | 1               |

Tabla 18: Configuraciones del controlador PID

Los resultados que se obtuvieron con las distintas configuraciones se presentan en la siguiente imagen:

Figura 83: Respuestas de las distintas configuraciones del PID



| CONTROL DE "ALTITUDE HOLD" |                 |                 |                 |
|----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Parámetro                  | Configuración 1 | Configuración 2 | Configuración 3 |
| Tiempo de estabilización   | 13 segundos     | 4 segundos      | 17 segundos     |
| $T_p$                      | 0,2240          | 0,2162          | 0,2696          |
| $O_s$                      | 11%             | 12,5%           | 6%              |
| $T_s$                      | 0,2507          | 0,2548          | 0,2358          |

Tabla 19: Resultados de las distintas configuraciones de PID del "altitude hold"

Observando que cada una de las distintas configuraciones tiene una respuesta en el tiempo diferente entre sí. Siendo la configuración 3, la más apropiada para la aeronave STOL CH 750, ya que tiene un pequeño  $O_s$  y tarda poco tiempo en alcanzar la altura deseada por el piloto; en cuanto a la configuración 1, se observa que aunque también tiene una respuesta aceptable, y con un pequeño  $O_s$ , tiene que ascender a 11.100 metros y posteriormente descender a 9.260 metros para volver a ascender y así alcanzar la altura deseada de 10.000 metros; mientras que la configuración 2, alcanza la altura deseada en poco tiempo pero tiene un mayor  $O_s$  que las otras dos, lo que causa que el descenso sea muy rápido, lo que lo convierte en un descenso muy brusco para la aeronave.

## 6. CONCLUSIONES

- Por medio de la programación realizada en Excel, basada en el libro de *Bandu N. Pamadi "Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes"* fue posible determinar la estabilidad estática longitudinal, direccional y lateral de la aeronave STOL CH 750; obteniendo que para el eje longitudinal  $C_m = -0,0376$ , al ser  $C_m < 0$  la aeronave es estable longitudinalmente. Para la estabilidad direccional, se puede despreciar la contribución del ala ya que la aeronave seleccionada no cuenta con diedro ni flechamiento, teniendo sólo en cuenta las contribuciones del fuselaje y de la cola vertical, se obtuvo que  $C_{n\beta} = 0,0011$ , siendo estable en el eje direccional al ser  $C_{n\beta} > 0$ . Finalmente para el eje lateral, se toma en cuenta únicamente la contribución de la cola vertical ya que se puede ignorar la contribución del ala al no tener diedro, por lo tanto se obtuvo que  $C_{l\beta} = -0,0021$  y al ser  $C_{l\beta} < 0$  la aeronave es estable lateralmente. Por lo tanto, teniendo en cuenta el valor de esas contribuciones, se concluye que la aeronave STOL CH 750 es estable estáticamente.
- La contribución de la planta motriz a la estabilidad estática longitudinal es desestabilizante en un 32% respecto a la estabilidad total longitudinal.
- Para determinar las funciones de transferencia del STOL CH 750, se realizó una programación en MATLAB, donde se calcula las derivadas de estabilidad y control de la aeronave seleccionada. Con dichos valores y mediante la transformada de Laplace fue posible determinar las funciones de transferencia en los seis grados de libertad de la aeronave. Obteniendo que para el eje longitudinal es una función de transferencia de tercer orden  $G(s) = \frac{0,0013s^2 + 0,0006s + 0,0081}{s^3 + 0,5712s^2 + 0,0665s + 0,0638}$  y para los ejes lateral y direccional es de cuarto orden  $G(s) = \frac{0,000035s^2 + 0,0027s + 0,000621}{0,000156s^4 + 0,0015s^3 + 0,0022s^2 + 0,0076s + 0,000066}$ .
- Por medio de la respuesta longitudinal del STOL CH 750 que se obtuvo del "State Space" y mediante el sub-módulo SISOTOOL de MATLAB, fue posible obtener el diagrama "Root Locus" de la aeronave. El cual indica que la aeronave es estable dinámicamente ya que los polos se encuentran sobre el eje real negativo del diagrama.
- La estabilidad dinámica se puede corroborar igualmente mediante los "eigenvalues" de la matriz A del "State Space", los cuales se obtuvieron mediante MATLAB, obteniendo que  $\lambda_{1,2} = -0,2776 \pm j1,8651$  y  $\lambda_{3,4} =$

$-0,0079 \pm j0,1337$ ; debido a que ambas raíces complejas tienen partes negativas, se dice que la respuesta libre de la aeronave STOL CH 750 es de naturaleza estable, es decir, dinámicamente estable.

- El diseño del sistema de control longitudinal de la aeronave STOL CH 750, se realizó mediante un controlador tipo PD, ya que es el más óptimo, debido a que estabiliza a la aeronave una vez es perturbada en un tiempo aproximado de 30 segundos con un solo “overshoot”.
- El sistema de control lateral-direccional de la aeronave STOL CH 750, se concluyó que el controlador tipo PID es el más óptimo, ya que era el único que eliminaba los sobresaltos iniciales y regresaba a la aeronave a su posición inicial en aproximadamente 90 segundos.
- El sistema de piloto automático de la aeronave STOL CH 750 de “altitude hold” se diseñó mediante un controlador tipo PID, ya que al momento que se establezca una altura deseada, este no tendrá “overshoots”, ni tendrá que ascender y descender constantemente para alcanzar dicha altura. El tiempo aproximado que tarda el STOL CH 750 en estabilizarse en la altura deseada es de aproximadamente 12 segundos.

## 7. Bibliografía

1. **DAR Corporation.** Advanced Aircraft Analysis. [En línea] [Citado el: 27 de Mayo de 2013.] <http://www.darcorp.com/Software/AAA/>.
2. **Pamadi, Bandu N.** *Performance, stability, dynamics and control of airplanes.* [ed.] J S Przemieniecki. Segunda. Ohio : AIAA, 2004. ISBN 1-56347-583-9.
3. **Camargo Nuñez, Juanita del Pilar y Sierra Ramirez, Erick Jesús.** *Estudio aerodinámico y de estabilidad estática de un MAV.* Ingeniería Aeronáutica, Universidad de San Buenaventura. Bogotá : s.n., 2011. Proy.
4. **Leyton Moreno, Gina Paola y Ariza Barrero, Camilo.** *Análisis de estabilidad estática y control de la aeronave de propulsión humana SUE-SUA.* Universidad de San Buenaventura. Bogotá : s.n., 2013.
5. **Rivera Ordoñez, Leidy Lorena y García López, Diego Felipe.** *Desarrollo de una herramienta informática para la estabilidad estática lateral direccional de cualquier aeronave de ala fija.* Universidad de San Buenaventura. Bogotá : s.n., 2013. pág. 125.
6. **Dufeu Delarze, Emilio y Pettinelli Reyes, Enzo.** *Análisis numerico de la estabilidad y control de una aeronave no tripulada.* Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Concepción. Chile : M. B. Rosales, V. H. Cortínez y D. V. Bambill, 2003.
7. **Abba, Leandro Luis y Hadad, David Andrés.** *Actuaciones, controlabilidad y cualidades de vuelo del HORTEN Ho-Xb.* Escuela de ingeniería mecánica aeronáutica, Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba : s.n., 2011.
8. **Vila Rovira, Oscar.** *Modelización de aeronaves no tripuladas con Simulink.* Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Aeronáutica. Madrid : s.n., 2011. Proyecto Fin de Carrera.
9. **Roncero, Sergio Estebán.** *Revisión 2a Entrega Estabilidad y Control.* Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos, Universidad de Sevilla. Sevilla : s.n., 2011.
10. **Etkin, Bernard.** *Dynamics of Flight - Stability and Control.* Toronto : John Wiley & Sons, Inc, 1982.
11. **Hugh Elkaim, Gabriel.** *Introduction to linear dynamical systems.*

12. **Hampson Grant, Charles.** *Model Airplane Design and Theory of Flight*. Nueva York : Air Age Inc, 1941.
13. **Basar, Tamer.** *Control Theory: Twenty-Five Seminal Papers (1932-1981)*. s.l. : Wiley-IEEE Press.
14. **Arvid Johnson, Richard.** *Management, sysytems, and society: an introduction* . s.l. : Goodyear Pub. Co.
15. **Black, H. S.** *Stabilized feed-back amplifiers*. s.l. : IEEE, 1999.
16. **Federal Aviation Administration.** Federal Aviation Regulation. *FAR 23*. s.l. : FAA.
17. **United States Air Force.** MIL-F-8785C.
18. **Zenith Aircraft Company.** STOL CH 750 LIGHT SPORT UTILITY. [En línea] [Citado el: 21 de Febrero de 2014.] <http://www.zenithair.com/stolch750/750-performance.html>.
19. **Shiva Kumar, Ojha.** *Flight Performance of Aircraft*. AIAA : s.n. ISBN 1563471132.
20. **Agudelo Noreña, Daniel y Jiménez Soler, Pedro Luis.** *Metodología de diseño de aeronaves no tripuladas*. s.l. : Académica Española, 2014. 978-3-659-07719-7.
21. **MicroPilot Inc.** *MicroPilot Autopilot Manual*. 2007. Stony Mountain : s.n., 2007.
22. **Roskam, Jan.** *Airplane flight dynamics and automatic flight controls*. 1998.

## **9. Tabla de Anexos**

A: Modelado de la aeronave STOL CH 750 en CATIA (archivo .CATPart)

B: Programación de la estabilidad longitudinal y lateral-direccional en EXCEL

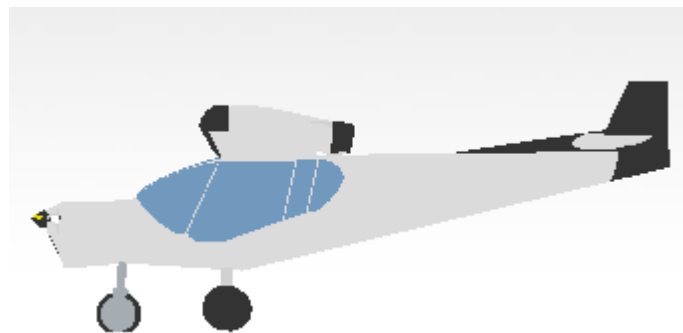
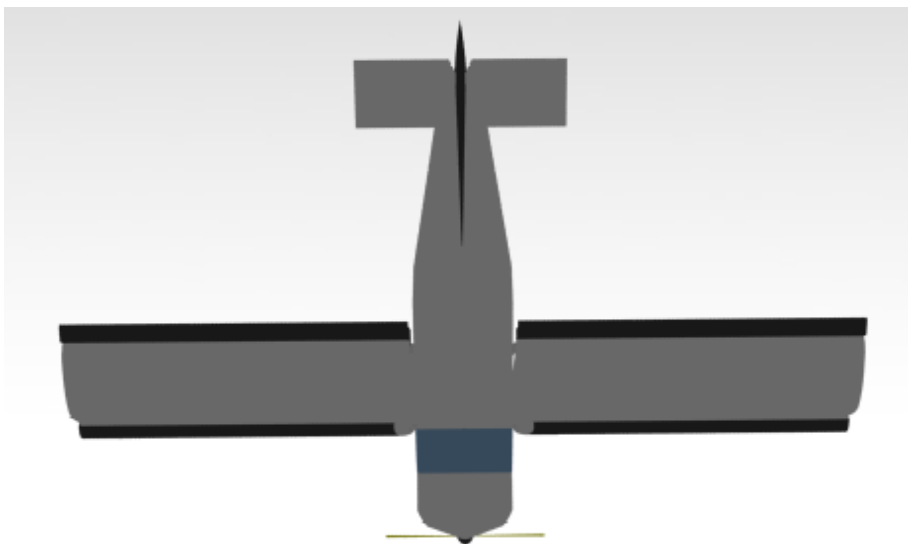
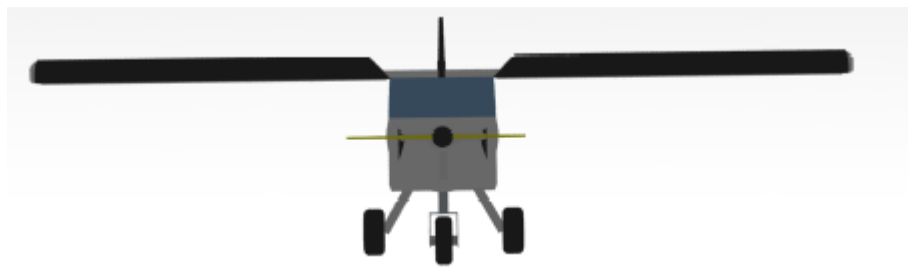
C: Programación en MATLAB (archivo .m)

D: Diseño preliminar del sistema de control longitudinal y lateral-direccional (archivo .mdl)

E: Diseño preliminar del piloto automático de “altitude hold” (archivo .mdl)

## **ANEXO A**

### **MODELADO DE LA AERONAVE STOL CH 750 EN CATIA**





## **ANEXO C**

### **PROGRAMACIÓN EN MATLAB**

```

clc
clear all
format long

%ESTIMACION DERIVATIVAS DE ESTABILIDAD
'DERIVATIVAS LONGITUDINALES' %#ok<NOPTS>
CLalpha=1.2261 %#ok<NOPTS>
Cmalphawb=-0.4145;
Cmalphat=0.0037;
Cmalpha=(Cmalphawb)+(Cmalphat) %#ok<NOPTS>
CDalpha=(2*0.06*((CLalpha)^2)*(0.0682)) %#ok<NOPTS>
CDu=0 %#ok<NOPTS>
CLu=0 %#ok<NOPTS>
Cmu=0 %#ok<NOPTS>

'Derivativas longitudinales rotatorias' %#ok<NOPTS>
K_WB=1.0976;
K_BW=0.1604;
ARe=7.4158209;
M=0.1235;
alpha=0.0682;
beta=(1-(M^2))^(1/2);
pi=3.1416;
clalpha2D=0.0206443;
S=13.4;
Se=13.72;
c_ =1.5;
ce_ =1.5;
S_Bmax=4.28;
lf=6;
e=0.86;
xac_e=0.375;
xcg_le=0.62;
x_=xac_e-xcg_le;
epsilon=x_/ce_;
CLalphae=0.5303207;
CLqe=((1/2)+(2*epsilon))*(CLalphae);
deltaK=0.82;
V_B=1.615; %arreglar
CLalphaB=2*(deltaK)*(S_Bmax/((V_B)^(2/3)));
C_LalphaB=CLalphaB*((V_B)^(2/3)/S_Bmax);
xm=2.22;
CLqB=2*(C_LalphaB)*(1-(xm/lf));
CLqWB=((K_WB+K_BW)*((Se*ce_)/(S*c_))*CLqe)+(CLqB*((S_Bmax*lf)/(S*c_)));
at=0.2154702;
V1=0.68843284;
nt=0.9297553;
CLqt=2*at*V1*nt;
Clq=(CLqWB)+(CLqt) %#ok<NOPTS>
lt=3.33;
St=1.7;
Cmqt=-(2*at*V1*nt*(lt/c_));
c1=((ARe)^3)*((tan(0))^2);
B=(1-((M^2)*((cos(0))^2)))^(1/2);

```

```

c2=3/B;
c3=(ARe*B)+(6*(cos(0)));
c4=(ARe)+(6*(cos(0)));
c5=(ARe)+(2*(cos(0)));
CmqeM02=-
(0.7*CLalpha*(cos(0))*((ARe*((0.5*epsilon)+(2*(epsilon^2)))/c5)+(c1/(2
4*c4))+(1/8));
Cmqe=((c1/c3)+c2)/((c1/c4)+3)*CmqeM02;
xcg=xm;
xm1=xm/lf;
xc=(1/V_B)*S_Bmax;
xc1=xc/lf;
VB1=V_B/(S_Bmax*lf);
CmalphaB=((2*(deltaK))/V_B)*(1.44*0.32);
C__malphaB=(CmalphaB)*(V_B/(S_Bmax*lf));
CmqB=(2*(C__malphaB))*(((1-xm1)^2)-(VB1*(xc1-xm1)))/(1-xm1-VB1);

CmqWB=((K_WB+K_BW)*(Se/S)*((ce_/c_)^2)*Cmqe)+(CmqB*(S_Bmax/S)*((lf/c_)^2)
);
Cmq=CmqWB+Cmqt %#ok<NOPTS>

'Derivativas longitudinales de aceleración' %#ok<NOPTS>
xac=0.375;
Cr=1.5;
tao=beta*ARe;
CLg=((-(pi)*ARe)/(2*(beta^2)))*((0.0013*(tao^4))-
(0.0122*(tao^3))+(0.0317*(tao^2))+(0.0186*(tao))-0.0004);
CLalpha_e=0.5303207;
CLalphaB=2*(deltaK)*(S_Bmax/((V_B)^(2/3)));
C__LalphaB=(CLalphaB)*(((V_B)^(2/3))/S_Bmax);
CLalpha_B=2*(C__LalphaB)*(V_B/(S_Bmax*lf));

CLalpha_WB=((K_WB*K_BW)*((Se*ce_)/(S*c_))*CLalpha_e)+((CLalpha_B)*((S_Bma
x*lf)/(S*c_)));
downwash=0.5499;
CLalpha_t=(2*at*V1*nt*downwash);
CLalpha_=CLalpha_WB+CLalpha_t %#ok<NOPTS>
Cmalpha_B=(2*C__malphaB)*((xc1-xm1)/(1-xm1-VB1))*(V_B/(S_Bmax*lf));
Cmog=((pi*ARe)/(2*(beta^2)))*((0.0008*(tao^4))-
(0.0075*(tao^3))+(0.0185*(tao^2))+(0.0128*(tao))-0.0003);
C__malpha_e=(-((81/32)*((xac/Cr)^2)*CLalpha_e)+((9/2)*Cmog));
Cmalpha_e=C__malpha_e+((xcg_le/ce_)*CLalpha_e);

Cmalpha_WB=((K_WB+K_BW)*((Se*((c_)^2)/(S*((c_)^2)*Cmalpha_e)+(Cmalpha_B*(
S_Bmax*(lf^2))/(S*((c_)^2)))));
Cmalpha_t=-(2*at*V1*nt*downwash*(lt/c_));
Cmalpha_=(Cmalpha_WB+Cmalpha_t) %#ok<NOPTS>

'DERIVATIVAS LATERAL - DIRECCIONAL' %#ok<NOPTS>
'Derivativas rotatorias' %#ok<NOPTS>
zv=1.47;
b=9.10;
k=0.76;
av=0.1166;

```

```

sidewash=1.1555;
Sv=1.7;
CybetaV=-(k*av*sidewash*(Sv/S));
CypV=(zv/b)*CybetaV;
aw1=CLalphae/(pi*Are);
aw2=e*aw1;
K=(1-aw1)/(1-aw2);
Cyp_CLgraf=-0.37;

Cyp_CL=((Are+(B*cos(0)))*(Are*B)+cos(0))/((Are*B)+(4*cos(0))*(Are+cos(0)))*Cyp_CLgraf;
CL=0.287;
CypW=(K*Cyp_CL*CL)+0;
Cyp=CypW+CypV %#ok<NOPTS>
aow=0.1075;
CDo=0.0249;
CD=CDo+CDalpha;
ClpW=-((1/6)*(aow+CD));
lv=4.1;
z=(zv*cos(alpha))-(lv*sin(alpha));
ClpV=(2*(z/b)*((z-zv)/b))*CybetaV;
Clp=ClpW+ClpV %#ok<NOPTS>
CnpW=-((1/6)*(CL-CDalpha));
CnpV=-((2/b)*((lv*cos(alpha))+(zv*sin(alpha)))*((z-zv)/b))*CybetaV;
Cnp=CnpW+CnpV %#ok<NOPTS>
Cyr=-((2/b)*((lv*cos(alpha))+(zv*sin(alpha)))*CybetaV) %#ok<NOPTS>
ClrW=CL/3;
ClrV=(-2/b^2)*((lv*cos(alpha))+(zv*sin(alpha)))*((zv*cos(alpha))-(lv*sin(alpha)))*CybetaV; %per radian
Clr=ClrW+ClrV %#ok<NOPTS>
CnrV=(2/b^2)*((lv*cos(alpha))+(zv*sin(alpha)))^2)*CybetaV; %per radian
CnrW=-((1/3)*CD);
Cnr=CnrW+CnrV %#ok<NOPTS>

'Derivativas de aceleración lateral-direccional' %#ok<NOPTS>
sigmabeta=0.05;
Cybeta_V=(2*av*sigmabeta*(Sv/S)*((lv*cos(alpha))+(zv*sin(alpha)))/b)
%#ok<NOPTS>
Clbeta_V=(Cybeta_V*((zv*cos(alpha))-(lv*sin(alpha)))/b) %#ok<NOPTS>
Cnbeta_V=-(Cybeta_V*((lv*cos(alpha))+(zv*sin(alpha)))/b) %#ok<NOPTS>

%RESPUESTA LONGITUDINAL
'STATE- SPACE' %#ok<NOPTS>
densidad=0.802;
Uo=40;
qo=641.6;
Iy=1473.435;
m=650;
Iy1=Iy/(0.5*densidad*(Uo^2)*S*c_);
tetha=0.0682;
m1=(2*m)/(densidad*Uo*S);
Cl=c_/(2*Uo);
Cxu=(-2*CD)-CDu;
Calpha=CL-CDalpha;

```

```

Cxtetha=-(CL*cos(tetha));
Cxalpha_=0;
Cxq=0;
Czu=-(2*CL)-CLu-(2*m1*0);
Czalpa=-CLalpha-CD;
Czalpa_=-CLalpha_;
Czq=-Clq;
Cztetha=-(CL*sin(tetha));
E1=(Cxalpha_*C1)/(m1-(Czalpa_*C1));
E2=(Cmalpa_*C1)/(m1-(Czalpa_*C1));
a11=(Cxu+(E1*Czu))/m1;
a12=(Cxalpha+(E1*Czalpa))/m1;
a13=((Cxq*C1)+(E1*(m1+(Czq*C1))))/m1;
a14=(Cxtetha+(E1*Cztetha))/m1;
a21=Czu/(m1-(Czalpa_*C1));
a22=Czalpa/(m1-(Czalpa_*C1));
a23=(m1+(Czq*C1))/(m1-(Czalpa_*C1));
a24=Cztetha/(m1-(C1*Czalpa_));
a31=(Cmu+(E2*Czu))/Iy1;
a32=(Cmalpa+(E2*Czalpa))/Iy1;
a33=((Cmq*C1)+(E2*(m1+(Czq*C1))))/Iy1;
a34=(E2*Cztetha)/Iy1;
a41=0;
a42=0;
a43=1;
a44=0;
cxde=0;
czde=0.2325;
cmde=-0.0418;%revisar
b1=(cxde+(E1*czde))/m1;
b2=czde/(m1-(C1*Czalpa_));
b3=(cmde+(E2*czde))/Iy1;
b4=0;
A=[a11 a12 a13 a14; a21 a22 a23 a24; a31 a32 a33 a34; a41 a42 a43 a44]
%#ok<NOPTS>
Bm=[b1; b2; b3; b4] %#ok<NOPTS>
C=[0.2 0 0 0] %#ok<NOPTS>
D=[0] %#ok<NOPTS>
sys=ss(A,Bm,C,D) %#ok<NOPTS>
[num,den]=ss2tf(A,Bm,C,D) %#ok<NOPTS>
lambda=eig(sys) %#ok<NOPTS>
figure (1)
subplot,step(sys)
resplong=tf(sys) %#ok<NOPTS>
figure (2)
rlocus(resplong)

%APROXIMACION DE SHORT-PERIOD
'Aproximacion del Short-Period' %#ok<NOPTS>
asp11=Czalpa/(m1-(Czalpa_*C1));
asp12=(m1+(Czq*C1))/(m1-(Czalpa_*C1));
asp21=(1/Iy1)*(Cmalpa+((Cmalpa_*C1*Czalpa)/(m1-(Czalpa_*C1))));
asp22=(1/Iy1)*((Cmq*C1)+((Cmalpa_*C1)/(m1-(Czalpa_*C1)))*(m1+(C1*Czq))));

```

```

bsp1=czde/(m1-(Czalpha_*C1));
bsp2=(1/Iy1)*(cmde+((Cmalph_*C1*czde)/(m1-(Czalpha_*C1))));
Asp=[asp11 asp12; asp21 asp22] %#ok<NOPTS>
Bsp=[bsp1; bsp2] %#ok<NOPTS>
Csp=[0.19 0] %#ok<NOPTS>
Dsp=[0] %#ok<NOPTS>
sys2=ss(Asp,Bsp,Csp,Dsp) %#ok<NOPTS>
[num2,den2]=ss2tf(Asp,Bsp,Csp,Dsp) %#ok<NOPTS>
lambda2=eig(sys2) %#ok<NOPTS>
figure(3)
subplot(211),step(sys2)
shortperiod=tf(sys2) %#ok<NOPTS>

%APROXIMACION PHUGOID
'Aproximacion del Phugoid' %#ok<NOPTS>
E3=(Cxq*C1)/(m1+(Czq*C1));
aph11=((Cxu-(E3*Czu))/m1);
aph12=(Cxtetha-(E3*Cztetha))/m1;
aph21=-Czu/(m1+(Czq*C1));
aph22=-Cztetha/(m1+(Czq*C1));
bph1=(cxde-(E3*czde))/m1;
bph2=-czde/(m1+(Czq*C1));
Aph=[aph11 aph12; aph21 aph22] %#ok<NOPTS>
Bph=[bph1; bph2] %#ok<NOPTS>
Cph=[0.19 0] %#ok<NOPTS>
Dph=[0] %#ok<NOPTS>
sys3=ss(Aph,Bph,Cph,Dph) %#ok<NOPTS>
[num3,den3]=ss2tf(Aph,Bph,Cph,Dph) %#ok<NOPTS>
lambda3=eig(sys3) %#ok<NOPTS>
figure(3)
subplot(212),step(sys3)
phugoid=tf(sys3) %#ok<NOPTS>

%Funciones de transferencia longitudinales
'Funciones de transferencia longitudinales' %#ok<NOPTS>
s=tf('s');
sys4=(((-0.0022*(s^2)+(0.6617*s)+(1.5997))/((0.3739*(s^4)+(1.8907*(s^3)+(4.9103*(s^2)+(0.2526*s)+(0.2296)))) %#ok<NOPTS>
sys5=(((-4.4367*(s^2)-(8.8084*s)-(0.4507))/((0.3739*(s^4)+(1.8907*(s^3)+(4.9103*(s^2)+(0.2526*s)+(0.2296)))) %#ok<NOPTS>
sys6=(((-0.0602*(s^3)-(4.4954*(s^2)-(0.2037*s)-(0.3103))/((0.3739*(s^4)+(1.8907*(s^3)+(4.9103*(s^2)+(0.2526*s)+(0.2296)))) %#ok<NOPTS>
figure(4)
long1=subplot(311);step(sys4)
long2=subplot(312);step(sys5)
long3=subplot(313);step(sys6)

%RESPUESTA LATERAL-DIRECCIONAL
'Respuesta Lateral-Direccional' %#ok<NOPTS>
Ix=1420.9; %revisar
Iz=4786.03; %revisar

```

```

Ixz=0; %revisar
Ix1=Ix/(0.5*densidad*(Uo^2)*S*b);
Iz1=Iz/(0.5*densidad*(Uo^2)*S*b);
Ixz1=Ix/(0.5*densidad*(Uo^2)*S*b);
I_x1=Ix1/((Ix1*Iz1)-(Ix1^2));
I_z1=Iz1/((Ix1*Iz1)-(Ix1^2));
I_xz1=Ix1/((Ix1*Iz1)-(Ix1^2));
bld1=b/2*Uo;
Eld1=(I_z1*Clbeta_V)+(I_xz1*Cnbeta_V);
Eld2=(I_x1*Cnbeta_V)+(I_xz1*Clbeta_V);
cnda=0.025; %revisar
clda=0;
cldr=0.025; %revisar
cndr=-0.0197;
cyda=0.025; %revisar
cydr=0.025; %revisar
Clbeta=-0.0021;
Cnbeta=0.00115;
ald11=CybetaV/(m1-(bld1*Cybeta_V));
ald12= 0/(m1-(b1*Cybeta_V));
ald13=(Cyp*bld1)/(m1-(bld1*Cybeta_V));
ald14=0;
ald15=-((m1-(bld1*Cyr))/(m1-(bld1*Cybeta_V)));
ald21=0;
ald22=0;
ald23=1;
ald24=0;
ald25=0;
ald31=(Clbeta*I_z1)+(Cnbeta*I_xz1)+(Eld1*bld1*ald11);
ald32=Eld1*bld1*ald12;
ald33=(Clp*bld1*I_z1)+(Cnp*I_xz1*bld1)+(Eld1*bld1*ald13);
ald34=0;
ald35=(Clr*bld1*I_z1)+(Cnr*I_xz1*bld1)+(Eld1*bld1*ald15);
ald41=0;
ald42=0;
ald43=0;
ald44=0;
ald45=1;
ald51=(I_x1*Cnbeta)+(I_xz1*Clbeta)+(bld1*Eld2*ald11);
a2=-((Czalpha*Iy1)+((Cmq*C1)*(m1-
(Czalpha*C1)))+(m1+(Czq*C1)*(Cmalpha_C1)));
ald52=(Eld2*bld1*a2);
ald53=bld1*((Cnp*I_x1)+(Clp*I_xz1)+(Eld2*ald13));
ald54=0;
ald55=bld1*((I_x1*Cnr)+(I_xz1*Clr)+(Eld2*ald15));
bld11=(cyda/(m1-(bld1*Cybeta_V)));
bld12=(cydr/(m1-(bld1*Cybeta_V)));
bld21=0;
bld22=0;
bld31=(clda*I_z1)+(cnda*I_xz1)+(Eld1*bld1*bld11);
bld32=(cldr*I_z1)+(cndr*I_xz1)+(Eld1*bld1*bld12);
bld41=0;
bld42=0;
bld51=(cnda*I_x1)+(clda*I_xz1)+(Eld2*bld1*bld11);

```

```

bld52=(cndr*I_x1)+(cldr*I_xz1)+(Eld2*bld1*bld12);
Ald=[ald11 ald12 ald13 ald14 ald15; ald21 ald22 ald23 ald24 ald25; ald31
ald32 ald33 ald34 ald35; ald41 ald42 ald43 ald44 ald45; ald51 ald52 ald53
ald54 ald55] %#ok<NOPTS>
Bld=[bld11 bld12; bld21 bld22; bld31 bld32; bld41 bld42; bld51 bld52]
%#ok<NOPTS>
Cld=[0.017 0 0 0 0] %#ok<NOPTS>
Dld=[0 0] %#ok<NOPTS>
sys7=ss(Ald,Bld,Cld,Dld) %#ok<NOPTS>
[numU1,denU1]=ss2tf(Ald,Bld,Cld,Dld,1) %#ok<NOPTS>
lambda7=eig(sys7) %#ok<NOPTS>
figure(5)
subplot,step(sys7)
resplat_dir=tf(sys7) %#ok<NOPTS>

%Aproximacion funcion de transferencia lateral-direccional
'Funcion de transferencia lateral-direccional' %#ok<NOPTS>
'Roll Mode' %#ok<NOPTS>
%Roll mode
sys8=(0.1342/(s*((0.0046*s)+0.0387))) %#ok<NOPTS>
sys9=(0.0118/(s*((0.0046*s)+0.0387))) %#ok<NOPTS>
figure(6)
RM1=subplot(211);step(sys8)
RM2=subplot(212);step(sys9)

'Dutch-roll' %#ok<NOPTS>
%Dutch-roll
sys10=((0.0076*s)/((0.0340*(s^3)+(0.0347*(s^2))+0.1613*s)))
%#ok<NOPTS>
sys11=((-(0.0076*s)-0.002)/((0.0340*(s^3)+(0.0347*(s^2))+0.1613*s)))
%#ok<NOPTS>

sys12=((((0.0024*(s^2))+0.16*s)/((0.0340*(s^3)+(0.0347*(s^2))+0.1613*s)
))) %#ok<NOPTS>
sys13=((-(0.1582*s)-
(0.0294))/((0.0340*(s^3)+(0.0347*(s^2))+0.1613*s))) %#ok<NOPTS>
figure(7)
DR1=subplot(411);step(sys10)
DR2=subplot(412);step(sys11)
DR3=subplot(413);step(sys12)
DR4=subplot(414);step(sys13)

'Yaw Damper' %#ok<NOPTS>
sys14=-((0.1582*s)+0.0294)/(((0.0340*(s^2))+0.0347*s)+0.1613)
%#ok<NOPTS>
figure(8)
subplot,step(sys14)
yaw_damper=tf(sys14) %#ok<NOPTS>

Ad=(m1*Iy1)*(m1-(Czalpha_*c1));
Bd=(m1*((-Iy1*Czalpha)-((Cmq*c1)*(m1-(Czalpha_*c1)))-
((Cmalpha_*c1)*(m1+(Czq*c1)))))-((Cxu*Iy1)*(m1-(Czalpha_*c1)))-
(Cxalpha_*c1*Czu*Iy1);

```

```

Cd=(m1*((Czalpha*Cmq*c1)-(Cmalpha*(m1+(Czq*c1)))-(
(Cztetha*Cmalpha_*c1)))+(Cxu*((Iy1*Czalpha)+((Cmq*c1)*(m1-
(Czalpha_*c1)))+(Cmalpha_*c1)*(m1+(Czq*c1)))))-
((Cxalpha*Czu*Iy1)+((Cxalpha_*c1)*((Czu*Cmq*c1)-Cmu*(m1+(Czq*c1)))-
((Cxq*c1)*((Czu*Cmalpha_*c1)+(Cmu*(m1-(Czalpha_*c1))))));
Dd=(-Cxu*((Czalpha*Cmq*c1)-(Cmalpha*(m1+(Czq*c1)))-(
(Cztetha*Cmalpha_*c1)))-(m1*Cmalpha*Cztetha)+(Cxalpha*((Czu*Cmq*c1)-
(Cmu*(m1+(Czq*c1)))))-(Cxalpha_*c1*Cmu*Cztetha)-((Cxq*c1)*((Czu*Cmalpha)-
(Czalpha*Cmu)))-(Cxtetha*((Czu*Cmalpha_*c1)+(Cmu*(m1-(Czalpha_*c1)))));
Ed=(Cxu*Cmalpha*Cztetha)-(Cxalpha*Cmu*Cztetha)-(Cxtetha*((Czu*Cmalpha)-
(Czalpha*Cmu)));
deltalong=(Ad*(s^4)+(Bd*(s^3)+(Cd*(s^2)+(Dd*s)+Ed);

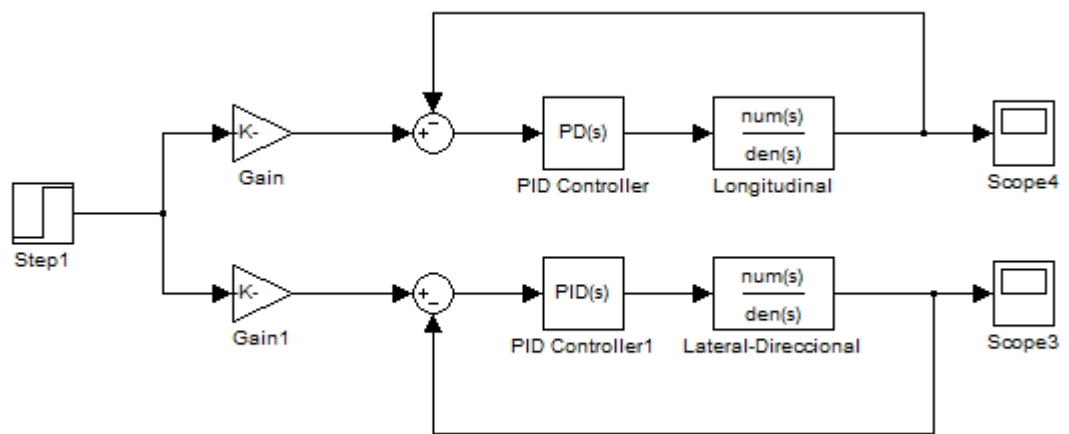
AoA=[((m1*s)-Cxu) cxde -((Cxq*c1*s)+Cxtetha); -Czu czde -
(m1*s)+(Czq*c1*s)+Cztetha); -Cmu cmde ((Iy1*(s^2))-
(Cmq*c1*s))]/[deltalong]

a1=(m1-(Czalpha_*c1))*Iy1;
a2=-((Czalpha*Iy1)+((Cmq*c1)*(m1-
(Czalpha_*c1)))+(Cmalpha_*c1)*(m1+(Czq*c1))));
a3=(Czalpha*Cmq*c1)-((m1+(Czq*c1))*Cmalpha)+(Cztetha*Cmalpha_*c1);
a4=-(Cztetha*Cmalpha);
spo=(a1*(s^3)+(a2*(s^2)+(a3*s)+a4);

```

## **ANEXO D**

### **DISEÑO PRELIMINAR DEL SISTEMA DE CONTROL LONGITUDINAL Y LATERAL-DIRECCIONAL**



## **ANEXO E**

### **DISEÑO PRELIMINAR DEL PILOTO AUTOMATICO DE “ALTITUDE HOLD”**

